10
ஆம் வகுப்பு

கணிதம்

- ✎ உறவுகளும் சார்புகளும்
- ✎ எண்களும் தொடர் வரிசைகளும்
- ✎ இயற்கணிதம்
- ✎ வடிவியல்
- ✎ ஆயத்தொலை வடிவியல்
- ✎ முக்கோணவியல்
- ✎ அளவியல்
- ✎ புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்

கணிதவியல்

அலகு : 1 உறவுகளும் சார்புகளும்

❖ **காட்ஃபிரெய்ட் வில்ஹெல்ம் லீபினிட்ஸ்** என்பவர் ஜெர்மன் கணிதமேதை, தத்துவவாதி, இயற்கையாளர் மற்றும் கண்டுபிடிப்பாளர். இவர் புவியியல், மருத்துவம், உயிரியல், நோய் தொற்றியல், புதை படிமவியல், பொறியியல், மொழி நூல், சமூகவியல் நெறிமுறைகள், வரலாறு, அரசியல், சட்டம் மற்றும் இசைக் கோட்பாடு போன்ற **26 தலைப்புகளில்** விரிவாக தனது பங்களிப்பை வழங்கியுள்ளார். இவர் பயன்படுத்திய **'சார்பு'** என்ற சொல்லானது 'ஒரு வளைவின் எந்த அளவும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து மற்றொரு புள்ளிக்கு மாறுபடும்' என்பதைக் குறிக்கிறது.

❖ இவர் பூலியன் இயற்கணிதம் மற்றும் தர்க்கச் சிந்தனைகளின் அடிப்படைகளை வழங்கினார். அவை நவீனக் கணினிகள் செயல்பாட்டிற்கு அடித்தளமாக அமைந்தன. இவர் **"பயன்பாட்டு அறிவியலின் தந்தை"** எனப் போற்றப்படுகிறார்.

❖ **சார்பை குறிக்கும் முறைகள்**

i. அம்புக்குறி படம்   ii. அட்டவணை முறை
iii. வரிசைச் சோடிகளின் கணம்   iv. வரைபட முறை

❖ **சார்பின் வகைகள்**

i. ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு   ii. மேல் சார்பு
iii. பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு   iv. உட்சார்பு

❖ சமனிச் சார்பு $f(x) = x$

❖ தலைகீழ் சார்பு $f(x) = \frac{1}{x}$

❖ மாறிலிச் சார்பு $f(x) = c$

❖ நேரிய சார்பு $f(x) = ax + b, a \neq 0$

❖ இருபடிச் சார்பு $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$

❖ முப்படிச் சார்பு (கன சார்பு) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$

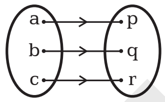
❖ A, B மற்றும் C ஆகியவை மூன்று வெற்றில்லா கணங்கள், $f : A \to B$, $g : B \to C$ ஆகியவை இரண்டு சார்புகள் எனில் $g \circ f : A \to C$ என்ற f மற்றும் g சார்புகளின் சேர்ப்பை $g \circ f(x) = g(f(x))$ என வரையறுக்கலாம். (அனைத்து $x \in A$).

❖ f, g ஆகியவை ஏதேனும் இரு சார்புகள் எனில் பொதுவாக $f \circ g \neq g \circ f$

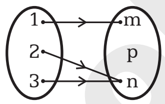
❖ f, g மற்றும் h ஏதேனும் மூன்று சார்புகள் எனில் $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$. இது சேர்ப்பு விதியைப் பூர்த்தி செய்கிறது.

கார்டீசியன் பெருக்கல்

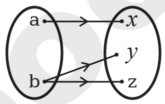
❖ A மற்றும் B என்பன வெற்றில்லா கணங்கள் எனில், இவற்றின் வரிசை ஜோடிகளின் கணமானது (a, b) $a \in A$, $b \in B$ என இருக்கும். இது A மற்றும் B யின் கார்டீசியன் பெருக்கல் எனப்படும். கார்டீசியன் பெருக்கலை **'குறுக்குப் பெருக்கல்'** (Cross Product) எனவும் குறிப்பிடலாம்.

❖ 

இது ஒரு சார்பைக் குறிக்கிறது. ஏனெனில் ஒவ்வோர் உள்ளீடுக்கும் அது தொடர்பான ஒரேயொரு வெளியீடு உள்ளது.

❖ 

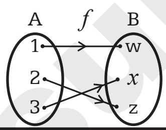
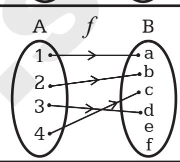
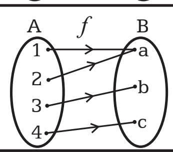
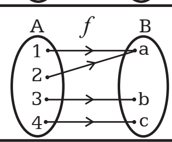
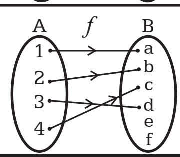
இது ஒரு சார்பைக் குறிக்கிறது. ஏனெனில் ஒவ்வோர் உள்ளீடுக்கும் அது தொடர்பான ஒரேயொரு வெளியீடு உள்ளது.

❖ 

இது ஒரு சார்பாகாது. ஏனெனில் ஒரு உள்ளீடுக்கு (b) இரண்டு வெளியீடுகள் (y, z) உள்ளன.

❖ ஒரு சார்பின் வீச்சகமானது அதன் துணை மதிப்பகத்தின் உட்கணமாகும்.

❖ $f(a) = b$ எனில் b யானது a யின் **'நிழல் உரு'** என்றும் a யானது b யின் **'முன் உரு'** என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.

சார்புகளின் வகைகள்	விளக்கப்படம்	விளக்கம்
ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் மேல் சார்பு (இருபுறச் சார்பு)		A–யின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு B–யில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. மேலும் B–யின் ஒவ்வோர் உறுப்பிற்கும் A–யில் முன் உரு உள்ளது.
ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு		A–யின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு B–யில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. மேலும் B–யில் எல்லா உறுப்புகளுக்கும் A–யில் முன் உரு இல்லை.
பலவற்றிற்கு ஒன்றான சார்பு		A–யின் இரண்டு (அ) அதற்கு மேற்பட்ட உறுப்புகளுக்கு ஒரே நிழல் உரு B–யில் உள்ளது.
மேல் சார்பு		A–யின் வீச்சகம் = துணை மதிப்பகம். B–யின் ஒவ்வோர் உறுப்புக்கும் A–யில் முன் உரு உள்ளது.
உட்சார்பு		A–யின் வீச்சகமானது துணை மதிப்பகத்தின் தகு உட்கணமாகும். B–யின் அனைத்து உறுப்புகளுக்கும் A–யில் முன் உரு இல்லை

எடுத்துக்காட்டு வினாக்கள்

1. A $=\{1, 3, 5\}$, B $=\{2, 3\}$ எனில்,

i. A × B மற்றும் B × A ஐக் காண்க.

ii. n(A × B) = n(B × A) = n(A) × n(B) எனக் காட்டுக.

தீர்வு :

i. $A \times B = \{1, 3, 5\} \times \{2, 3\}$

$\Rightarrow \{(1, 2), (1, 3), (3, 2), (3, 3), (5, 2), (5, 3)\}$

$B \times A = \{2, 3\} \times \{1, 3, 5\}$

$\Rightarrow \{(2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5)\}$

ii. $n(A) \times n(B) = 3 \times 2 = 6$

$n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B) = 6$

2. $A \times B = \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$ எனில் A மற்றும் B ஐக் காண்க.

தீர்வு :

A = {A × B–யின் முதல் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}

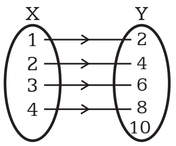
$\therefore A = \{3, 5\}$

B = {A × B–யின் இரண்டாம் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}

$\therefore B = \{2, 4\}$

3. X $=\{1, 2, 3, 4\}$, Y $=\{2, 4, 6, 8, 10\}$ மற்றும் R $=\{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$ எனில், அதன் மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க.

தீர்வு :



மதிப்பகம் $X = \{1, 2, 3, 4\}$

துணை மதிப்பகம் $Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

வீச்சகம் $f = \{2, 4, 6, 8\}$

4. ஒரு சார்பு f ஆனது $f(x) = 2x - 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால்,

i. $f(x) = 0$ எனில் x ஐக் காண்க.

ii. $f(x) = x$ எனில் x ஐக் காண்க.

iii. $f(x) = f(1 - x)$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு :

i. $f(x) = 0$

$\Rightarrow 2x - 3 = 0 \quad \Rightarrow 2x = 3 \quad \therefore x = \frac{3}{2}$

ii. $f(x) = x$

$\Rightarrow 2x - 3 = x \quad \Rightarrow 2x - x = 3 \quad \therefore x = 3$

iii. $f(x) = f(1 - x)$

$2x - 3 = 2(1 - x) - 3$

$2x - 3 = 2 - 2x - 3$

$2x + 2x = 2 - 3 + 3 \quad \Rightarrow 4x = 2$

$\therefore x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

5. ஒரு விமானம் 500 கி.மீ/மணி வேகத்தில் பறக்கிறது. விமானம் ‘d’ தொலைவு செல்வதற்கு ஆகும் காலத்தினை t–இன் (மணியில்) சார்பு முறையில் வெளிப்படுத்துக.

தீர்வு :

$$\text{வேகம்} = \frac{\text{கடந்த தூரம்}}{\text{எடுத்துக்கொண்ட நேரம்}}$$

கடந்த தூரம் = வேகம் × நேரம்

$d = 500 \times t = 500t$

6. $f : N \to N$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2, x \in N$ என வரையறுக்கப்பட்டால்,

i. 1, 2, 3–இன் நிழல் உருக்களைக் காண்க.

ii. 29 மற்றும் 53–இன் முன் உருக்களைக் காண்க.

தீர்வு :

i. $f(x) = 3x + 2$

$x = 1$ எனில், $f(1) \Rightarrow 3(1) + 2 = 3 + 2 = 5$

$x = 2$ எனில், $f(2) \Rightarrow 3(2) + 2 = 6 + 2 = 8$

$x = 3$ எனில், $f(3) \Rightarrow 3(3) + 2 = 9 + 2 = 11$

1, 2, 3-இன் நிழல் உருக்கள் முறையே 5, 8, 11 ஆகும்.

ii. 29–இன் முன் உரு x எனில் $f(x) = 29$

எனவே, $3x + 2 = 29 \Rightarrow 3x = 29 - 2 = 27$

$\therefore x = \frac{27}{3} = 9$

29–இன் முன் உரு = 9

53–இன் முன் உரு x எனில் $f(x) = 53$

$3x + 2 = 53 \Rightarrow 3x = 53 - 2 = 51 \qquad \therefore x = \frac{51}{3} = 17$

53–இன் முன் உரு = 17

7. தடவியல் விஞ்ஞானிகள், தொடை எலும்புகளைக் கொண்டு ஒருவருடைய உயரத்தை (செ.மீட்டரில்) கணக்கிடுகிறார்கள். அவர்கள் பொதுவாக h(b) = 2.47b + 54.10 என்ற சார்பை இதற்குப் பயன்படுத்துகிறார்கள். இங்கு b என்பது தொடை எலும்பின் நீளமாகும்.

i. தொடை எலும்பின் நீளம் 50 செ.மீ எனில், அந்த நபரின் உயரத்தைக் காண்க.

ii. நபரின் உயரம் 147.96 செ.மீ எனில், அந்த நபரின் தொடை எலும்பின் நீளத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

i. தொடை எலும்பின் நீளம் b = 50 செ.மீ

$h(50) = (2.47 \times 50) + 54.10$

அந்த நபரின் உயரம் = 177.6 செ.மீ

ii. நபரின் உயரம் = 147.96 செ.மீ ; h(b) = 147.96 செ.மீ

$2.47b + 54.10 = 147.96$

$2.47b = 147.96 - 54.10 \Rightarrow 2.47b = 93.86$

$\therefore$ தொடை எலும்பின் நீளம் $b = \frac{93.86}{2.47} = 38$ செ.மீ

8. $f(x) = 3x - 5$ எனில் (a, 4) மற்றும் (1, b) எனக் கொடுக்கப்பட்டால் a மற்றும் b யின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு :

$f(x) = 3x - 5$;

$f = \{(x, 3x - 5)\}$

(a, 4) எனில், a–யின் நிழல் உரு 4.

$f(a) = 4$

$\Rightarrow 3a - 5 = 4$

$3a = 4 + 5 = 9$

$\therefore a = \frac{9}{3} = 3$

(1, b) எனில், 1–இன் நிழல் உரு b.

$f(1) = b$

$3(1) - 5 = b$

$3 - 5 = b$

$\therefore b = -2$

பயிற்சி வினாக்கள்

1. n(A × B) = 6 மற்றும் A = {1, 3} எனில், n(B) ஆனது,

A) 1 B) 2
C) 3 D) 6

விளக்கம் **விடை: (C)**

n(A × B) = 6 ; A = {1, 3} ∴ n(A) = 2
n(A × B) = 6 ; n(2 × B) = 6 ∴ n(B) = 3

2. A = {a, b, p}, B = {2, 3}, C = {p, q, r, s} எனில், n[(A∪C)×B] ஆனது

A) 8 B) 20
C) 12 D) 16

விளக்கம் **விடை: (C)**

A ∪ C = {a, b, p, q, r, s} ; B = {2, 3}
(A ∪ C) × B = {(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3), (p, 2), (p, 3), (q, 2), (q, 3), (r, 2), (r, 3), (s, 2), (s, 3)}
n[(A ∪ C) × B] = 12

3. A = {1, 2}, B = {1, 2, ,3, 4}, C = {5, 6} மற்றும் D = {5, 6, 7, 8} எனில், கீழ்க்கண்டவற்றில் எது சரியான கூற்று ?

A) (A × C) ⊂ (B × D) B) (B × D) ⊂ (A × C)
C) (A × B) ⊂ (A × D) D) (D × A) ⊂ (B × A)

விளக்கம் **விடை: (A)**

A = {1, 2}, B = {1, 2, 3, 4}, C = {5, 6}, D = {5, 6, 7, 8}
(A × C) = {(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6)}
(B × D) = {**(1, 5), (1, 6)**, (1, 7), (1, 8), **(2, 5), (2, 6)**, (2, 7), (2, 8), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (4, 8)}
(A × C) ⊂ (B × D) என்பது சரி

4. A = {1, 2, 3, 4, 5} என்ற கணத்திலிருந்து B என்ற கணத்திற்கு 1024 உறவுகள் உள்ளன எனில், B–யில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை,

A) 3 B) 2
C) 4 D) 8

விளக்கம் **விடை: (B)**

n(A) = 5 ; n(B) = x
n(A × B) = 1024 = 2^{10}
$2^{5x} = 2^{10}$
$5x = 10$ ∴ $x = 2$

5. R = {(x, x^2) / x ஆனது 13 ஐ விடக் குறைவான பகா எண்கள்} என்ற உறவின் வீச்சகமானது,

A) {2, 3, 5, 7} B) {2, 3, 5, 7, 11}
C) {4, 9, 25, 49, 121} D) {1, 4, 9, 25, 49, 121}

விளக்கம் **விடை: (C)**

R = {(x, x^2) / x ஓர் பகா எண் < 13}
2, 3, 5, 7, 11 என்ற பகா எண்களின் வர்க்கம் {4, 9, 25, 49, 121}

6. (a + 2, 4) மற்றும் (5, 2a + b) ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில், (a, b) என்பது

A) (2, –2) B) (5, 1)
C) (2, 3) D) (3, –2)

விளக்கம் **விடை: (D)**

(a + 2, 4), (5, 2a + b)
a + 2 = 5 ∴ a = 5 – 2 = 3
(2a + b) = 4
(2 × 3) + b = 4 ⇒ 6 + b = 4 ∴ b = 4 – 6 = –2
a = 3 ; b = –2

7. n(A) = m மற்றும் n(B) = n என்க. A–யிலிருந்து B–க்கு வரையறுக்கப்பட்ட வெற்று கணமில்லாத உறவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை,

A) m^n B) n^m
C) $2^{mn} – 1$ D) 2^{mn}

விளக்கம் **விடை: (D)**

n(A) = m, n(B) = n ; n(A × B) = 2^{mn}

8. {(a, 8), (6, b)} என்பது ஒரு சமனிச் சார்பு எனில், a மற்றும் b மதிப்புகளின் முறையே,

A) (8, 6) B) (8, 8)
C) (6, 8) D) (6, 6)

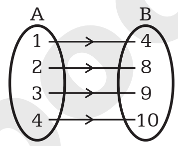
விளக்கம் **விடை: (A)**

சமனி சார்பு என்பதால், a = 8, b = 6

9. Let A = {1, 2, 3, 4}, B = {4, 8, 9, 10} என்க. சார்பு f : A → B ஆனது f = {(1, 4), (2, 8), (3, 9), (4, 10)} எனக் கொடுக்கப்பட்டால் f என்பது,

A) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு
B) சமனிச் சார்பு
C) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு
D) உட்சார்பு

விளக்கம் **விடை: (C)**



A = {1, 2, 3, 4}, B = {4, 8, 9, 10}

10. $f(x) = 2x^2$ மற்றும் $g(x) = \frac{1}{3x}$ எனில் f o g ஆனது

A) $\frac{3}{2x^2}$ B) $\frac{2}{3x^2}$
C) $\frac{2}{9x^2}$ D) $\frac{1}{6x^2}$

விளக்கம் **விடை: (C)**

$f(x) = 2x^2$; $g(x) = \frac{1}{3x}$

$$f \circ g = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{3x}\right) = 2\left(\frac{1}{3x}\right)^2 \Rightarrow 2 \times \frac{1}{9x^2} = \frac{2}{9x^2}$$

11. f : A → B ஆனது இருபுறச் சார்பு மற்றும் n(B) = 7 எனில், n(A) ஆனது.

A) 7 B) 49
C) 1 D) 14

விளக்கம் **விடை: (A)**

இருபுறச் சார்பு எனில், n(A) = n(B) ∴ n(A) = 7

12. f மற்றும் g என்ற இரண்டு சார்புகளும் f = {(0, 1), (2, 0), (3, –4), (4, 2), (5, 7)} g = {(0, 2), (1, 0), (2, 4), (–4, 2), (7, 0)} எனக் கொடுக்கப்பட்டால் f o g இன் வீச்சகமானது,

A) {0, 2, 3, 4, 5} B) {–4, 1, 0, 2, 7}
C) {1, 2, 3, 4, 5} D) {0, 1, 2}

விளக்கம் **விடை: (D)**

g o f = g($f(x)$) ; f o g = f(g(x))
= {(0, 2), (1, 0), (2, 4), (–4, 2), (7, 0)}
f o g–இன் வீச்சகம் = {0, 1, 2}

13. $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ எனில்,

A) $f(xy) = f(x).f(y)$ B) $f(xy) \geq f(x).f(y)$

C) $f(xy) \leq f(x).f(y)$ D) இவற்றில் ஒன்றுமில்லை

விளக்கம் **விடை: (C)**

$\sqrt{1+x^2y^2} \leq \sqrt{(1+x^2)}\sqrt{(1+y^2)} \Rightarrow f(xy) \leq f(x).f(y)$

14. $g = \{(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$ என்ற சார்பானது $g(x) = \alpha x + \beta$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் α மற்றும் β–யின் மதிப்பானது,

A) $(-1, 2)$ B) $(2, -1)$

C) $(-1, -2)$ D) $(1, 2)$

விளக்கம் **விடை: (B)**

$g(x) = \alpha x + \beta$; $\alpha = 2$; $\beta = -1$

$g(x) = 2x - 1$

$g(1) = 2(1) - 1 = 1$; $g(2) = 2(2) - 1 = 3$

$g(3) = 2(3) - 1 = 5$; $g(4) = 2(4) - 1 = 7$

15. $f(x) = (x + 1)^3 - (x - 1)^3$ குறிப்பிடும் சார்பானது

A) நேரிய சார்பு B) ஒரு கனச் சார்பு

C) தலைகீழ் சார்பு D) இருபடிச் சார்பு

விளக்கம் **விடை: (D)**

$f(x) = (x + 1)^3 - (x - 1)^3$

$\Rightarrow x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - [x^3 - 3x^2 + 3x - 1]$

$\Rightarrow \cancel{x^3} + 3x^2 + \cancel{3x} + 1 - \cancel{x^3} + 3x^2 - \cancel{3x} + 1$

$= 6x^2 + 2$ இது ஒரு இருபடிச் சமன்பாடு.

அலகு 2 : எண்களும் தொடர் வரிசைகளும்

ஸ்ரீநிவாச இராமனுஜன்

இவர் ஈரோட்டில் ஏழைக் குடும்பத்தில் பிறந்த மாபெரும் இந்தியக் கணிதமேதை ஆவார். இவர் ஆயிரக்கணக்கான சூத்திரங்களை தருவித்து அவற்றைத் தனது மூன்று குறிப்பேடுகளில் எழுதி வைத்தார். அவை சென்னைப் பல்கலைக்கழகத்தில் பாதுகாப்பாக வைக்கப்பட்டுள்ளன. சென்னைப் பல்கலைக்கழகத்தின் முதல் ஆராய்ச்சி மாணவரான இவர் பின்னர் இங்கிலாந்து சென்று 1914 முதல் 1919 வரை கணித வல்லுநர் **G.H. ஹார்டியுடன்** இணைந்து பல ஆய்வுகளை மேற்கொண்டார்.

இராமனுஜன் எண்களின் அமைப்பு பற்றி ஆய்வு மேற்கொள்வதில் ஆர்வம் கொண்டிருந்தார். அதனால் **பகுமுறை எண் கணிதத்தில்** எண்ணற்ற புதிய கருத்துகளை உருவாக்கினார். இவரது கணிதத் திறமையால், மாபெரும் கணிதமேதைகளான ஆய்லர் மற்றும் ஜெகோபியுடன் இவர் ஒப்பிடப்படுகிறார்.

இவர் 30 ஆய்வுக் கட்டுரைகளையும் மற்றும் G.H. ஹார்டியுடன் இணைந்து 7 ஆய்வுக் கட்டுரைகளையும் எழுதியுள்ளார். தன்னுடைய 32 வருட குறுகிய ஆயுட்காலத்தில் **3972 சூத்திரங்கள்** மற்றும் தேற்றங்களை உருவாக்கியுள்ளார்.

இவருடைய ஆராய்ச்சிக்காக கேம்பிரிட்ஜ் பல்கலைக்கழகம் இவருக்கு B.A. ஆய்வுப் பட்டத்தை 1916–இல் வழங்கியது. அந்தப் பட்டம் இன்றைய முனைவர் பட்டத்திற்கு இணையானது. எண் கணிதத்தில் இவருடைய பங்களிப்பிற்காக இலண்டன் ராயல் சொசைட்டியின் '**மதிப்புமிகு உறுப்பினர்**' (Fellow of Royal Society – F.R.S.) அந்தஸ்து 1918–இல் வழங்கப்பட்டது.

யூக்ளிட்

முக்கியக் கணிதமேதைகளில் ஒருவராகத் திகழ்ந்த இவர் எழுதிய '**எலிமெண்ட்ஸ்**' என்ற புத்தகம் 13 தொகுதிகளை உடையது. இந்தப் புத்தகத்தில் முதல் ஆறு தொகுதிகள் வடிவியல் சார்ந்தவை. எனவே இவர் '**வடிவியலின் தந்தை**' என்று அழைக்கப்படுகிறார்.

'**லெம்மா**' (lemma) என்பது ஒரு முக்கியத் தேற்றத்தை நிரூபிக்க உதவும் ஒரு துணைத் தேற்றம் ஆகும். இது 'சிறு தேற்றம்' என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத்தேற்றம்

❖ a மற்றும் b ($a > b$) என்பன ஏதேனும் இரு மிகை முழுக்கள் எனில், $a = bq + r$, $0 \leq r < b$ என்றவாறு q, r எனும் தனித்த மிகை முழுக்கள் கிடைக்கும்.

❖ வகுத்தலில் கிடைக்கும் மீதியானது வகுக்கும் எண்ணை விட எப்பொழுதும் சிறியதாகவே இருக்கும்.

❖ $r = 0$ எனில் $a = bq$ எனவே b யானது a ஐ வகுக்கும்.

❖ b ஆனது a ஐ வகுக்கும் எனில், $a = bq$

❖ எந்தவொரு மிகை முழுவையும் 2 ஆல் வகுக்கும் போது 0 அல்லது 1 மட்டுமே மீதியாகக் கிடைக்கும். எனவே, எந்தவொரு மிகை முழுவையும் 2k அல்லது 2k + 1 என்ற வடிவில் எழுதலாம். இங்கு k என்பது ஒரு மிகை முழுவாகும்.

❖ Algorithm என்ற ஆங்கிலச் சொல்லிற்கு **வழிமுறை** அல்லது **படிமுறை** என்பது பொருளாகும். இந்தச் சொல்லானது 9 ஆம் நூற்றாண்டில் வாழ்ந்த பாரசீக நாட்டைச் சேர்ந்த கணிதமேதை **அல்–கவாரிஸ்மி** என்பவரின் பெயரிலிருந்து வந்தது.

❖ யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி இரு மிகை முழுக்களின் மீப்பெரு பொது வகுத்தியை (மீ.பொ.வ) எளிய முறையில் கண்டறியலாம். யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத்தேற்றத்தின் படி $a = bq + r$; $0 \leq r < b$. இங்கு q என்பது ஈவு; r என்பது மீதியாகும். $r = 0$ எனில் a மற்றும் b–யின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி b ஆகும். மீப்பெரு பொது வகுத்தி என்பது '**மீப்பெரு பொதுக்காரணி**' என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

❖ a மற்றும் b என்பன இரு மிகை முழுக்கள் மற்றும் $a > b$ எனில் (a, b) யின் மீ.பொ.வ = (a –b, b) யின் மீ.பொ.வ.

❖ இரு மிகை முழுக்களின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி 1 எனில், அவ்விரு எண்களும் **சார்பகா எண்கள்** ஆகும்.

மட்டு எண்கணிதம் (Modular Arithmetic)

ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பை அடைந்தவுடன் மீண்டும் ஒரே எண்களைத் தொடர்ந்து பெறுவது மட்டு எண்கணிதம் ஆகும். மட்டு எண்கணிதம் என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணைச் சுற்றி மீண்டும் இடம்பெறும் முழுக்களின் அமைப்பு ஆகும். இது சுழற்சியின் அடிப்படையில் செயல்படுகிறது. 'மட்டு எண்கணிதம்' என்ற கருத்தை உருவாக்கியவர் ஜெர்மானியக் கணிதமேதை **கார்ல் பிரடெரிக் கவுஸ்** ஆவார். இவர் '**கணித மேதைகளின் இளவரசர்**' என அழைக்கப்படுகிறார்.

(எ.கா)

- கடிகாரத்தில் 1 முதல் 12 மணி வரை முடிந்த பின் மீண்டும் 1–இல் இருந்து தொடங்குவது.
- பகல் மற்றும் இரவு தொடர்ந்து மாறிக்கொண்டே இருப்பது.
- ஒரு வாரத்தின் நாள்கள்.
- தாவரங்களின் வளர்ச்சி மாற்றம்.
- ஒரு வருடத்தின் காலநிலை (கோடை காலம், மழைக்காலம், குளிர்காலம், வசந்த காலம்).
- இரயில்வே மற்றும் விமான நேரங்கள் 00.00–இல் தொடங்கி 23:59 ஐ அடைந்தவுடன் அடுத்த நிமிடம் 24 என்பதற்குப் பதிலாக 00.00 என மாறுகிறது.

மட்டு ஒருங்கிசைவு (Congruence Modulo)

a மற்றும் b க்கு இடையே உள்ள வித்தியாசம் n–இன் மடங்கு எனில், n–இன் அடிப்படையில் a மற்றும் b ஒருங்கிசைவு உடையதாகும். அதாவது $b - a = kn$. $k \in z$ இதனை $a \equiv b$ (மட்டு n) என எழுதலாம். $a - b$ ஆனது n ஆல் வகுபடும்.