www.surabooks.com

சுராவின்

கணிதவியல்

11 ஆம் வகுப்பு

புதிதாக திருத்தியமைக்கப்பட்ட பாடநூலின்படி தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

தொகுதி - I & II

சிறப்பம்சங்கள்

- பாட நூலில் உள்ள பயிற்சி வினாக்களுக்கு முழுமையான, எளிமையான தீர்வுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- அரசு மாதிரி வினாத்தாள் [Govt. MQP-2018], முதல் பருவ இடைத்தேர்வு [First Mid-2018], காலாண்டுத் தேர்வு [Qy. 2018 ; 2019; 2023 & 2024], அரையாண்டுத் தேர்வு [Hy. - 2018 ; 2019 & 2023], அரசுப் பொதுத்தேர்வு [Mar.-2019; 2020, May 2022, April- 2023 & Mar.- 2024], உடனடித்தேர்வு [June - 2019, Aug.-2022, July-2023 & 2024], அரசு துணைத்தேர்வு [Sep.- 2020 & 2021] மற்றும் திருப்புதல் பொதுத்தேர்வு - 2022 [CRT-2022] வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- அரையாண்டுத் தேர்வு - டிசம்பர் 2024 - 25 வினாத்தாள் விடைகளுடன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

சுரா பப்ளிகேஷன்ஸ்
சென்னை

For Orders Contact
80562 94222 / 81242 01000 / 81243 01000
96001 75757 / 98409 26027

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

குறியீட்டு எண் : SG261

எழுதி வழங்கியவர்
திருமதி. தாமரை M.Sc., M.A., M.Ed., M.Phil.
சென்னை

Also available for Std. - XI & XII

Guides :

- சுராவின் தமிழ் உரைநூல்
- Sura's Smart English
- Sura's Mathematics (EM/TM)
- Sura's Physics (EM/TM)
- Sura's Chemistry (EM/TM)
- Sura's Bio-Botany & Botany (EM/TM) (Short Version & Long Version)
- Sura's Bio-Zoology & Zoology (EM/TM) (Short Version & Long Version)
- Sura's Computer Science (EM/TM)
- Sura's Computer Applications (EM/TM)
- Sura's Commerce (EM/TM)
- Sura's Economics (EM/TM)
- Sura's Accountancy (EM/TM)
- Sura's Business Maths (EM)

தலைமை அலுவலகம்
சுரா பப்ளிகேஷன்ஸ்
1620, 'ஜே' பிளாக், 16-ஆவது பிரதான சாலை,
அண்ணா நகர், சென்னை-600 040.
Phone : 044 - 4862 9977, 044 - 4862 7755.
e-mail : orders@surabooks.com
website : www.surabooks.com

For Orders Contact
80562 94222
81242 01000
81243 01000
96001 75757
98409 26027

29-01-2025

www.surabooks.com

பதிப்பாசிரியர் உரை

11ம் வகுப்பிற்கான சுராவின் **கணிதவியல் (தொகுதி - 1 மற்றும் தொகுதி - 2)** வழிகாட்டியை வெளியிடுவதில் பெருமிதமும் மகிழ்ச்சியும் அடைகிறோம். கணிதவியல் பாடங்களுக்கான வினா விடைகள் /பயிற்சிகள் மிகவும் எளிமையாக, சுலபமாக புரிந்துகொள்ளும் விதத்தில் தரப்பட்டுள்ளன.

சுராவின் **கணிதவியல்** வழிகாட்டி மாணவர்களின் எல்லாத் தேவைகளையும் கருத்தில் கொண்டு உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. பாடநூலை நன்கு மதிப்பாய்வு செய்து மாணவர்கள் எல்லாப் பாடங்களையும் வெகுவாக உட்கிரகித்து அறிந்துகொண்டு தேர்வை சுலபமாக எழுதி அதிக மதிப்பெண்களைப் பெற்று வெற்றியாளர்களாகும் விதத்தில், நமது வெற்றிக்கான இந்த வழிகாட்டி தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

ஆசிரியர்களுக்கு பாடம் நடத்துவதிலும், மாணவர்களுக்குக் கற்றுக் கொள்வதிலும் இந்த வழிகாட்டி துணையாக இருக்கும்.

அரசு பொதுத் தேர்வுக்கான **புதிய மதிப்பீட்டு முறையில் 100 மதிப்பெண்கள் வடிவமைப்பில், 90 மதிப்பெண்களுக்கான எழுத்துத் தேர்வின் வினாத்தாள் அடிப்படையில்** நமது வழிகாட்டி உருவாக்கப்பட்டுள்ளதால், தேர்வுகளை மிகச் சரியான விதத்தில் எதிர்கொள்ளலாம்.

நமது சுராவின் கணிதவியல் வழிகாட்டியில் இது போன்ற பல சிறப்பம்சங்கள் அடங்கியிருந்தாலும், மாணவர்கள் புரிந்துகொள்ள உதவிடும் ஆசிரியர்களின் பணியும் மகத்தானது என்பதை மறுப்பதற்கில்லை.

ஆசிரியர்களின் கற்றுத்தரும் பணியில் உறுதுணையாகவும், மாணவர்கள் பாடங்களைக் கற்கும் விதத்தில் ஊக்கம் தரும் வகையிலும் நமது வழிகாட்டி திகழும் என நம்புகிறோம்.

இறையருளை வேண்டுகிறோம். நலமே விளைக!

சுபாஷ் ராஜ், B.E., M.S.
- பதிப்பகத்தார்.

வாழ்த்துக்கள் !!!

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

www.surabooks.com

TO ORDER WITH US

SCHOOLS and TEACHERS:

We are grateful for your support and patronage to **'SURA PUBLICATIONS'**

Kindly prepare your order in your School letterhead and send it to us.

For Orders contact: 81242 01000 / 81243 01000

DIRECT DEPOSIT

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **36550290536**
Bank Name	: **STATE BANK OF INDIA**
Bank Branch	: Padi
IFSC	: SBIN0005083

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **21000210001240**
Bank Name	: **UCO BANK**
Bank Branch	: Anna Nagar West
IFSC	: UCBA0002100

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **6502699356**
Bank Name	: **INDIAN BANK**
Bank Branch	: Asiad Colony
IFSC	: IDIB000A098

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **1154135000017684**
Bank Name	: **KVB BANK**
Bank Branch	: Anna Nagar
IFSC	: KVBL0001154

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **13240200032412**
Bank Name	: **FEDERAL BANK**
Bank Branch	: Anna Nagar
IFSC	: FDRL0001324

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **50200031530945**
Bank Name	: **HDFC BANK**
Bank Branch	: Cenotaph Road, Teynampet
IFSC	: HDFC0001216

After Deposit, please send challan and order to our address.
email to : orders@surabooks.com / Whatsapp : 81242 01000.

For Google Pay : 98409 26027

For PhonePe : 98409 26027

DEMAND DRAFT / CHEQUE

Please send Demand Draft / cheque in favour of **'SURA PUBLICATIONS'** payable at **Chennai**.
The Demand Draft / cheque should be sent with your order in School letterhead.

STUDENTS :

Order via Money Order (M/O) to

SURA PUBLICATIONS
1620, 'J' Block, 16th Main Road, Anna Nagar, Chennai - 600 040.
Phone : 044-4862 9977, 044-4862 7755.
Mobile : 96001 75757 / 81242 01000 / 81243 01000.
email : orders@surabooks.com Website : www.surabooks.com

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

www.surabooks.com

பொருளடக்கம்

தொகுதி - I

அத்தியாயம்	பாடத் தலைப்புகள்	பக்க எண்
1.	கணங்கள், தொடர்புகள் மற்றும் சார்புகள்	1-29
2.	அடிப்படை இயற்கணிதம்	30-56
3.	முக்கோணவியல்	57-108
4.	சேர்ப்பியல் மற்றும் கணிதத் தொகுத்தறிதல்	109 -140
5.	ஈருறுப்புத் தேற்றம், தொடர்முறைகள் மற்றும் தொடர்கள்	141 -162
6.	இருபரிமாண பகுமுறை வடிவியல்	163 - 196

தொகுதி - II

அத்தியாயம்	பாடத் தலைப்புகள்	பக்க எண்
7.	அணிகளும் அணிக்கோவைகளும்	199 - 224
8.	வெக்டர் இயற்கணிதம்	225 - 250
9.	வகை நுண்கணிதம் எல்லைகள் மற்றும் தொடர்ச்சித் தன்மை	251 - 280
10.	வகை நுண்கணிதம் வகைமை மற்றும் வகையிடல் முறைகள்	281 - 306
11.	தொகை நுண்கணிதம்	307 - 338
12.	நிகழ்தகவு கோட்பாடு - ஓர் அறிமுகம்	339 - 354
அரையாண்டுத் தேர்வு - டிசம்பர் 2024 - 25 வினாத்தாள் விடைகளுடன்		355 - 362

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

பாடத்திட்டம்

அத்தியாயம்	பாடத் தலைப்புகள்	மாதம்
1.	கணங்கள், தொடர்புகள் மற்றும் சார்புகள்	ஜுன்
2.	அடிப்படை இயற்கணிதம் (2.1 - 2.5)	
2.	அடிப்படை இயற்கணிதம் (2.6 - 2.10)	ஜுலை
3.	முக்கோணவியல்	
4.	சேர்ப்பியல் மற்றும் கணிதத் தொகுத்தறிதல் (4.1 - 4.4)	
	முதல் இடைத் தேர்வு (ஜுன், ஜுலை)	
4.	சேர்ப்பியல் மற்றும் கணிதத் தொகுத்தறிதல் (4.5 - 4.6)	ஆகஸ்ட்
5.	ஈருறுப்புத் தேற்றம், தொடர்முறைகள் மற்றும் தொடர்கள்	
6.	இருபரிமாண பகுமுறை வடிவியல் (6.1 - 6.3)	
6.	இருபரிமாண பகுமுறை வடிவியல் (6.4 - 6.5)	செப்டம்பர்
	காலாண்டுத் தேர்வு (ஜுன் - செப்டம்பர்)	
7.	அணிகளும் அணிக்கோவைகளும்	அக்டோபர்
8.	வெக்டர் இயற்கணிதம்	
9.	வகை நுண்கணிதம் எல்லைகள் மற்றும் தொடர்ச்சித் தன்மை	நவம்பர்
10.	வகை நுண்கணிதம் வகைமை மற்றும் வகையிடல் முறைகள்	
	இரண்டாம் இடைத் தேர்வு (அக்டோபர், நவம்பர்)	
11.	தொகை நுண்கணிதம்	டிசம்பர்
12.	நிகழ்தகவு கோட்பாடு - ஓர் அறிமுகம்	
	அரையாண்டுத் தேர்வு (மொத்த அத்தியாயம்)	

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

தொகுதி - I

கணிதவியல்

www.surabooks.com

பொருளடக்கம்

தொகுதி - I

அத்தியாயம்	பாடத் தலைப்புகள்	பக்க எண்
1.	கணங்கள், தொடர்புகள் மற்றும் சார்புகள்	3-29
2.	அடிப்படை இயற்கணிதம்	30-56
3.	முக்கோணவியல்	57-108
4.	சேர்ப்பியல் மற்றும் கணிதத் தொகுத்தறிதல்	109 -140
5.	ஈருறுப்புத் தேற்றம், தொடர்முறைகள் மற்றும் தொடர்கள்	141 -162
6.	இரு பரிமாண பகுமுறை வடிவியல்	163 - 196

www.surabooks.com

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

01 கணங்கள், தொடர்புகள் மற்றும் சார்புகள்

புத்தக வினாக்கள்

பயிற்சி 1.1

1. கீழ்க்காண்பவைகளை பட்டியல் முறையில் எழுதுக.

(i) $\{x \in \mathbb{N} : x^2 < 121$ மற்றும் x ஒரு பகா எண்ணாகும்.$\}$

(ii) $(x-1)(x+1)(x^2-1)=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மிகை மூலங்களின் கணம்.

(iii) $\{x \in \mathbb{N} : 4x+9<52\}$

(iv) $\left\{x : \dfrac{x-4}{x+2} = 3, x \in \mathbb{R}-\{-2\}\right\}$

தீர்வு :

(i) $A = \{x \in \mathbb{N}, x^2 < 121$ மற்றும் x ஓர் பகா எண்$\}$ என்க.

$A = \{2, 3, 5, 7\}$.

(ii) $B = \{(x-1), (x+1), (x^2-1) = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மிகை மூலங்களின் கணம்$\}$ என்க.

$$(x-1)(x+1)(x+1)(x-1) = 0$$
$$(x+1)^2(x-1)^2 = 0$$
$$(x+1)^2 = 0 \text{ (அ) } (x-1)^2 = 0$$
$$x+1 = 0 \text{ (அ) } x-1 = 0$$
$$x = -1 \text{ (அ) } x = 1$$
$$x = 1, -1$$
$$B = \{1\}.$$

(iii) $C = \{x \in \mathbb{N}, 4x+9<52\}$ என்க.

$\Rightarrow C = \{x \in \mathbb{N}, 4x < 52-9\}$

$\Rightarrow C = \{x \in \mathbb{N}, 4x < 43\}$

$\Rightarrow C = \left\{x \in \mathbb{N}, x < \dfrac{43}{4}\right\}$

$\Rightarrow C = \{x \in \mathbb{N}, x < 10.75\}$

$\Rightarrow C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

(iv) $D = \left\{x, \dfrac{x-4}{x+2} = 3, x \in R - \{-2\}\right\}$ என்க.

$\Rightarrow D = \{x : x-4 = 3x+6, x \in \mathbb{R}\}$

$\Rightarrow D = \{x : -4-6 = 3x-x, x \in \mathbb{R}\}$

$\Rightarrow D = \{x : -10 = 2x, x \in \mathbb{R}\}$

$\Rightarrow D = \{x : x = -5, x \in \mathbb{R}\} \Rightarrow D = \{-5\}$.

2. $\{-1, 1\}$ எனும் கணத்தைக் கணக் கட்டமைப்பு முறையில் எழுதுக.

தீர்வு : $P = \{-1, 1\}$ என்க

$\Rightarrow$ $P = \{x \in \mathbb{R} : x$ என்பது $x^2-1=0$ -ன் தீர்வு$\}$.

$P = \{x \in \mathbb{R} : x^2 = 1\}$

3. கீழ்க்காண்பனவற்றுள் எவை முடிவுள்ள கணம், முடிவில்லாத கணம் என்பதனைக் குறிப்பிடுக.

(i) $\{x \in \mathbb{N} : x$ என்பது ஒரு இரட்டைப் படை பகா எண்$\}$.

(ii) $\{x \in \mathbb{N} : x$ என்பது ஒரு ஒற்றைப்படை பகா எண்$\}$.

(iii) $\{x \in \mathbb{Z} : x$ என்பது பத்தை விடக் குறைந்த இரட்டைப் படை எண்$\}$.

(iv) $\{x \in \mathbb{R} : x$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண்$\}$.

(v) $\{x \in \mathbb{N} : x$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண்$\}$.

தீர்வு :

(i) $A = \{x \in \mathbb{N}, x$ என்பது ஒரு இரட்டைப் படை பகா எண்$\}$ என்க,

$\Rightarrow A = \{2\} \Rightarrow A$ ஒரு முடிவுறு கணம்.

(ii) $B = \{x \in \mathbb{N}, x$ என்பது ஒரு ஒற்றைப் படை பகா எண்$\}$ என்க.

$\Rightarrow B = \{1, 3, 5, 7, 11......\}$ ஒரு முடிவுறா கணம்.

(iii) $C = \{x \in \mathbb{Z}, x$ என்பது பத்தை விடக் குறைந்த இரட்டைப்படை எண்$\}$ என்க.

$\Rightarrow C = \{-\infty \ldots -4. -2, 2, 4, 6, 8\}$ முடிவுறா கணம்.

(iv) $D = \{x \in \mathbb{R}$, என்பது ஒரு விகித முறு எண்$\}$ என்க.

$\Rightarrow D = \{$ விகித முறு எண்களின் கணம்$\}$ ஒரு முடிவுறா கணம்.

(v) $E = \{x \in \mathbb{N} : x$ ஒரு விகித முறு எண்$\}$

$\Rightarrow E = \left\{\dfrac{1}{1}, \dfrac{2}{1}, \dfrac{3}{1}, \dfrac{4}{1} \ldots\ldots\ldots\ldots\right\}$

$\Rightarrow E$ ஒரு முடிவுறா கணம்.

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

www.surabooks.com

4. பின்வருவனவற்றை, தகுந்த A,B,C கணங்களைக் கொண்டு சரிபார்க்கவும்.

(i) $A \times (B\cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.
(ii) $A \times (B\cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.
(iii) $(A \times B) \cap (B\times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$.
(iv) $C - (B - A) = (C \cap A) \cup (C \cap B')$.
(v) $(B - A) \cap C = (B \cap C) - A = B \cap (C - A)$.
(vi) $(B - A) \cup C = (B \cup C) - (A - C)$.

தீர்வு : (i) $A \times (B\cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
$A = \{1, 2, 3\}$
$B = \{4,5,6,7\}, C=\{4, 3, 5, 9\}$ எனக.
$L.H.S = A \times (B\cap C)$
$(B\cap C) = \{4, 5\}$
$A \times (B\cap C) = \{1, 2, 3\} \times \{4, 5\}$
$= \{(1,4), (1,5), (2,4), (2,5), (3,4), (3,5)\}$ ...(1)
$R.H.S = (A \times B) \cap (A\times C)$
$A\times B = \{1, 2, 3\}\times\{4, 5, 6, 7\}$
$= \{(1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (2,4), (2,5),(2,6), (2,7), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7)\}$
$A\times C = \{1,2,3\} \times\{4,3,5,9\}$
$= \{(1,4), (1,3), (1,5), (1,9), (2,4), (2,3),(2,5), (2,9), (3,4), (3,3), (3,5), (3,9)\}$
$(A \times B) \cap (A\times C) = \{(1,4), (1,5), (2,4), (2,5), (3,4), (3,5)\}$ ...(2)

∴ (1) மற்றும் (2) லிருந்து
L.H.S = R.H.S என நிரூபிக்கப்பட்டது.

(ii) $L.H.S = A \times (B\cup C)$
$B\cup C = \{4, 5, 6, 7\} \cup \{4,3,5,9\}$
$= \{3,4,5,6,7,9\}$
$A \times (B\cup C) = \{1,2,3\} \times \{3,4,5,6,7,9\}$
$= \{(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(1,7) (1,9),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6), (2,7), (2, 9), (3, 3), (3, 4), (3, 5),(3, 6), (3, 7), (3, 9)\}$ ...(1)
$R.H.S = (A \times B) \cup (A \times C)$
$A \times B = \{1, 2, 3\} \times \{4, 5, 6, 7\}$
$= \{(1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2,4), (2,5), (2,6),(2,7), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7)\}$
$A \times C = \{1, 2, 3\} \times \{4, 3, 5, 9\}$
$= \{(1,4), (1,3), (1,5), (1,9), (2,4), (2,3), (2,5), (2,9), (3,4), (3,3), (3,5), (3,9)\}$
$RHS = (A \times B) \cup (A \times C) = \{(1,3), (1,4), (1,5), (1 6), (1,7),(1,9),(2,3),(2,4),(2, 5), (2,6),(2,7),(2,9),(3,3),(3,4), (3,5),(3,6),(3,7),(3,9)\}$... (2)

∴ (1)மற்றும் (2) லிருந்து
LHS = RHS என நிரூபிக்கப்பட்டது.

(iii) $(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$
$A \times B = \{(1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7)\}$
$B \times A = \{(4, 1), (4. 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (7, 1), (7, 2), (7, 3)\}$
$L.H.S = (A \times B) \cap (B \times A) = \{\}$...(1)
$A \cap B = \{\}, B \cap A = \{\}$
$\therefore RHS = (A\cap B) \times (B \cap A) = \{\}$ ...(2)
∴ (1) மற்றும் (2) லிருந்து
LHS = RHS என நிரூபிக்கப்பட்டது.

(iv) $C - (B - A) = (C \cap A) \cup (C \cap B')$
$L.H.S = C - (B - A)$
$B - A = \{4, 5, 6, 7\} - \{1, 2, 3\}$
$= \{4, 5, 6, 7\}$
$C - (B - A) = \{3, 4, 5, 9\} - \{4, 5, 6, 7\}$
$= \{3, 9\}$ ...(1)
$R.H.S = (C \cap A) \cup (C \cap B')$
$C \cap A = \{3, 4, 5, 9\} \cap \{1, 2, 3\}= \{3\}$
$C \cap B' = \{3, 4, 5, 9\} \cap \{1, 2, 3, 8, 9\}$
$= \{3, 9\}$
$R.H.S = (C\cap A)\cup(C\cap B')=\{3,9\}$...(2)
∴ (1) மற்றும் (2) லிருந்து
LHS = RHS என நிரூபிக்கப்பட்டது.

(v) $(B - A) \cap C = (B \cap C) - A = B \cap (C - A)$
$B - A = \{4, 5, 6, 7\}$
$(B - A) \cap C = \{4, 5, 6, 7\} \cap \{3, 4, 5, 9\}$
$= \{4, 5\}$ ...(1)
$(B \cap C) - A = \{4, 5, 6, 7\} \cap \{3, 4, 5, 9\} - \{1, 2, 3\}$
$= \{4, 5\} - \{1, 2, 3\} =\{4, 5\}$ ...(2)
$B \cap (C - A) = \{4, 5, 6, 7\} \cap [\{3, 4, 5, 9\} - \{1, 2, 3\}]$
$= \{4, 5, 6, 7\} \cap \{4, 5, 9\}$
$= \{4, 5\}$ ...(3)
(1) = (2) = (3) என நிரூபிக்கப்பட்டது.

(vi) $(B - A) \cup C = (B \cup C) - (A - C)$
$L.H.S = (B - A) \cup C$
$B - A = \{4, 5, 6, 7\}$
$(B - A) \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ ...(1)
$RHS = (B \cup C) - (A - C)$
$B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 9\}$
$A - C = \{1, 2\}$
$(B \cup C) - (A - C) = \{3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ ...(2)
∴ (1) மற்றும் (2) லிருந்து
LHS = RHS என நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. "ஒரு கணத்திலுள்ள ஓர் உறுப்பு எப்பொழுதும் தன் கணத்திற்கே உட்கணமாக அமையாது" என்ற கூற்றின் உண்மைத்தன்மையை ஆராய்க.

தீர்வு : $P = \{a, b, c, d\}$
உட்கணங்கள் $P(A) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\}$
ஒரு கணத்திலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் அக்கணத்தின் உட்கணமாகும்.
எனவே கொடுக்கப்பட்ட கூற்று உண்மை அல்ல.

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

www.surabooks.com

6. $n(P(A)) = 1024$, $n(A\cup B) = 15$ மற்றும் $n(P(B)) = 32$ எனில், $n(A\cap B)$ காண்க.

தீர்வு :

$$n(P(A)) = 1024 = 2^{10}$$
$$n(P(A)) = 2^{n(A)}$$
$$\therefore n(A) = 10$$
$$n(P(B)) = 32 = 2^5$$
$$n(B) = 5$$
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$15 = 10 + 5 - n(A \cap B)$$
$$n(A \cap B) = 15 - 15 = 0.$$

7. $n(A\cap B) = 3$ மற்றும் $n(A\cup B) = 10$ எனில், $n(P(A\Delta B))$ காண்க. **[Qy. - 2018 & 2023; CRT- 2022]**

தீர்வு : A, B என்பன ஒன்றையொன்று வெட்டும் கணங்கள் எனில்

$$n(A\cup B) = n(A-B)+n(B-A)+n(A\cap B)$$
$$n(A-B)+n(B-A) = n(A\cup B) - n(A\cap B)$$
$$n(A\,\Delta\,B) = 10 - 3$$
$$\therefore n(A\Delta B) = 7$$
$$n[p(A\,\Delta\,B)] = 2^7 = 128.$$

8. A × A என்ற கணத்தில் 16 உறுப்புகள் உள்ளன. மேலும் அதிலுள்ள இரு உறுப்புகள் (1,3) மற்றும் (0,2) எனில் A-ன் உறுப்புகளைக் காண்க. **[Hy. - 2018; June-2019]**

தீர்வு : $A\times A$ -ல் 16 உறுப்புகள் உள்ளது எனில் A ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 4 ஆகும்.

$\Rightarrow n(A) = 4$

$A\times A$ -ல் உறுப்புகள் (1, 3), (0, 2) எனில்

A-ல் உள்ள உறுப்புகள் A= {0, 1, 2, 3} என இருக்கலாம்.

9. $n(A) = 3$ மற்றும் $n(B) = 2$ எனும் நிபந்தனைக்குட்பட்டு அமைந்துள்ள இரு கணங்கள் A, B ஆகும். $(x, 1)$, $(y, 2)$, $(z, 1)$ என்பவை $A\times B$ எனும் கணத்திலுள்ள சில உறுப்புகள் எனில், A,B கணங்களைக் காண்க. (இங்கு, x, y, z முற்றிலும் வேறுபட்ட உறுப்புகள்). **[Hy. - 2018]**

தீர்வு : $A\times B = \{(x, 1), (y, 2), (z, 1)\}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$n(A) = 3$, $n(B) = 2$ என்பதால்

$$n(A\times B) = 6$$
$$A\times B = \{(x, 1),(y, 2),(z, 1),(x, 2),(y, 1), (z, 2)\}$$
$$\Rightarrow \quad A = \{x, y, z\},\ B = \{1, 2\}.$$

10. A × A கணத்தில் 16 உறுப்புகள் உள்ளன. $S = \{(a,b) \in A\times A : a < b\}$ என்ற கணத்தில் உள்ள இரு உறுப்புகள் (−1, 2) மற்றும் (0, 1) எனில் S இல் உள்ள மீதமுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க. **[Qy. - 2018 & 2024; June- 2019; July- 2023 & 2024]**

தீர்வு :

$$n(A\times A) = 16 \Rightarrow n(A) = 4\,;$$
$$S = \{(a, b) \in A\times A\,;\, a < b\}$$
$$A = \{0, 1, 2, -1\}$$
$$A\times A = \{(0,0), (0,1), (0,2), (0,-1), (1,0), (1,1),(1,2),(1,-1), (2,0), (2,1),(2,2), (2,-1), (-1,0), (-1,1),(-1,2),(-1,-1)\}$$

$\therefore S = \{(0,1),(0,2),(1,2),(-1,0),(-1,1), (-1,2)\}$

$\therefore$ எஞ்சியுள்ள S-ன் உறுப்புகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ள (−1, 2), (0, 1) ஐத் தவிர்த்து

$= \{(0, 2), (1, 2), (-1, 0), (-1, 1)\}.$

பயிற்சி 1.2

1. கீழ்க்காணும் தொடர்புகளுக்கு தற்சுட்டு, சமச்சீர் மற்றும் கடப்பு ஆகியவற்றை பற்றி ஆராய்க.

(i) மிகை முழு எண்களில் தொடர்பு R ஆனது "n-ன் வகுத்தி m ஆக இருந்தால் mR n" என வரையறுக்கப்படுகிறது.

தீர்வு : மிகை முழு எண்களில் தொடர்பு R ஆனது "n-ன் வகுத்தி m ஆக இருந்தால் mRn".

தற்சுட்டு :

m ஆனது m ஆல் வகுபடும்பொழுது m என்பது அனைத்து மிகை முழுக்கள் ஆகும்.

$\therefore$ R என்பது தற்சுட்டுத் தொடர்பு ஆகும்.

சமச்சீர் தொடர்பு :

$m\,R\,n \Rightarrow n\,R\,m$

m ஆனது n -ன் வகுத்தி $\Rightarrow$ 4-ன் வகுத்தி $2 \neq 2$-ன் வகுத்தி 4

$\therefore$ R என்பது சமச்சீர் அல்ல.

கடப்புத் தொடர்பு :

$m\,R\,n,\ n\,R\,p \Rightarrow m\,R\,p$

m ஆனது n -ன் வகுத்தி, n ஆனது p -ன் வகுத்தி $\Rightarrow m$ ஆனது p -ன் வகுத்தி.

$\therefore$R ஒரு கடப்புத் தொடர்பு.

$\therefore$ R ஒரு தற்சுட்டு; சமச்சீர் அல்ல ; கடப்பு.

(ii) P என்பது தளத்திலுள்ள அனைத்து நேர்க்கோடுகளின் கணத்தைக் குறிப்பதாகக் கொள்க. தொடர்பு R என்பது "l ஆனது m-க்குச் செங்குத்தாக இருந்தால் lRm" என வரையறுக்கப்படுகிறது. **[Qy.- 2019]**

$l, m, n \in P$ என்க.

தற்சுட்டு:

l ஆனது l ற்கு செங்குத்தாக இருக்க முடியாது.

$\therefore\ l \not R\, l \Rightarrow$ R ஒரு தற்சுட்டு தொடர்பு அல்ல.

சமச்சீர் தொடர்பு:

$l\,R\,m \Rightarrow m\,R\,l$

l ஆனது m ற்குச் செங்குத்து

m ஆனது l ற்குச் செங்குத்து.

$\therefore$ R என்பது ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு.

கடப்புத் தொடர்பு:

$l\,R\,m$ மேலும் $m\,R\,n \neq l\,R\,n$

l ஆனது m ற்குச் செங்குத்து

m ஆனது n ற்குச் செங்குத்து

ஆனால் l ஆனது n ற்குச் செங்குத்து ஆக இருக்க முடியாது.

$\therefore$ R ஆனது ஒரு கடப்புத் தொடர்பு அல்ல.

$\Rightarrow$ R என்பது சமச்சீர் தொடர்பு மட்டுமே.

www.surabooks.com

(iii) A என்பது ஒரு குடும்பத்தின் உறுப்பினர்கள் அனைவரையும் கொண்ட கணமாகக் கருதுக. "a என்பவர் b-ன் சகோதரி இல்லையெனில் தொடர்பு R ஆனது aRb" என வரையறுக்கப்படுகிறது.

A என்பது ஒரு குடும்பத்தில் உறுப்பினர்கள் அனைவரையும் கொண்ட கணம்.

தொடர்பு R என்பது "a என்பவர் b -ன் சகோதரி இல்லை. $a, b, c \in$ A

தற்சுட்டு:

aRa $\Rightarrow$ a -ஆனது a-ன் சகோதரி ஆக இருக்க முடியாது.

$\therefore$ R ஒரு தற்சுட்டு தொடர்பு.

சமச்சீர் தொடர்பு :

aR$b \Rightarrow b$Ra

a ஆனது b -ன் சகோதரி அல்ல. b ஆனது a -ன் சகோதரி

$\therefore$ R ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு அல்ல.

கடப்புத் தொடர்பு :

aRb மற்றும் bR$c \Rightarrow a$Rc

a ஆனது b -ன் சகோதரி அல்ல.

b ஆனது c-ன் சகோதரி அல்ல.

$\Rightarrow a$ ஆனது c -ன் சகோதரி.

$\therefore$ R ஒரு கடப்புத் தொடர்பு அல்ல.

(iv) A என்பது ஒரு குடும்பத்தின் பெண் உறுப்பினர்கள் அனைவரையும் கொண்ட கணம் என்க. தொடர்பு R என்பது "a என்பவர் b-ன் சகோதரி இல்லையெனில் தொடர்பு R ஆனது aRb" என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$a, b, c \in$ A என்க

தற்சுட்டு:

a R $a \Rightarrow a$ ஆனது a -ன் சகோதரி அல்ல.

$\therefore$ R ஒரு தற்சுட்டு

சமச்சீர் தொடர்பு :

aR$b \Rightarrow b$Ra

a என்பது b -இன் சகோதரி அல்ல.

$\Rightarrow b$ என்பது a -இன் சகோதரி அல்ல.

$\therefore$ R ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு

கடப்புத் தொடர்பு :

aRb , bR$c \Rightarrow a$Rc

a ஆனவர் b -ன் சகோதரி அல்ல.

b ஆனவர் c -ன் சகோதரி அல்ல.

a ஆனவர் c -ன் சகோதரி ஆவார்.

(எடு) தாய் மகளின் சகோதரி அல்ல, மகள் சித்தியின் சகோதரி அல்ல, ஆனால் தாய் சித்தியின் சகோதரி.

$\therefore$ R என்பது கடப்பு தொடர்பு அல்ல.

$\therefore$ R ஒரு தற்சுட்டு மற்றும் சமச்சீர் மட்டுமே.

(v) அனைத்து இயல் எண்களின் கணத்தில் தொடர்பு R என்பது "$x + 2y = 1$" எனில் xRy என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$x, y \in \mathbb{N}$ என்க.

தற்சுட்டு :

$x \text{ R } x \Rightarrow x + 2x = 1 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \notin \mathbb{N}$

$\therefore$ R என்பது தற்சுட்டு தொடர்பு அல்ல.

சமச்சீர் தொடர்பு :

R ஒரு வெற்றுக்கணம்

$\therefore$ R ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு (வரையறையின் படி)

கடப்புத் தொடர்பு :

R ஒரு வெற்றுக்கணம்

$\therefore$ R ஒரு கடப்புத் தொடர்பு (வரையறையின் படி)

2. X = $\{a,b,c,d\}$ மற்றும் R = $\{(a,a), (b, b), (a,c)\}$ என்க. தொடர்பு R-ஐ (i) தற்சுட்டு (ii) சமச்சீர் (iii) கடப்பு (iv) சமானத் தொடர்பு என உருவாக்க R-உடன் சேர்க்கப்பட வேண்டிய குறைந்தபட்ச உறுப்புகளை எழுதுக. **[Qy. - 2023]**

தீர்வு : X = $\{a, b, c, d\}$

R = $\{(a, a), (b, b), (a, c)\}$

(i) R ஒரு தற்சுட்டு ஆக இருக்க (c, c), (d, d) R - ல் சேர்க்கப்பட வேண்டும்.

(ii) R ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு ஆக இருக்க R-ல் (c, a) இருக்க வேண்டும்.

(iii) R என்பது கடப்பு

$\therefore$ எதையும் சேர்க்க வேண்டியதில்லை

(iv) R ஒரு தற்சுட்டு, சமச்சீர், கடப்புத் தொடர்பு ஆக இருக்குமேயானால் அது ஒரு சமானத் தொடர்பு ஆகும்.

R-ல் இருக்க வேண்டிய குறைந்த பட்ச உறுப்புகள் $\{(c,c), (d, d), (c, a)\}$.

3. A = $\{a,b,c\}$ மற்றும் R = $\{(a,a), (b, b), (a,c)\}$ என்க. தொடர்பு R-ஐ (i) தற்சுட்டு (ii) சமச்சீர் (iii) கடப்பு (iv) சமானத் தொடர்பு என உருவாக்க R-உடன் சேர்க்க வேண்டிய குறைந்தபட்ச உறுப்புகளை எழுதுக. **[July- 2023]**

தீர்வு : (i) $\Rightarrow$ R = $\{(a, a), (b, b), (c, c)\}$ ஒரு தற்சுட்டு ஆக இருக்க முடியும்.

(c,c) என்ற உறுப்பு R -ல் சேர்க்கப்பட வேண்டும்.

(ii) R = $\{(a, a), (b, b), (a, c)\}$ உடன் (c,a) சேர்த்தால் அது ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு உடையதாகும்.

(iii) R = $\{(a, a), (b, a), (a, c)\}$ ஒரு கடப்புத் தொடர்பு ஆகும்.

(iv) R ஒரு சமானத் தொடர்பு ஆக இருக்க அது ஒரு தற்சுட்டு, சமச்சீர், கடப்பு தொடர்பு ஆக இருக்க வேண்டும்.

எனவே குறைந்த பட்ச உறுப்புகள் (c, c) மற்றும் (c, a).

4. ஒரு தளத்திலுள்ள அனைத்து முக்கோணங்களின் கணத்தை P என்போம். P-ல் R என்ற தொடர்பானது "a ஆனது bன் வடிவொத்ததாக இருப்பின் aRb" என வரையறுக்கப்படுகிறது. R என்பது சமானத் தொடர்பு என நிறுவுக.

www.surabooks.com

தீர்வு : P ஒரு தளத்திலுள்ள அனைத்து முக்கோணங்களின் கணம் என்க.

P -ல் R என்ற தொடர்பானது "a ஆனது b-ன் வடிவொத்தவையாக இருப்பின் aRb" என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$a, b, c \in$ P என்க.

தற்சுட்டு :

aR$a \Rightarrow a$ ஆனது a க்கு வடிவொத்தது. $a \in$ P

$\therefore$ R ஒரு தற்சுட்டு.

சமச்சீர் தொடர்பு :

aR$b \Rightarrow b$Ra a ஆனது b க்கு வடிவொத்தது.

b ஆனது a க்கு வடிவொத்தது. $a, b \in$ P

$\therefore$ R ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு.

கடப்புத் தொடர்பு :

aRb , bR$c \Rightarrow a$ R c

a ஆனது b க்கு வடிவொத்தது.

b ஆனது c க்கு வடிவொத்தது.

$\therefore$ a ஆனது c க்கு வடிவொத்தது.

$a, b, c \in$ P $\therefore$ R ஒரு கடப்புத் தொடர்பு

$\therefore$ R ஒரு சமானத் தொடர்பு ஆகும்.

5. இயல் எண்களில் கணத்தில் R என்பது "$2a$+$3b$=30 எனில் aRb" என வரையறுக்கப்படுகிறது. R-ல் உள்ள உறுப்புகளை எழுதுக. அது (i) தற்சுட்டு (ii) சமச்சீர் (iii) கடப்பு (iv) சமானத் தொடர்பா என்பதை சரிபார்க்க.

தீர்வு : இயல் எண்களின் கணத்தில் R என்பது "$2a + 3b = 30$ எனில் aRb" என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow 2a + 3b = 30$$
$$2a + 3b = 30$$
$$2a = 30 - 3b$$
$$a = \frac{30 - 3b}{2}$$

a	12	9	6	3
b	2	4	6	8

வரிசைச் சோடிகள் : (12, 2), (9, 4), (6, 6), (3, 8)

(i) **தற்சுட்டு :**

$(12, 12) \notin \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$ ஒரு தற்சுட்டு அல்ல.

(ii) **சமச்சீர் தொடர்பு :**

$(9, 4) \in \mathbb{R} \Rightarrow (4, 9) \notin \mathbb{R}$

$\therefore$ R ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு அல்ல.

(iii) **கடப்புத் தொடர்பு :**

தெளிவாக R என்பது கடப்பு தொடர்பு

[(i.e) (a, b) $(b, c) \notin$ R]

(iv) R ஒரு சமானத் தொடர்பாக இருக்க முடியாது.

6. சென்னையில் உள்ள மக்களின் கணத்தில் "நட்பு" ஒரு சமானத் தொடர்பன்று என்பதை நிரூபிக்க.

தீர்வு : $a, b, c \in$ P, P சென்னையில் உள்ள மக்களின் கணம்.

தற்சுட்டு :

a -ஆனது a க்கு நட்பு எனக்கூற இயலாது.

$\Rightarrow a \not{R}\, a \Rightarrow$ R ஒரு தற்சுட்டு அல்ல.

சமச்சீர் தொடர்பு :

a ஆனது b க்கு நட்பு $\Rightarrow a$ R b

b ஆனது a க்கு நட்பு $\Rightarrow b$ R a

$\therefore$ R ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு

கடப்புத் தொடர்பு :

a ஆனது b க்கு நட்பு $\Rightarrow a$ R b

b ஆனது c க்கு நட்பு $\Rightarrow b$ R c

a ஆனது c க்கு நட்பு ஆக இருக்க வேண்டியது இல்லை.

$\therefore$ R ஒரு கடப்புத் தொடர்பு அல்ல.

$\therefore$R ஒரு சமானத் தொடர்பன்று என நிரூபிக்கப்பட்டது.

7. இயல் எண்களில் கணத்தில் தொடர்பு R ஆனது "$a + b \le 6$ ஆக இருந்தால் aRb" என வரையறுக்கப் படுகிறது. R-ல் உள்ள உறுப்புகளை எழுதுக. அது (i) தற்சுட்டு (ii) சமச்சீர் (iii) கடப்பு (iv) சமானத் தொடர்பு என்பதை சரிபார்க்க.

தீர்வு : $a+b \le 6$, $a, b \in \mathbb{N}$, aRb என தொடர்புபடுத்தப்படுகிறது

$a + b \le 6 \Rightarrow a \le 6 - b$

a	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	5
b	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	1	2	1

$\therefore$ வரிசை சோடிகள் (1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5), (2, 1), (2, 2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (4,1), (4,2),(5, 1)

(i) **தற்சுட்டு :** $(4, 4) \notin \mathbb{R}$

$\therefore$ $\mathbb{R}$ ஒரு தற்சுட்டு அல்ல.

(ii) **சமச்சீர் தொடர்பு:**

$(1, 5) \in \mathbb{R} \Rightarrow (5, 1) \in \mathbb{R}, (2, 4) \in \mathbb{R} \Rightarrow (4, 2) \in \mathbb{R}$

$(1, 2) \in \mathbb{R} \Rightarrow (2, 1) \in \mathbb{R}, (1, 3) \in \mathbb{R} \Rightarrow (3, 1) \in \mathbb{R}$

$(1, 4) \in \mathbb{R} \Rightarrow (4, 1) \in \mathbb{R}, (2, 3) \in \mathbb{R} \Rightarrow (3, 2) \in \mathbb{R}$

$\therefore$ R ஒரு சமச்சீர்.

(iii) **கடப்புத் தொடர்பு:**

$(3, 1) \in \mathbb{R}$ மற்றும் $(1, 5) \in \mathbb{R} \Rightarrow (3, 5) \notin$ R

$\therefore$ $\mathbb{R}$ ஒரு கடப்புத் தொடர்பு அல்ல ;

(iv) $\mathbb{R}$ ஒரு சமானத் தொடர்பு அல்ல.

8. A = {a,b,c} என்க. A-ன் மீதான மிகச்சிறிய செவ்வெண்மையுடைய சமானத் தொடர்பு என்ன? A-ன் மீதான மிகப் பெரிய செவ்வெண்மையுடைய சமானத் தொடர்பு என்ன?

தீர்வு : A = {a, b, c} என்க.

(i) R = {(a, a), (b, b), (c,c)}

R ஒரு தற்சுட்டு, சமச்சீர் மற்றும் கடப்புத் தொடர்பு

$\therefore$ R ஒரு சமானத் தொடர்பு ஆகும்.

n(R) = Aன் மீதான மிகச்சிறிய செவ்வெண்மை உடைய சமானத் தொடர்பு $\Rightarrow n(\text{R}) = 3$

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

www.surabooks.com

(ii) R = {(a, a), (a , b), (a, c), (b, b), (b, a), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c) } என்க

R ஒரு தற்சுட்டு $\because (a, a), (b, b), (c, c) \in \mathbb{R}$

R ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு

$\because (a, b) \in \mathbb{R} \Rightarrow (b, a) \in \mathbb{R}$

$(b, c) \in \mathbb{R} \Rightarrow (c, b) \in \mathbb{R}, (c, a) \in \mathbb{R} \Rightarrow (a, c) \in \mathbb{R}$

R ஒரு கடப்புத் தொடர்பு

$\because (a, b), (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in \mathbb{R}$

$\therefore$ R என்பது A-ன் மீதான மிகப்பெரிய செவ்வெண்மையுடைய சமானத் தொடர்பு ஆகும்.

$\therefore n(R) = 9.$

9. $\mathbb{Z}$ ல் "$m - n$ ஆனது 7 ஆல் வகுபடுமெனில் mRn" எனத் தொடர்பு R வரையறுக்கப்பட்டால் R என்பது சமானத் தொடர்பு என நிரூபிக்க. [Sep.-2020]

தீர்வு : $m - m = 0$

$m - m$ ஆனது 7 ஆல் வகுபடும் $\Rightarrow m \text{ R } m$

$\therefore$ R ஒரு தற்சுட்டு.

$m \text{ R } n$ எனில் $m - n = 7k, k \in \mathbb{Z}$

$n - m = 7(-k), -k \in \mathbb{Z}$

$\therefore$ R ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு.

$m\text{R}n, n\text{R}p \Rightarrow m - n = 7k \Rightarrow m = 7k + n$

$n - p = 7l \Rightarrow -p = 7l - n$

$\therefore m - p = 7k + \cancel{n} + 7l - \cancel{n}$

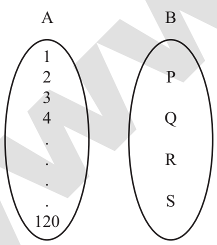
$m = p + 7(K+l) \Rightarrow m \text{ R } p$

$\therefore$ R ஒரு கடப்புத் தொடர்பு ; $\therefore$ R ஒரு சமானத் தொடர்பு

பயிற்சி 1.3

1. ஒரு பள்ளியில் பதினோராம் வகுப்பில் 4 பிரிவுகளில் மொத்தம் 120 மாணவர்கள் படிக்கின்றனர். மாணவர்களின் கணம் A மற்றும் பிரிவுகளின் கணம் B என்க. "x என்ற மாணவர் y பிரிவிலிருந்தால் x ஆனது y உடன் தொடர்புடையது" என வரையறுக்கப்படுகிறது. இத்தொடர்பு சார்பாகுமா? இதன் நேர்மாறு தொடர்பு பற்றி விளக்குக.

தீர்வு : $n(A) = 120, n(B) = 4$



P, Q, R, S என்பன 4 வகுப்புகள் என்க.

xRy என்பது x என்பவர் y வகுப்பைச் சார்ந்தவர் என்ற தொடர்பைக் குறிக்கிறது.

A உள்ள ஒவ்வொருவரும் B-ல் உள்ள ஏதேனும் ஒரு வகுப்புடன் தொடர்புபடுத்தப் படுகின்றனர்

$\therefore$ இது ஒரு சார்பு ஆகும்.

$\Rightarrow$ A$\rightarrow$ B ஒரு சார்பு

ஆனால் f^{-1} : B $\rightarrow$ A ஒரு சார்பு ஆகாது.

ஏனென்றால் ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் 1 க்கு மேற்பட்ட மாணவர்களைக் கொண்டிருப்பதால் B $\rightarrow$ A ஒரு சார்பாகாது.

2. $$f(x) = \begin{cases} -x+4 & ; \quad -\infty < x \le -3 \\ x+4 & ; \quad -3 < x < -2 \\ x^2 - x & ; \quad -2 \le x < 1 \\ x - x^2 & ; \quad 1 \le x < 7 \\ 0 & ; \text{ மற்ற இடங்களில்} \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்படின் $-4, 1, -2, 7, 0$ ஆகியவற்றில் f - ன் மதிப்புகளைக் காண்க.

[Hy. - 2019 & 2023; Aug. - 2022; April - 2023; Qy. - 2023 & 2024]

தீர்வு :
$$\begin{aligned} f(-4) &= 4 + 4 = 8 \\ f(1) &= 1 - 1^2 = 0 \\ f(-2) &= (-2)^2 - (-2) = 4 + 2 = 6 \\ f(7) &= 0 \\ f(0) &= 0^2 - 0 = 0 \\ \therefore f(-4) &= 8, f(1) = 0, f(-2) = 6 \\ f(7) &= 0, f(0) = 0. \end{aligned}$$

3. $$f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 5 & ; \quad x \in (-\infty, 0) \\ x^2 + 3x - 2 & ; \quad x \in (3, \infty) \\ x^2 & ; \quad x \in (0, 2) \\ x^2 - 3 & \text{ மற்ற இடங்களில்} \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்படின் $-3, 5, 2, -1, 0$ ஆகியவற்றில் f-ன் மதிப்புகளைக் காண்க. [First Mid- 2018; Hy.- 2019] [Sep.-2021; CRT- 2022; Mar. & July - 2024]

தீர்வு :
$$\begin{aligned} \therefore f(-3) &= (-3)^2 + (-3) - 5 = 9 - 8 = 1 \\ f(5) &= 5^2 + 3(5) - 2 = 25 + 15 - 2 = 38 \\ f(2) &= 2^2 - 3 = 4 - 3 = 1 \\ f(-1) &= (-1)^2 + (-1) - 5 = -5 \\ f(0) &= 0^2 - 3 = -3. \\ \therefore f(-3) = 1, f(5) &= 38, f(2) = 1, f(-1) = -5, \\ f(0) &= -3. \end{aligned}$$

4. கீழ்க்காணும் தொடர்புகள் சார்புகளா? என்பதனைச் சோதிக்கவும். சார்புகள் எனில் அவை ஒன்றுக்கொன்றா மற்றும் மேற்கோர்த்தலா எனச் சோதிக்கவும். சார்பு இல்லை எனில் காரணம் கூறவும்.

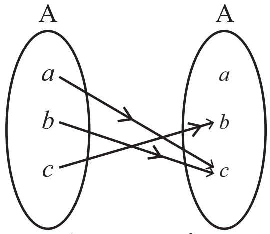
(i) A = {a, b, c} மற்றும் f = {(a, c), (b, c), (c, b)}; (f : A $\rightarrow$ A)

(ii) X = {x, y, z} மற்றும் f = {(x, y), (x, z), (z, x)}; (f : X $\rightarrow$ X)

www.surabooks.com

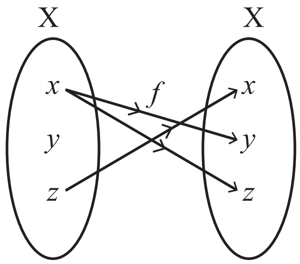
தீர்வு :

(i) $A = \{a, b, c\}; f; A \to A$



இது ஒரு சார்பு ஆனால் ஒன்றுக் கொன்றான சார்பு அல்ல.

(ii) $X = \{x, y, z\}, f = \{(x,y)\ (x,z),\ (z,x)\}; f : X \to X$



f ஒரு சார்பு அல்ல.

ஏனென்றால் $x \in X$ற்கு இரண்டு நிழல் உறுப்புக்கள் உள்ளன $(x,y)\ (x,z)$.

5. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{a, b, c, d\}$ எனில் பின்வரும் ஒவ்வொன்றிற்கும் $A \to B$ க்கு ஒரு சார்பு உதாரணமாகத் தருக.

(i) ஒன்றுக்கொன்றும் அல்ல மற்றும் மேற்கோர்த்தலும் அல்ல.

(ii) ஒன்றுக்கொன்று அல்ல ஆனால் மேற்கோர்த்தல்.

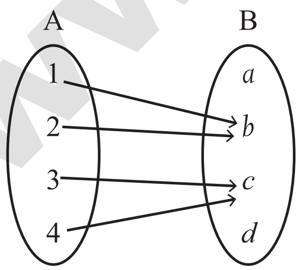
(iii) ஒன்றுக்கொன்று ஆனால் மேற்கோர்த்தல் அல்ல.

(iv) ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் மேற்கோர்த்தல்.

தீர்வு :

(i) $A = \{1, 2, 3, 4\}$
$B = \{a, b, c, d\}$

(i)



துணை சார்பகம் $= \{a, b, c, d\}$

வீச்சகம் $= \{b, d\}$

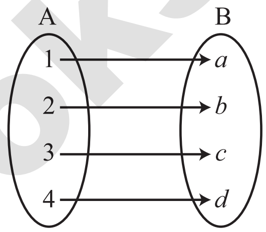
சார்பகத்தில் உள்ள இரு உறுப்புகள், ஒரு உறுப்புடன் தொடர்பு கொண்டுள்ளது. எனவே ஒன்றுக்கொன்றும் அல்ல.

மேலும் துணை சார்பகத்தில் a, c-க்கு முன் பிம்பம் இல்லை. எனவே மேற்கோர்த்தலும் இல்லை.

(ii) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ எனில் $f : A \to B$ ஒரு சார்பு அல்ல. ஒரு சார்பு மேற்கோர்த்தல் எனில் அது ஒன்றுக் கொன்றாக இருத்தல் வேண்டும். ஆனால் ஒன்றுக்கொன்று அல்ல என்பதால் இது சார்பாக இருக்க முடியாது.

(iii) $f : A \to B$ ஒன்றுக்கொன்று எனில் A உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் B -ல் ஒவ்வொரு உறுப்புடனும் தொடர்பு படுத்தப்பட்டிருக்க வேண்டும். அப்படி இருக்கும் பொழுது அது மேற்கோர்த்தல் ஆகும். எனவே ஒன்றுக்கொன்று ஆனால் மேற்கோர்த்தல் அல்ல என்பது ஒரு சார்பாகாது.

(iv)



$f = A \to B$

$f = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$

வெவ்வேறு உறுப்புகள் வெவ்வேறு நிழல் உறுப்புக்களைக் கொண்டுள்ளன. எனவே இது ஒரு ஒன்றுக் கொன்றான சார்பு.

இங்கு துணை மதிப்பகம் $B = \{a, b, c, d\}$

வீச்சகம் $= \{a, b, c, d\} = B$

$\therefore f$ ஒரு மேற்கோர்த்தல்

$\therefore f$ ஒரு ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் மேற்கோர்த்தல்

6. $\dfrac{1}{1 - 2\sin x}$ என்ற சார்பின் சார்பகத்தைக் காண்க.

[Hy.. - 2019; Sep.-2020; Mar. - 2024]

தீர்வு : $f(x) = \dfrac{1}{1 - 2\sin x}$

பகுதி $= 0$ எனில் $1 - 2\sin x = 0$

$\Rightarrow \quad 1 = 2\sin x$

$\Rightarrow \quad \therefore \sin x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \dfrac{\pi}{6}$

$\Rightarrow \quad x = n\pi + (-1)^n \dfrac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$

$(\because \sin x = \sin \alpha \Rightarrow x = n\pi + (-1)^n \alpha, n \in \mathbb{Z})$

f -ன் சார்பகம் $= R - \left\{n\pi + (-1)^n \dfrac{\pi}{6}\right\}, n \in \mathbb{Z}$

7. $f(x)=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{x^2-9}}$ **என்ற சார்பின் மீப்பெரு சார்பகத்தைக் காண்க.**

தீர்வு : $f(x) = \dfrac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{x^2-9}}$

$x = 2$ எனில் $f(x) = \dfrac{\sqrt{4-2^2}}{\sqrt{2^2-9}} = \dfrac{\sqrt{0}}{\sqrt{-5}} = \dfrac{0}{\sqrt{-5}} = 0$

$x = -2$ எனில் $f(x) = \dfrac{\sqrt{4-(-2)^2}}{\sqrt{(-2)^2-9}} = \dfrac{0}{\sqrt{-5}} = 0$

x-ன் மற்ற எல்லா மதிப்புகளுக்கும் குறை எண்களின் வர்க்க மூலமாக கிடைப்பதால் அது சார்பாகாது.

எனவே மீப்பெரு சார்பகம் $= \phi$

8. $\dfrac{1}{2\cos x - 1}$ **என்ற சார்பின் வீச்சகத்தைக் காண்க.** [Govt. MQP- 2018; April- 2023]

தீர்வு : $\dfrac{1}{2\cos x - 1}$ -ன் வீச்சகம் $-1 \le \cos x \le 1$

$\Rightarrow -2 \le 2\cos x \le 2$

$\Rightarrow -2-1 \le 2\cos x - 1 \le 2-1$

$\Rightarrow -3 \le 2\cos x - 1 \le 1$

$\Rightarrow \dfrac{-1}{3} \ge \dfrac{1}{2\cos x - 1} \ge \dfrac{1}{1} \Rightarrow \dfrac{-1}{3} \ge f(x) \ge 1$

$\therefore f(x)$ -ன் வீச்சகம் $\left(-\infty, -\dfrac{1}{3}\right] \cup [1, \infty)$

9. $xy = -2$ **எனும் தொடர்பு தகுந்த சார்பகத்தில் ஒரு சார்பு எனக் காட்டுக. அதன் சார்பகம் மற்றும் வீச்சகம் காண்க.**

தீர்வு : $xy = -2$ என்ற தொடர்பில் $x = \dfrac{-2}{y}$

$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \dfrac{-2}{y_1} = \dfrac{-2}{y_2} \Rightarrow \dfrac{1}{y_1} = \dfrac{1}{y_2} \Rightarrow y_1 = y_2$

f ஆனது ஒரு ஒன்றுக்கொன்று சார்பு.

0 என்ற உறுப்பிற்கு நிழல் உரு கிடையாது.

$\therefore$ சார்பகம் $= R - \{0\}$

வீச்சகம் $= R - \{0\}$.

10. $f(x) = |x| + x$ **மற்றும்** $g(x) = |x| - x$ **என** $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **வரையறுக்கப்படின்** gof **மற்றும்** fog **காண்க.** [Mar.-2020]

தீர்வு : $f(x) = |x| + x = \begin{cases} x+x=2x, & x\ge 0 \\ -x+x=0, & x<0 \end{cases}$

$g(x) = |x| - x = \begin{cases} x-x=0, & x\ge 0 \\ -x-x=-2x, & x<0 \end{cases}$

$fog(x) = f(g(x)) = \begin{cases} f(0) & \text{எனில் } x \ge 0 \\ f(-2x) & \text{எனில் } x < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow fog(x) = \begin{cases} 2\times 0 = 0 & \text{எனில் } x \ge 0 \\ 0 & \text{எனில் } x < 0 \end{cases}$

$gof(x) = g(f(x)) = \begin{cases} g(2x) & \text{எனில் } x\ge 0 \\ g(0) & \text{எனில் } x<0 \end{cases}$

$\Rightarrow gof(x) = \begin{cases} 0 & \text{எனில் } x\ge 0 \\ 0 & \text{எனில் } x<0 \end{cases}$

$\Rightarrow gof(x) = 0, x \in \mathbb{R}$

11. f, g, h **என்பன** $\mathbb{R}$**-ல் வரையறுக்கப்பட்ட மெய்மதிப்புச் சார்புகளெனில்,** $(f+g)\,oh = f\,o\,h + g\,o\,h$ **என நிரூபிக்க. மேலும்** $f\,o\,(g+h)$ **பற்றி என்ன கூற இயலும்? தகுந்த காரணங்களுடன் விடை தருக.**

தீர்வு : f, g, h என்பன R -ன் சார்புகள் என்க. $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

(i) $(f+g)\,oh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$foh + goh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}$

$[(f+g)oh](x) = (f+g)\,h(x)$

$= f(h(x)) + g(h(x))$

$= foh(x) + goh(x)$

$\therefore (f+g)\,oh = foh + goh$

(ii) $fo\,(g+h) = f[(g+h)(x)], x \in \mathbb{R}$

$= f[g(x) + h(x)]$

$= fog(x) + foh(x)$.

12. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **என்ற சார்பு** $f(x) = 3x - 5$ **என வரையறுக்கப்படின் அது ஒரு இருபுறச் சார்பு என நிரூபித்து அதன் நேர்மாறு காண்க.** [Govt. MQP & Qy. - 2018]

தீர்வு : $y = 3x - 5$ என்க.

$y + 5 = 3x \Rightarrow x = \dfrac{y+5}{3} \Rightarrow g(y) = \dfrac{y+5}{3}$

$gof(x) = g(f(x)) = g(3x-5) = \dfrac{3x - 5 + 5}{3} = \dfrac{3x}{3} = x$

$fog(y) = f(g(y)) = f\left(\dfrac{y+5}{3}\right) = 3\left(\dfrac{y+5}{3}\right) - 5$

$= y + 5 - 5 = y$

எனவே $gof(x) = I_x$

$fog(y) = I_y$

இங்கு I என்பது சமனிச் சார்பு

$\Rightarrow f, g$ இரண்டும் இருபுறச் சார்பாகும். அவை ஒன்றுக்கொன்று நேர்மாறாகும்.

எனவே f ஓர் இருபுறச் சார்பு. $f^{-1}(y) = \dfrac{y+5}{3}$

y-ற்கு பதில் x-ஐ பிரதியிட $f^{-1}(x) = \dfrac{x+5}{3}$ என கிடைக்கும்.

13. ஒரு மனிதனின் தசைகளின் எடை W ஆனது அவரது உடல் எடை x-ன் சார்பாக அமைகிறது. மற்றும் $W(x) = 0.35x$ எனவும் குறிப்பிடப்படுகிறது. எனில், இச்சார்பின் சார்பகத்தை தீர்மானிக்கவும். [Qy. - 2023]

www.surabooks.com

தீர்வு : $W(x) = 0.35\,x,\ W(0) = 0,\ W(1) = 0.35,\ W(2) = 7,\ W(\infty) = \infty$

x என்பது உடல் எடையை குறிப்பதால், இது நேர்மறையான எண்களை மட்டுமே எடுக்கும்.

$$\therefore W = W \to R^+$$

எனவே கணமானது முழு எண்ணின் தொகுப்பாகும் (அல்லது) $x > 0$

14. மேலிருந்து கீழே விழும் ஒரு பொருளின் உயரம், t நேரத்தைப் பொறுத்துச் சார்பாக, $s(t) = -16\,t^2$ என அமைகிறது. இச்சார்பினை வரைபடமாகக் கொண்டு ஒன்றுக்கொன்றா எனத் தீர்மானிக்கவும்.

தீர்வு : $s(t) = -16\,t^2$

$s(t_1) = s(t_2) \Rightarrow -16\,t_1^2 = -16\,t_2^2$

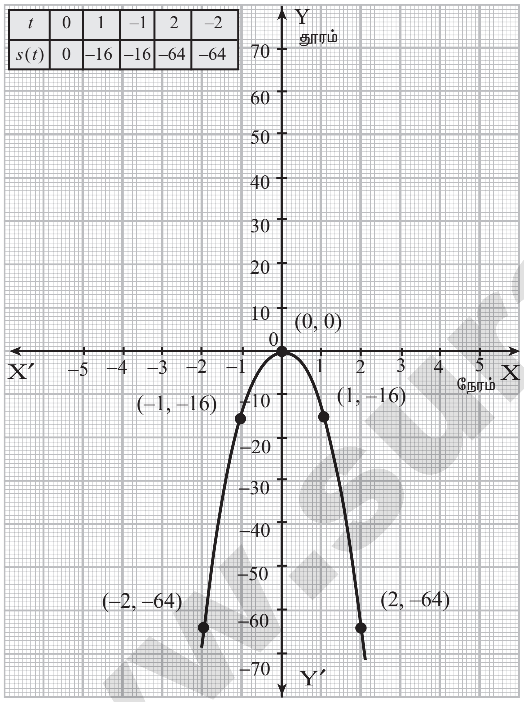
$\Rightarrow t_1^2 = t_2^2 \Rightarrow \pm t_1 = \pm t_2$

$s(t_1) = s(t_2) \neq t_1 = t_2$

$\therefore$ இந்த சார்பு ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு அல்ல.

$s(t) = -16\,t^2$

t	0	1	–1	2	–2
$s(t)$	0	–16	–16	–64	–64



15. ஒரு குறிப்பிட்ட வான்வழிப் பயணக் கட்டணமானது, அடிப்படை வானூர்திக் கட்டணம் (ரூபாயில்) C உடன் எரிபொருள் கூடுதல் கட்டணம் S உள்ளடக்கியது. C மற்றும் S ஆகிய இரண்டுமே வான் தொலைவு அளவு mஆல் அமைகிறது. மேலும் $C(m) = 0.4m + 50$ மற்றும் $S(m) = 0.03m$ எனில் வான் தொலைவு அளவு ரீதியாக ஒரு பயணச் சீட்டின் மொத்தக் கட்டணத்தினை m-ன் சார்பாக எழுதுக. மேலும் 1600 வான் தொலைவு மைல்களுக்கான பயணச் சீட்டின் தொகையைக் காண்க.

தீர்வு : வானூர்திக் கட்டணம்

$C(m) = 0.4m + 50$

எரிபொருள் கட்டணம் $S(m) = 0.03m$

வானூர்தி பயணக் கட்டணம் $= C(m) + S(m)$

$\therefore f(x) = 0.4\,m + 50 + 0.03\,m$

$= 0.43\,m + 50$

$m = 1600$ மைல்கள்

$\therefore 1600$ மைல்கள் வான்தொலைவு பயணச்சீட்டின் கட்டணம் $= 0.43 \times 1600 + 50 =$ ₹738.

16. ஒரு விற்பனை பிரதிநிதியின் ஆண்டு வருமானத்தைக் குறிக்கும் சார்பு $A(x) = 30,000 + 0.04x$. இங்கு x என்பது அவர் விற்கும் பொருளின் விலைமதிப்பை ரூபாயாகக் குறிக்கின்றது. விற்பனைத் துறையில் உள்ள அவர் மகனின் வருமானம் $S(x) = 25,000 + 0.05x$ எனும் சார்பாகக் குறிக்கப்படுகிறது எனில், $(A + S)(x)$ காண்க. மேலும் ₹1,50,00,000 மதிப்புள்ள பொருட்களை அவர்களிருவரும் தனித்தனியே விற்றால் குடும்ப மொத்த வருமானத்தினைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு : $A(x) = 30,000 + 0.04x$

$S(x) = 25,000 + 0.05x$ தரப்பட்டுள்ளது.

$\therefore (A + S)\,x = 30,000 + 0.04x + 25,000 + 0.05\,x$

$= 55,000 + 0.09x$

$(A + S)(x) = 55,000 + 0.09$ (₹1,50,00,000)

$= 55,000 + 13,50,000 = 14,05,000$

குடும்ப மொத்த வருமானம் = ₹14,05,000.

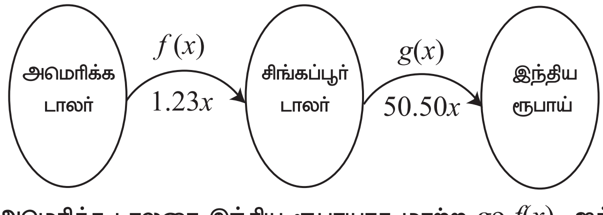
17. அமெரிக்க டாலரை சிங்கப்பூர் டாலராக ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் பண மதிப்பு மாற்றம் செய்யும் சார்பு $f(x) = 1.23x$ ஆகும். இங்கு x என்பது அமெரிக்க டாலர்களின் எண்ணிக்கை ஆகும். அதே நாளில் இந்திய ரூபாய்க்கு சிங்கப்பூர் டாலரை மற்றும் சார்பு $g(y) = 50.50y$, இங்கு y என்பது சிங்கப்பூர் டாலர்களின் எண்ணிக்கை ஆகும். இந்திய ரூபாயின் அடிப்படையில் அமெரிக்க டாலரின் நாணயப் பரிவர்த்தனை விகிதத்தை வழங்கும் சார்பினை எழுதுக.

தீர்வு : $f(x) = 1.23x$

x என்பது அமெரிக்க டாலரின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

$g(y) = 50.50y$

y என்பது சிங்கப்பூர் டாலரின் எண்ணிக்கையை குறிக்கும்.



அமெரிக்க டாலரை இந்திய ரூபாயாக மாற்ற $go\,f(x)$ –ஐக் காண வேண்டும்.

$\therefore gof\,(x) = g(f(x)) = g\,(1.23x)$

$= 50.50\,(1.23x) = 62.115\,x$

$\therefore$ இந்திய ரூபாயின் அடிப்படையில் அமெரிக்க டாலரின் நாணய பரிவர்த்தனை விகிதத்தின் சார்பு.

$\Rightarrow gof(x) = 62.115\,x.$

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

18. ஒரு சிறிய உணவகத்தின் உரிமையாளர் ₹100 செலவில் ஒரு குறிப்பிட்ட உணவைத் தயாரிக்க முடியும். உணவு வகைப் பட்டியலின்படி அந்த உணவின் விலை x என நிர்ணயித்தால், அந்நாளில் அவ்வுணவைப் பெறும் வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை D(x) = 200 − x என்ற சார்பாக அமைகிறது. அந்த உணவைப் பொறுத்து அவருடைய அன்றைய வருமானம், மொத்தச் செலவு மற்றும் லாபம் ஆகியவற்றை x-ன் சார்பாக அமைக்கவும்.

தீர்வு : வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை $= 200 - x$

ஒரு உணவின் விலை $= ₹100$

மொத்த செலவு $= ₹100\,(200-x)$

ஒரு உணவின் மூலம் கிடைக்கும் வருமானம் $= x$

மொத்த வருமானம் $= ₹\; x\,(200-x)$

இலாபம் = வருமானம் − செலவு

$= ₹\; x\,(200-x) - 100\,(200-x)$

19. பாரன்ஹீட்டிலிருந்து செல்சியஸ் வெப்பநிலைக்கு மாற்றும் சார்பு $y = \frac{5x}{9} - \frac{160}{9}$ எனில், y-ன் நேர்மாறு சார்பினைக் காண்க. நேர்மாறு சார்பும் ஒரு சார்பு எனவும் காண்க.

தீர்வு :

$$f(x) = \frac{5x-160}{9} \Rightarrow y = \frac{5x}{9} - \frac{160}{9}$$

$$9y = 5x - 160 \Rightarrow 5x = 9y + 160$$

$$\Rightarrow x = \frac{9y+160}{5} \Rightarrow g(y) = \frac{9y+160}{5}$$

$$gof(x) = g[f(x)] = g\left(\frac{5x-160}{9}\right) = \frac{\cancel{9}\left(\frac{5x-160}{\cancel{9}}\right)+160}{5}$$

$$= \frac{5x - \cancel{160} + \cancel{160}}{5} = \frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} = x$$

$$fog(y) = f(g(y)) = f\left(\frac{9y+160}{5}\right)$$

$$= \frac{\cancel{5}\left[\frac{9y+160}{\cancel{5}}\right]-160}{9} = \frac{9y + \cancel{160} - \cancel{160}}{9} = \frac{\cancel{9}y}{\cancel{9}} = y$$

எனவே $gof(x) = \text{I}\,(x)$

$fog\,(x) = \text{I}\,(y)$

$\Rightarrow f, g$ என்பன இருபுறச் சார்பாகும்.

அவை ஒன்றுக்கொன்று நேர்மாறாகும்.

$$\therefore f^{-1}(y) = \frac{9y+160}{5}$$

$y = x$ எனப் பிரதியிட

$$f^{-1}(x) = \frac{9x+160}{5} = \frac{9x}{5} + 32$$

20. ஒரு சாதாரண சங்கேத மொழியில் ஓர் உருவினை மாற்றியமைக்க எண்ணால் எழுதப் பயன்படுத்தப்படும் சார்பு $f(x) = 3x - 4$ இச்சார்பின் நேர்மாறினையும், அந்நேர்மாறு ஒரு சார்பு என்பதையும் காண்க. அவை $y = x$ என்ற நேர்க்கோட்டில் சமச்சீர் உடையது என்பதை வரைந்து காண்க.

தீர்வு : $f(x) = 3x - 4$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$y = 3x - 4 \Rightarrow y + 4 = 3x$ என்க.

$$\Rightarrow x = \frac{y+4}{3}\;;\; g(y) = \frac{y+4}{3} \text{ என்க}$$

$$gof(x) = g\,(f(x)) = g(3x-4)$$

$$= \frac{3x - \cancel{4} + \cancel{4}}{3} = \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = x$$

$$fog(y) = f\left(g(y)\right) = f\left(\frac{y+4}{3}\right)$$

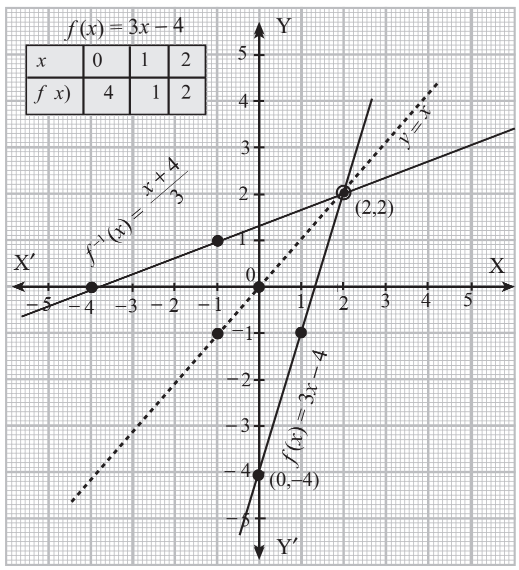
$$= \cancel{3}\left(\frac{y+4}{\cancel{3}}\right) - 4 = y + 4 - 4 = y$$

எனவே $gof(x) = \text{I}_x$ மற்றும் $fog(y) = \text{I}_y$

$\Rightarrow$ f-ம், g-ம் இருபுறச் சார்பாகும். அவை ஒன்றுக்கொன்று நேர்மாறாகும். எனவே f ஒரு இருபுறச் சார்பு.

$$f^{-1}(y) = \frac{y+4}{3}$$

y -ஐ x ஐக் கொண்டு எழுத $f^{-1}(x) = \frac{x+4}{3}$



www.surabooks.com

$f^{-1}(x) = \dfrac{x+4}{3}$

x	-4	2	5
$f^{-1}(x)$	0	2	3

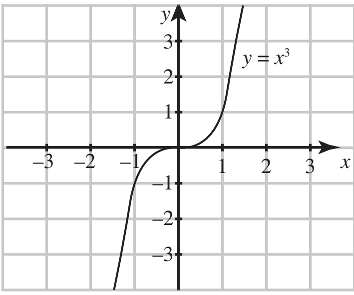
எனவே $y = f^{-1}(x)$ –ன் வரைபடம் f வரைபடத்தின் நேர்மாறாகும். அந்த சார்பு $y = x$ ஆகும்.

பயிற்சி 1.4

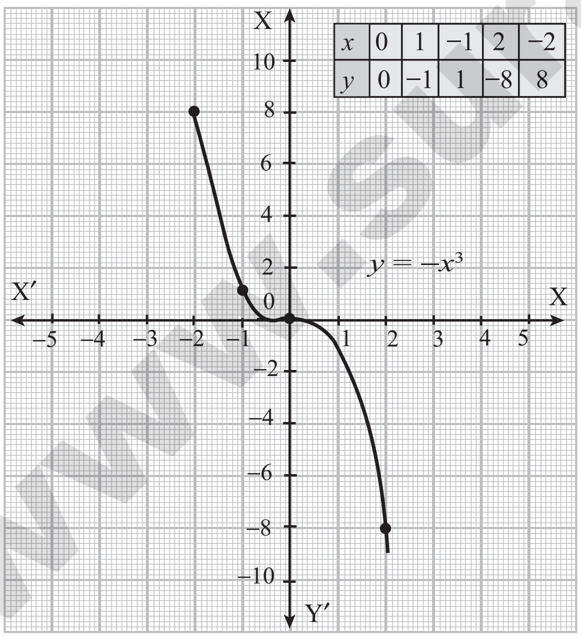
1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் $y = x^3$ என்ற வளை வரையின் படத்தினைப் பயன்படுத்தி அச்சு மதிப்பு மாறாமல் ஒரே தளத்தில் கீழ்க்காணும் சார்புகளை வரைக.

(i) $y = -x^3$ **[Qy. - 2019]** **(ii)** $y = x^3 + 1$

(iii) $y = x^3 - 1$ **(iv)** $y = (x+1)^3$



தீர்வு : (i) $y = -x^3$



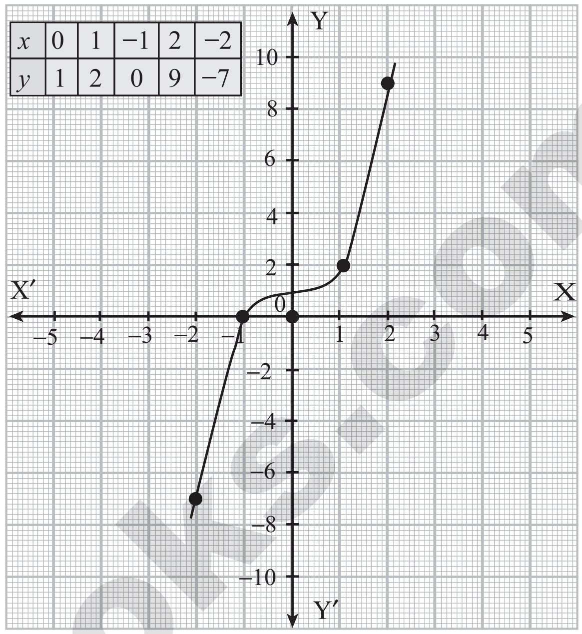
x	0	1	-1	2	-2
y	0	-1	1	-8	8

$y = f(x) = x^3$

$y = -f(x) = -x^3$

இது $y = f(x)$ –ன் x ஐப் பொறுத்து நேர்மாறு வரைபடம் ஆகும்.

(ii) $y = x^3 + 1$ **[Qy. - 2019]**



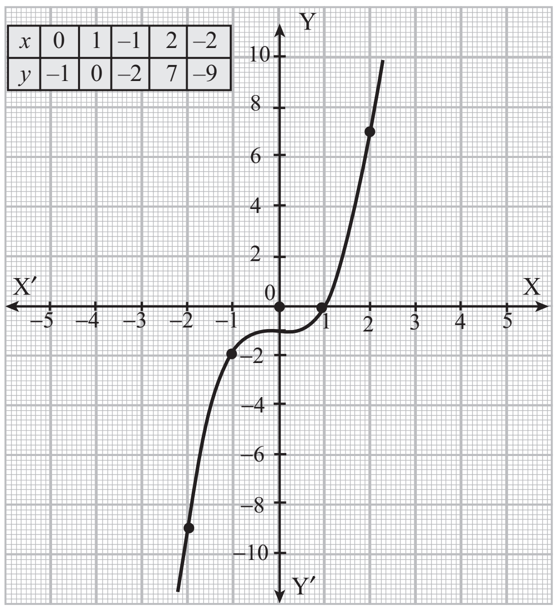
x	0	1	-1	2	-2
y	1	2	0	9	-7

$f(x) = x^3$

$y = f(x) + 1$

இது $f(x)$ –ன் வரைபடத்தில் ஓரலகு மேல்நோக்கி நகர்வால் கிடைப்பது ஆகும்.

(iii) $y = x^3 - 1$



x	0	1	-1	2	-2
y	-1	0	-2	7	-9

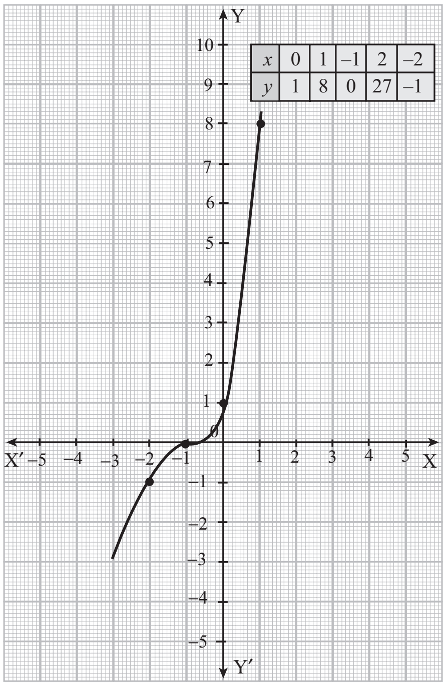
$f(x) = x^3$

$y = f(x) - 1$

இந்த வரைபடம் $f(x)$ –ன் வரைபடத்தில் ஓரலகு கீழ்நோக்கி நகர்வால் கிடைப்பது ஆகும்.

www.surabooks.com

(iv) $y = (x+1)^3$ [அ.மா.வி - 2018]



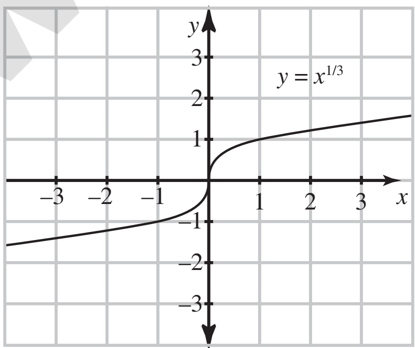
$f(x) = x^3$

$y = (x+1)^3$ இதன் வரைபடம் $f(x)$ வரைபடத்தை ஓரலகு இடப்பக்க நகர்வால் கிடைக்கப் பெறுவது ஆகும்.

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் $y = -x^{\left(\frac{1}{3}\right)}$ என்ற வளை வரையைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்காணும் சார்புகளை ஒரேதளத்தில் வரைக.

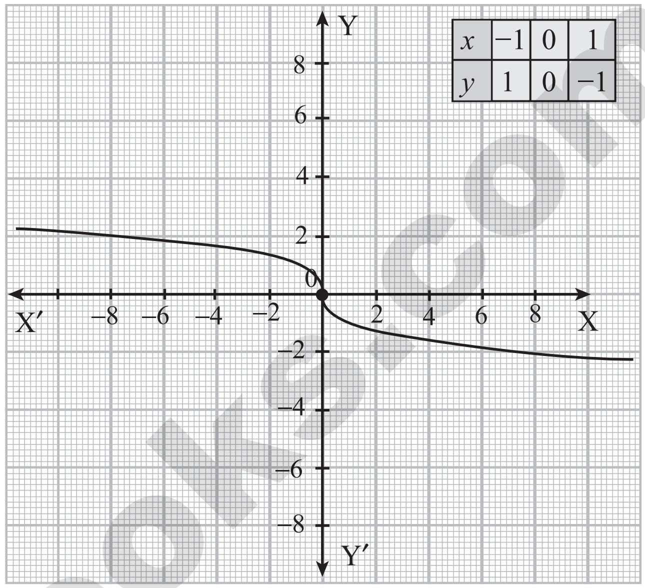
(i) $y = -x^{\left(\frac{1}{3}\right)}$ **(ii)** $y = -x^{\left(\frac{1}{3}\right)} + 1$

(iii) $y = -x^{\left(\frac{1}{3}\right)} - 1$ **(iv)** $y = (x+1)^{\left(\frac{1}{3}\right)}$



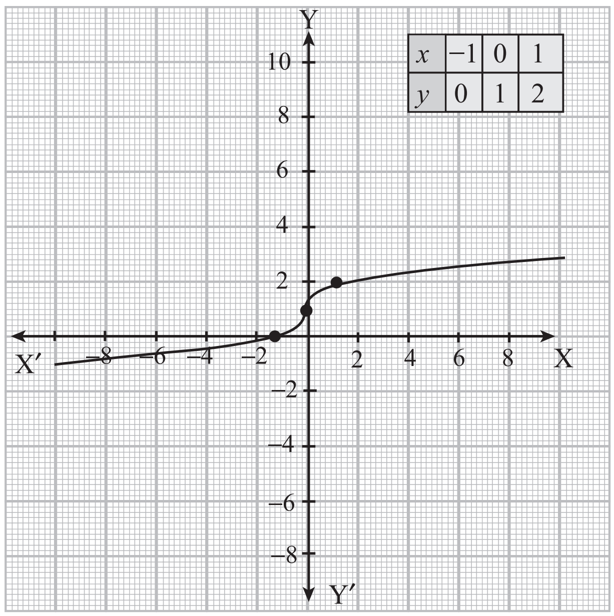
தீர்வு :

(i) $y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)}$



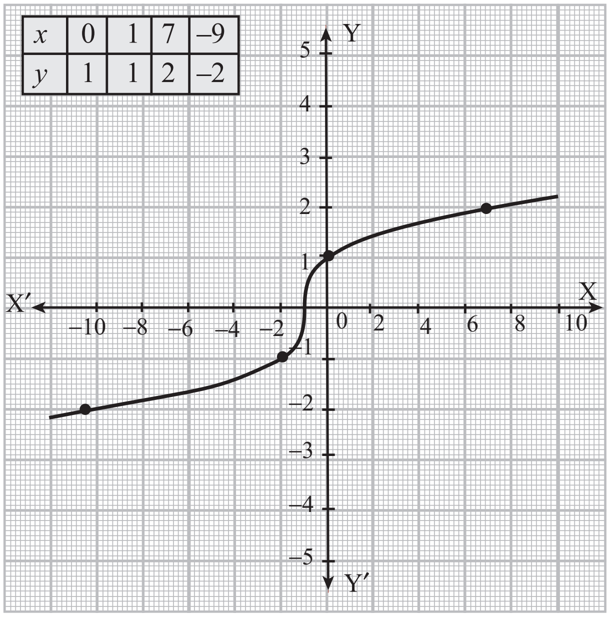
$y = -x^{\left(\frac{1}{3}\right)}$ என்பது x அச்சினைப் பொறுத்து $y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)}$ -ன் பிரதிபலிப்பு ஆகும்.

(ii) $y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)} + 1$



$y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)} + 1$ என்பது $y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)}$ வரைபடத்தை ஓரலகு மேல் நோக்கி நகர்வால் கிடைக்கப்பெறுவது ஆகும்.

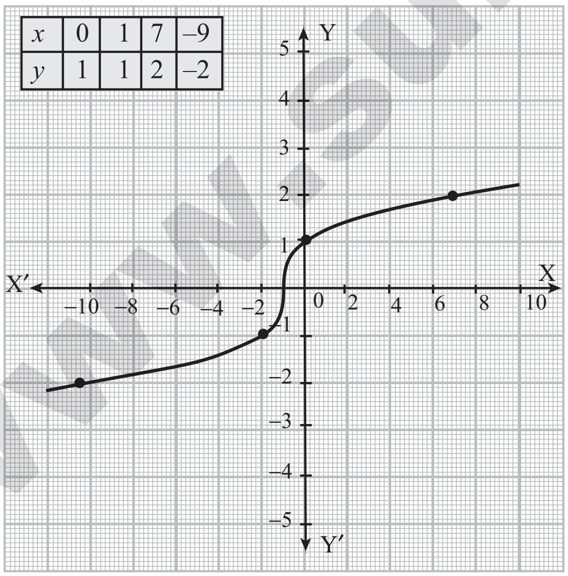
(iii) $y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)} - 1$



x	0	1	7	–9
y	1	1	2	–2

$y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)} - 1$ ன் வரைபடம் $x^{\left(\frac{1}{3}\right)}$ வரைபடத்தை ஓரலகு கீழ்நோக்கி நகர்வால் கிடைக்கப் பெறுவதாகும்.

(iv) $y = (x+1)^{\left(\frac{1}{3}\right)}$



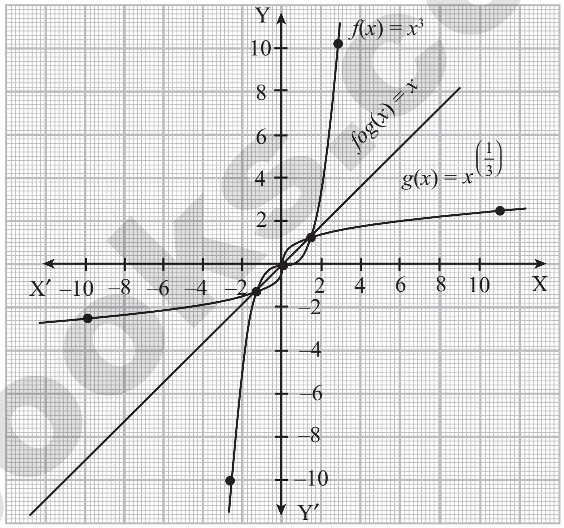
x	0	1	7	–9
y	1	1	2	–2

இதன் வரைபடம் $y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)}$ வரைபடத்தை ஓரலகு தூரம் கிடைமட்டமாக இடப்பக்கம் நோக்கி நகர்த்துகிறது.

3. ஒரே தளத்தில் $f(x) = x^3$ மற்றும் $g(x) = \sqrt[3]{x}$ சார்புகளை வரைபடமாக்குக. fog -ஐ கணித்து அதே தளத்தில் வரைபடமாக்குக. முடிவுகளை ஆய்வு செய்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்டது : $f(x) = x^3 \quad g(x) = x^{\frac{1}{3}}$

இப்பொழுது $fog\,(x) = f(g(x)) = f\left(x^{\frac{1}{3}}\right) = (x^3)^{\frac{1}{3}} = x$



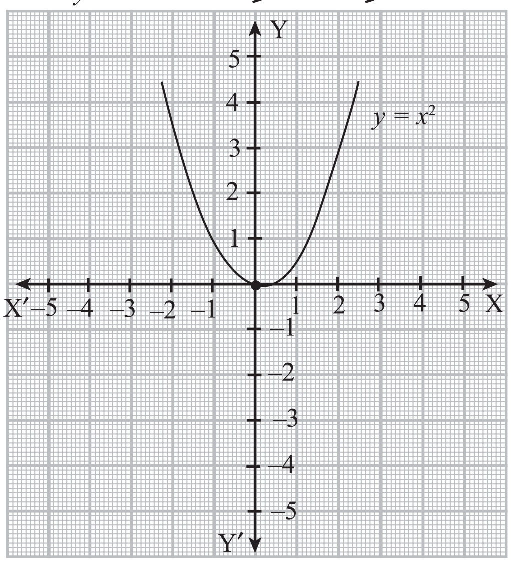
$fog\,(x) = x$ ஆனது $y = x$ நேர்க்கோட்டைப் பொறுத்து சமச்சீராக இருக்கும். $g(x)$ ஆனது $f(x)$ –ன் நேர் மாறாகும்.

$\therefore\ g(x) = f^{-1}(x)$

4. $y = x^2$ என்ற வளைவரையிலிருந்து $y = 3\,(x-1)^2 + 5$ என்ற வளைவரையை காணும் படிநிலைகளை எழுதுக.

தீர்வு : படி 1

$y = x^2$ யின் வரைபடம் வரைக.



www.surabooks.com

படி 2 : $y = (x-1)^2$, ஓரலகு வலது புறத்தில் நகர்த்தப்பட்டு வரையப்படுகிறது.

படி 3 : $y = 3(x-1)^2$ - ன் வரைபடம் y -அச்சை நோக்கி அழுத்தப்பட்டு அதாவது x அச்சிலிருந்து விலகுவதால் வரையப்படுகிறது. ஏனென்றால் $(x-1)^2$ ஆனது 3 ஆல் பெருக்கப்பட்டு பெறப்படுகிறது. $[3 > 1]$

படி 4 : $y = 3(x-1)^2 + 5$-ன் வரைபடம் 5 அலகுகள் மேல்நோக்கி நகர்வதால் பெறப்படுகிறது.

5. **$y = \sin x$ என்ற சார்பினை வரைந்து அதன் மூலம்**

(i) $y = \sin(-x)$ **(ii)** $y = -\sin(-x)$

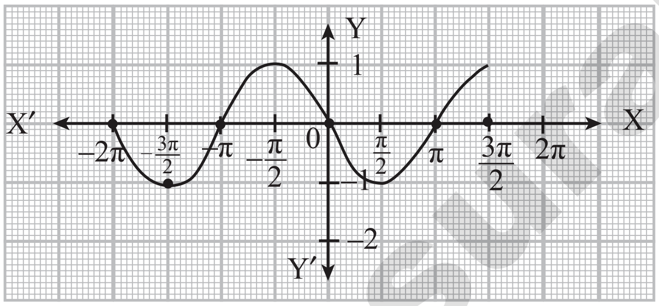
(iii) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$ **(iv)** $y = \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

ஆகியவற்றை வரைக. (இங்கு (iii), (iv), என்பவை cos x என்பது முக்கோணவியல் மூலம் தெரிந்து கொள்ளலாம்).

தீர்வு :

(i) $y = \sin(-x)$

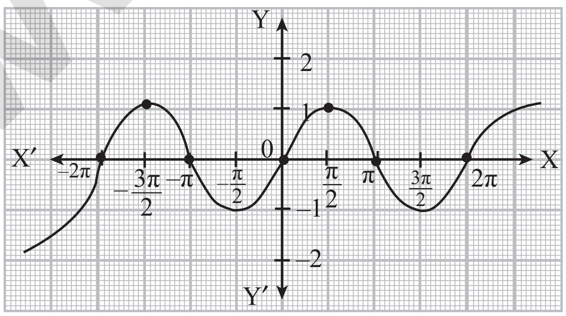
x	-2π	$-3\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	π	$3\frac{\pi}{2}$
y	0	-1	0	-1	0	1



$y = -\sin x$-ன் வரைபடம் $y = \sin x$- வரைபடத்தின் y - அச்சை பொறுத்த பிரதிபலிப்பு வரைபடமாகும்.

(ii) $y = -\sin(-x)$

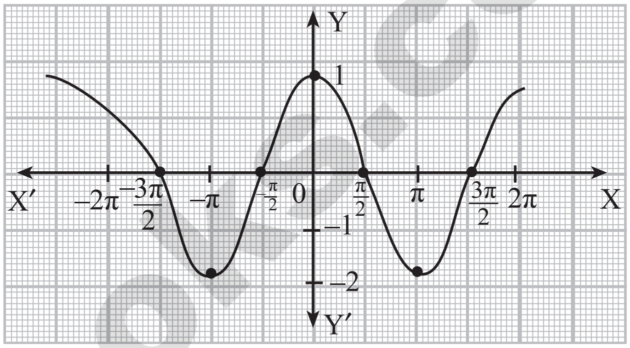
x	-2π	$-3\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$3\frac{\pi}{2}$	2π
y	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0



$y = -\sin(-x)$-ன் வரைபடம் x அச்சைப் பொறுத்து $\sin(-x)$ ன் பிரதிபலிப்பு வரைபடமாகும்.

(iii) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$

x	-2π	$-3\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$3\frac{\pi}{2}$	2π
y	1	0	-1	0	1	0	-1	0	1

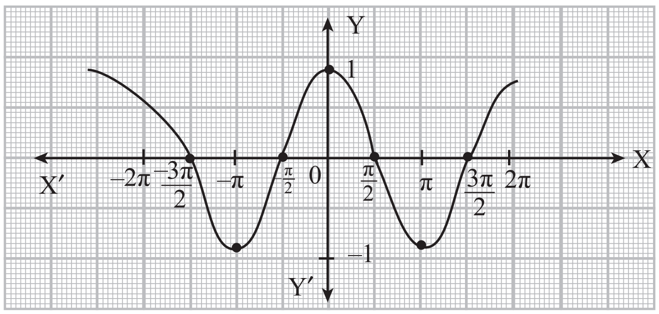


$\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$-ன் வரைபடம் $\sin x$ வரைபடத்தை $\frac{\pi}{2}$ அலகுகள் இடப்பக்க நகர்வினால் பெறப்படுகிறது.

இவ்வரைபடம் $\cos x$-ஐ குறிக்கிறது.

(iv) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

x	-2π	$-3\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$3\frac{\pi}{2}$	2π
y	1	0	-1	0	1	0	-1	0	1



$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ -ன் வரைபடம் $\sin(-x)$-ன் வரைபடத்தை $\frac{\pi}{2}$ அலகுகள் வலப்பக்க நகர்வினால் பெறப்படுகிறது.

இவ்வரைபடம் $\cos x$-ஐ குறிக்கிறது.

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

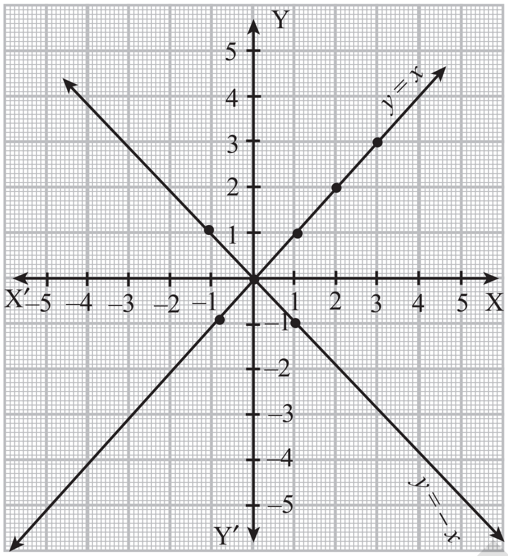
6. $y = x$ **என்ற நேர்கோட்டின் மூலம்**

(i) $y = -x$ **(ii)** $y = 2x$

(iii) $y = x + 1$ **(iv)** $y = \frac{1}{2}x + 1$

(v) $2x + y + 3 = 0$ **ஆகியவற்றைத் தோராயமாக வரைக.**

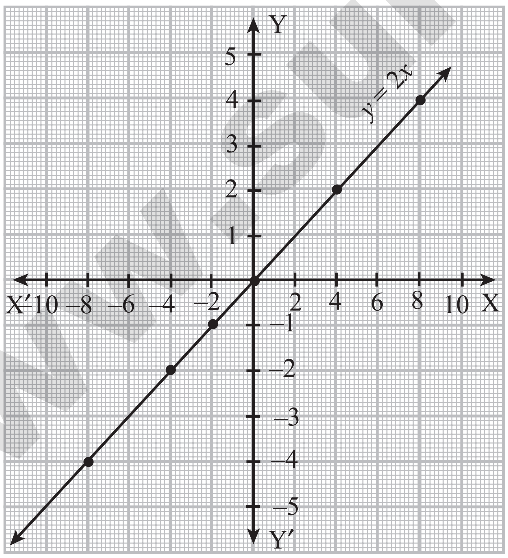
தீர்வு : (i) $y = -x$



$y = -x$ -ன் வரைபடம்

$y = x$ வரைபடத்தின் x அச்சை ஒத்த பிரதிபலிப்பு ஆகும்.

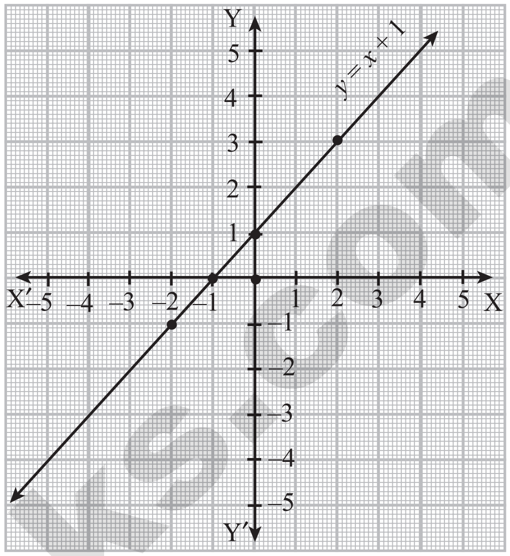
(ii) $y = 2x$



$y = 2x$ என்பது y அச்சை நோக்கி அழுத்தப்படுவதால் வரையப்படுகிறது. ஏனென்றால் இங்கு பெருக்கும் காரணி 2

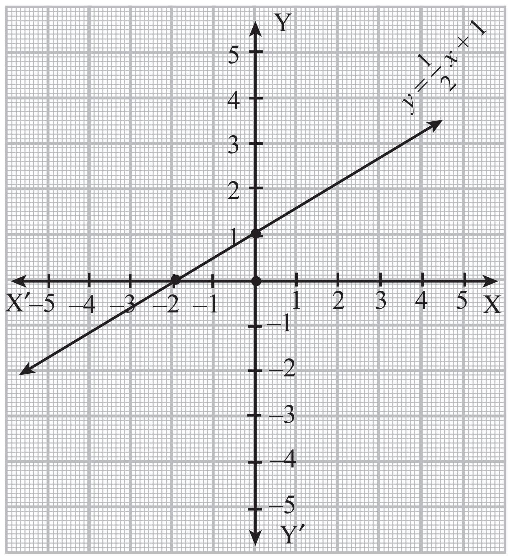
$\because 2 > 1$

(iii) $y = x + 1$



$y = x + 1$ வரைபடம் ஓர் அலகு மேல்நோக்கி நகர்வதால் பெறப்படுகிறது.

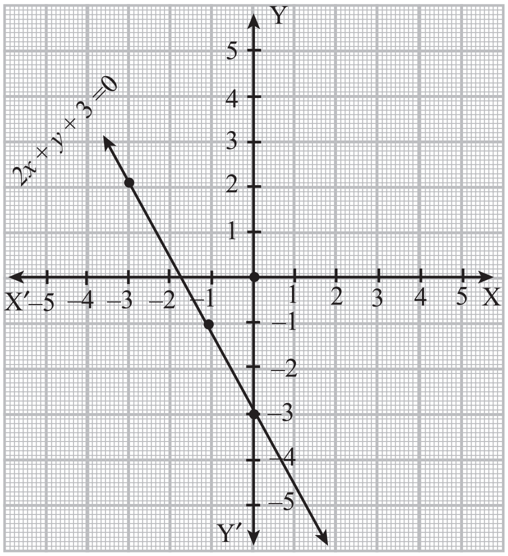
(iv) $y = \frac{1}{2}x + 1$



வரைபடம் x அச்சை நோக்கி பெறப்படுகிறது ஏனென்றால் பெருக்கப்படும் காரணி $\frac{1}{2} < 1$ மேலும் ஓரலகு மேல் நோக்கி நகர்வதால் பெறப்படுகிறது.

www.surabooks.com

(v) $2x + y + 3 = 0 \Rightarrow y = -2x - 3$



வரைபடம் $-2 < 1$

$\therefore$ x அச்சை நோக்கி 3 அலகுகள் கீழ்நோக்கி நகர்வதால் பெறப்படுகிறது.

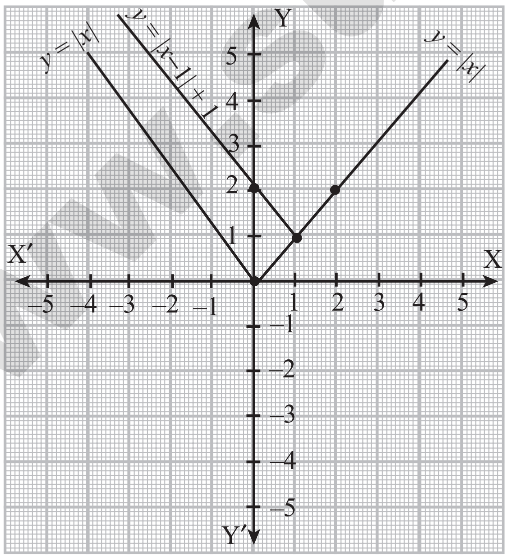
7. $y = |x|$ என்ற வளைவரையின் மூலம்

(i) $y = |x - 1| + 1$ (ii) $y = |x + 1| - 1$

(iii) $y = |x + 2| + 3$ ஆகியவற்றை வரைக.

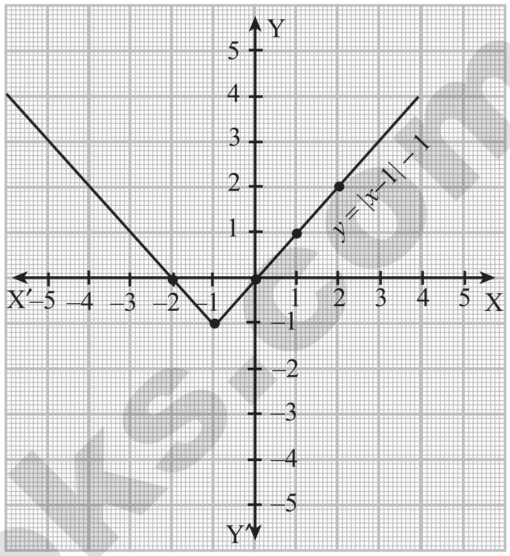
தீர்வு :

(i) $y = |x - 1| + 1$



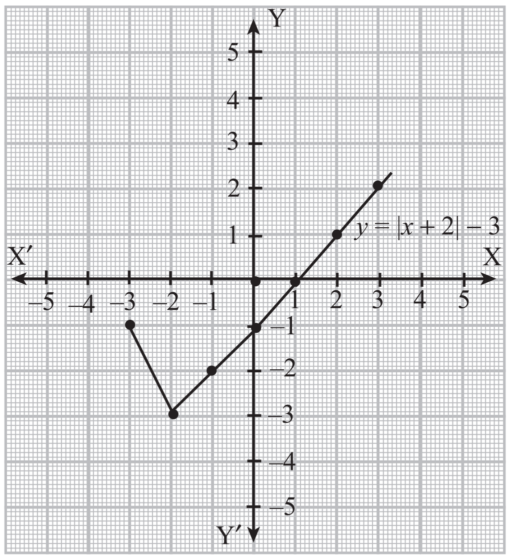
வரைபடம் ஓரலகு வலப்புறமாக மேல்நோக்கி நகர்வதால் பெறப்படுகிறது.

(ii) $y = |x + 1| - 1$



வரைபடம் ஓரலகு இடப்புறமாக கீழ்நோக்கி நகர்வதால் பெறப்படுகிறது.

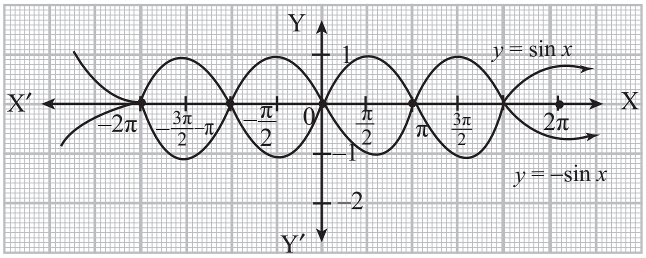
(iii) $y = |x + 2| - 3$



வரைபடம் 2 அலகுகள் இடது புறமாக மற்றும் 3 அலகுகள் கீழ்ப்புறமாக நகர்த்துவதால் பெறப்படுகிறது.

8. **$y = \sin x$ என்ற வளைவரை மூலம் $y = \sin|x|$ என்பதன் வரைபடத்தை வரைக. [இங்கு $\sin(-x) = -\sin x$].**

தீர்வு : $y = \sin|x|$ **[June - 2019]**



$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \qquad \therefore \sin|x| = \begin{cases} \sin x & x \geq 0 \\ -\sin x & x < 0 \end{cases}$$

$y = \sin(-x)$ என்ற வரைபடமானது $-\sin x$ வரைபடத்தின் பிரதிபலிப்பாகும்.

பயிற்சி 1.5

சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.

1. **A = $\{(x, y): y = e^x, x \in \mathbb{R}\}$ மற்றும் B = $\{(x, y): y = e^{-x}, x \in \mathbb{R}\}$ எனில், $n(A \cap B)$ என்பது** **[Hy. - 2019]** **[First Mid- 2018]**

(1) ∞ (2) 0 (3) 1 (4) 2

குறிப்பு : $A = \{(0,1)\ (1, e)\ (2, e^2)...\}$ **[விடை : (3) 1]**

$B = \{(0,1)\ (1, e^{-1})\ (2, e^{-2})...\} \Rightarrow n(A \cap B) = (0, 1) = 1$

2. **A = $\{(x, y) : y = \sin x, x \in \mathbb{R}\}$ மற்றும் B = $\{(x, y) : y = \cos x, x \in \mathbb{R}\}$ எனில், A∩B-ல்**

[Govt. MQP- 2018; Mar.-2020; Aug.- 2022]

(1) உறுப்புகளில்லை
(2) எண்ணிலடங்கா உறுப்புகள் உள்ளன
(3) ஒரே ஒரு உறுப்பு உள்ளது
(4) தீர்மானிக்க இயலாது

[விடை : (2) எண்ணிலடங்கா உறுப்புகள் உள்ளன**]**

3. **A = {0,–1, 1, 2} எனும் கணத்தில் $|x^2 + y^2| \leq 2$ எனுமாறு xRy ஆக வரையறுக்கப்பட்ட தொடர்பு R எனில், கீழ்க்கண்டவற்றில் எது சரியானது?** **[Hy. - 2023]**

(1) R = {(0,0),(0,–1),(0,1),(–1,0),(–1,1),(1,2), (1,0)}
(2) R^{-1} = {(0, 0), (0,–1), (0, 1), (–1, 0), (1, 0)}
(3) R-ன் சார்பகம் {0,–1, 1, 2}
(4) R-ன் வீச்சகம் {0,–1, 1}

[விடை : (4) R- வீச்சகம் {0,–1, 1}**]**

குறிப்பு : $R = |x^2 + y^2| \leq 2$ = (0, 0)(0, –1) (0,1) (–1,0) (–1,–1) (–1,1) (1,0) (1,–1) (1,1) (2,0)}

∴ வீச்சகம் = {0, –1, 1}

4. **$f(x) = |x - 2| + |x + 2|, x \in \mathbb{R}$ எனில்,**

(1) $f(x) = \begin{cases} -2x & ; & x \in (-\infty, -2] \\ 4 & ; & x \in (-2, 2] \\ 2x & ; & x \in (2, \infty) \end{cases}$

(2) $f(x) = \begin{cases} 2x & ; & x \in (-\infty, -2] \\ 4 & ; & x \in (-2, 2] \\ -2x & ; & x \in (2, \infty) \end{cases}$

(3) $f(x) = \begin{cases} -2x & ; & x \in (-\infty, -2] \\ -4 & ; & x \in (-2, 2] \\ 2x & ; & x \in (2, \infty) \end{cases}$

(4) $f(x) = \begin{cases} -2x & ; & x \in (-\infty, -2] \\ 2 & ; & x \in (-2, 2] \\ 2x & ; & x \in (2, \infty) \end{cases}$

[விடை : (1) $f(x) = \begin{cases} -2x & ; & x \in (-\infty, -2] \\ 4 & ; & x \in (-2, 2] \\ 2x & ; & x \in (2, \infty) \end{cases}$ **]**

குறிப்பு : $x \in (-\infty, -2)$, $x = -3$ எனில்

$f(x) = |-5| + |1| = 6 = -2x$

$x \in (-2, 2), x = 0$ எனில்

$f(x) = |0 - 2| + |0 + 2| = 4$

$x \in (2, \infty), x = 4$ எனில்

$f(x) = |2| + |6| = 8 = 2x$

5. **$\mathbb{R}$ மெய்யெண்களின் கணம் என்க. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$-ல் கீழ்க்கண்ட உட்கணங்களைக் கருதுக.**

S = $\{(x, y) : y = x + 1$ மற்றும் $0 < x < 2\}$; T = $\{(x, y) : x - y \in \mathbb{Z}\}$ எனில் கீழ்க்காணும் கூற்றில் எது மெய்யானது?

(1) T சமானத் தொடர்பு ஆனால், S சமானத் தொடர்பு அல்ல.
(2) S, T இரண்டுமே சமானத் தொடர்பு அல்ல.
(3) S, T இரண்டுமே சமானத் தொடர்பு.
(4) S சமானத் தொடர்பு ஆனால், T சமானத் தொடர்பு அல்ல.

[விடை : (1) T சமானத் தொடர்பு ஆனால், S சமானத் தொடர்பு அல்ல**]**

குறிப்பு : $(x - y)$ என்பது ஒரு முழு எண் $\Rightarrow x$Ry

(i) $x - x = 0$ என்பது ஒரு முழு எண் $\Rightarrow x$Rx தற்சுட்டுத் தொடர்பு ஆகும்.

(ii) $(x - y)$ ஒரு முழு எண் $\Rightarrow (y - x)$ ஒரு முழு எண் $\Rightarrow$ சமச்சீர் தொடர்பு ஆகும்.

www.surabooks.com

www.surabooks.com

(iii) $(x-y)$ ஒரு முழு எண். $(y-z)$ ஒரு முழு எண்
$\Rightarrow (x-y)+(y-z)=x-z$ என்பது ஒரு முழு எண்ணாகும்
$\Rightarrow$ கடப்பு தொடர்பு ஆகும்.

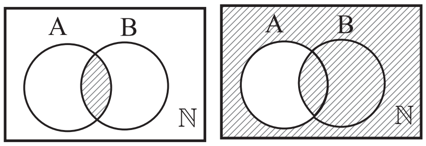
(iv) $y = x+1 \Rightarrow x\text{R}x$ உண்மையல்ல.
$\therefore$ ஒரு சமானத் தொடர்பு அல்ல.
$\therefore$ T சமானத் தொடர்பு ஆனால், S சமானத் தொடர்பு அல்ல.

6. இயல் எண்களின் அனைத்துக்கணம் $\mathbb{N}$-க்கு A மற்றும் B உட்கணங்கள் எனில், $A' \cup [(A \cap B) \cup B']$ என்பது [First Mid- 2018; May- 2022; Qy. 2023]

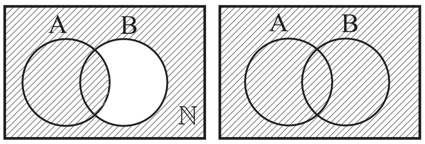
(1) A (2) A' (3) B (4) $\mathbb{N}$

[விடை : (4) $\mathbb{N}$**]**

குறிப்பு :



$A \cap B$ $A' \cup (A \cap B)$



$(A \cap B) \cup B'$ $A' \cup (A \cap B) \cup B'$

7. கணிதம் மற்றும் வேதியியல் இரண்டும் பாடங்களாக ஏற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 70. இது கணிதத்தை ஏற்றவர்களின் 10% மற்றும் வேதியியல் ஏற்றவர்களின் 14% ஆகும். இவற்றில் ஏதாவதொன்றைப் பாடமாக ஏற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

(1) 1120 (2) 1130
(3) 1100
(4) போதுமான தகவல் இல்லை **[விடை :** (2) 1130**]**

குறிப்பு : $M \cap C = 70$

இது M-ன் 10% மற்றும் C -ன் 14%

$M = 700$

$C = 500$

$M \cup C = 700 + 500 - 70 = 1130$

8. $n\,[(A \times B) \cap (A \times C)] = 8$ மற்றும் $n(B \cap C) = 2$, எனில், $n(A)$ என்பது [CRT- 2022 July- 2023; Mar. - 2024]

(1) 6 (2) 4 (3) 8 (4) 16

[விடை : (2) 4**]**

குறிப்பு : $(A \times B) \cap (A \times C) = A \times (B \cap C)$

$n[(A \times B) \cap (A \times C)] = 8$

$n(B \cap C) = 2$

$n(A) = 4$

9. $n(A) = 2$ மற்றும் $n(B \cup C) = 3$, எனில், $n[(A \times B) \cup (A \times C)]$ என்பது [Qy. - 2018;2023 & 2024]

(1) 2^3 (2) 3^2 (3) 6 (4) 5

[விடை : (3) 6**]**

குறிப்பு : $n[(A \times B) \cup (A \times C)] = n(A) \times n(B \cup C)$

$= 2 \times 3 = 6$

10. A மற்றும் B எனும் இரு கணங்களில் 17 உறுப்புகள் பொதுவானவை எனில், A × B மற்றும் B × A ஆகிய கணங்களில் உள்ள பொது உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை. [CRT- 2022]

(1) 2^{17} (2) 17^2 (3) 34
(4) போதுமான தகவல் இல்லை **[விடை :** (2) 17^2**]**

குறிப்பு : $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{5, 2, 3, 6\}$

A மற்றும் B இரண்டு உறுப்புகளை பொதுவாக கொண்டுள்ளன.

$A \times B$ மற்றும் $B \times A$ இரண்டுக்கும் பொதுவாக உறுப்புகள் $= 2 \times 2 = 2^2$

அதைப்போல இங்கு 17^2 உறுப்புகள் பொதுவாக உள்ளன.

11. வெற்றற்ற கணங்கள் A மற்றும் B என்க. $A \subset B$ எனில், $(A \times B) \cap (B \times A) =$ [Hy.. - 2018]

(1) $A \cap B$
(2) $A \times A$
(3) $B \times B$
(4) இவற்றுள் எதுவும் இல்லை **[விடை :** (2) $A \times A$**]**

குறிப்பு : $A = \{a, b\}$ $B = \{a, b, c\}$ என்க.

$A \times B = \{(a, a), (a, b)\ (a, c)\ (b, a)\ (b,b)\ (b, c)\}$

$B \times A = \{(a, a), (a, b)\ (b, a)\ (b, b)\ (c,a)\ (c, b)\}$

$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(a, a), (a, b)\ (b, a)\ (b,b)\}$

$= A \times A$

12. 3 உறுப்புகள் கொண்ட கணத்தின் மீதான தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை

[Govt. MQP & First Mid- 2018; CRT- 2022; April- 2023; July - 2024]

(1) 9 (2) 81 (3) 512 (4) 1024

[விடை : (3) 512**]**

குறிப்பு : $S = \{a, b, c\}$ என்க.

$n(S) = 3 \Rightarrow n(S \times S) = 9$

தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை $n\{P(S \times S)\} = 2^9 = 512$

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

www.surabooks.com

13. **ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட உறுப்புகளைக் கொண்ட கணம் X-ன் மீதான அனைத்துத் தொடர்பு R எனில் R என்பது** **[Qy. - 2024]**

(1) தற்சுட்டுத் தொடர்பு அல்ல
(2) சமச்சீர் தொடர்பல்ல
(3) கடப்புத் தொடர்பு
(4) இவற்றுள் எதுவுமன்று **[விடை :** (3) கடப்புத் தொடர்பு**]**

குறிப்பு : X = $\{a, b, c\}$ என்க

R = அனைத்துத் தொடர்பு

= $\{(a, a), (a, b)\ (a, c)\ (b, a)\ (b,b)\ (b, c)\ (c,a)\ (c, b)(c, c)\}$

இது கடப்புத் தொடர்பு

14. **X = {1, 2, 3, 4} மற்றும் R = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (3, 3), (2, 1), (3, 1), (1, 4),(4, 1)}. எனில் R என்பது** **[First Mid- 2018; Sep.-2021]**

(1) தற்சுட்டுத் தொடர்பு (2) சமச்சீர் தொடர்பு
(3) கடப்புத் தொடர்பு (4) சமானத் தொடர்பு

[விடை : (2) சமச்சீர் தொடர்பு**]**

குறிப்பு : (4,4) ∴ R தற்சுட்டுத் தொடர்பு அல்ல

aRb எனில் bRc ⇒ சமச்சீர் தொடர்பு

15. $\dfrac{1}{1-2\sin x}$ **என்ற சார்பின் வீச்சகம்** **[June & Qy.. - 2019]**

(1) $(-\infty,-1)\cup\left(\frac{1}{3},\infty\right)$ (2) $\left(-1,\frac{1}{3}\right)$ **[CRT- 2022]**

(3) $\left[-1,\frac{1}{3}\right]$ (4) $(-\infty,-1]\cup\left[\frac{1}{3},\infty\right)$

[விடை : (4)$(-\infty,-1]\cup\left[\frac{1}{3},\infty\right)$**]**

குறிப்பு :

$$-1 \le \sin x \le 1$$
$$-2 \le 2\sin x \le 2$$
$$2 \ge -2\sin x \ge -2$$
(அல்லது) $-2 \le -2\sin x \le 2$

1 உடன் கூட்டுக, $1-2 \le 1-2\sin x \le 1+2$

$$-1 \le 1-2\sin x \le 3$$
$$-1 \ge \frac{1}{1-2\sin x} \ge \frac{1}{3}$$

$\frac{1}{3} \le \frac{1}{1-2\sin x} \le -1$ வீச்சானது $(-\infty,-1]\cup\left[\frac{1}{3},\infty\right)$

16. $f(x) = |\lfloor x\rfloor - x|, x \in \mathbb{R}$ **என்ற சார்பின் வீச்சகம்**

[Hy. - 2019; Qy. - 2023]

(1) [0, 1] (2) [0,∞) (3) [0,1) (4) (0,1)

குறிப்பு : $f(x) = |\lfloor x\rfloor - x|$ **[விடை :** (3) [0,1)**]**

$$f(0) = |0-0| = 0$$
$$f(6.5) = |6-6.5| = |-0.5| = 0.5$$
$$f(-7.2) = |-8+7.2| = |-0.8| = 0.8$$

வீச்சானது [0,1)

17. $f(x) = x^2$ **என்ற சார்பு இருபுறச் சார்பாக அமைய வேண்டுமெனில் அதன் சார்பகமும், துணைச் சார்பகமும் முறையே** **[April - 2023; Qy. - 2024]**

(1) ℝ , ℝ (2) ℝ, (0, ∞)
(3) (0,∞),ℝ (4) [0,∞), [0,∞)

[விடை : (4) [0,∞); [0,∞)**]**

குறிப்பு : சார்பகமானது [0,∞)

துணை சார்பகமானது [0,∞)

18. m **உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு கணத்திலிருந்து** n **உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு கணத்திற்கு வரையறுக்கப்படும் மாறிலிச் சார்புகளின் எண்ணிக்கை** **[Govt. MQP- 2018; Hy.- 2019 ; July - 2024]**

(1) mn (2) m (3) n (4) $m+n$

குறிப்பு : வரையறை மூலம் அறியப்படுகிறது. **[விடை :** (3) n**]**

19. f **: [0, 2π] → [–1, 1] என்ற சார்பு,** $f(x) = \sin x$ **என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், அது** **[Govt. MQP- 2018; Qy.- 2019 & 2023; Sep.-2020]**

(1) ஒன்றுக்கொன்று (2) மேற்கோர்த்தல்
(3) இருபுறச் சார்பு (4) வரையறுக்க இயலாது

[விடை : (2) மேற்கோர்த்தல்**]**

குறிப்பு : இது மேற்கோர்த்தல் ஒன்றுக்கொன்று அல்ல

ஏனெனில் $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

$\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$

20. f **: [–3, 3] → S என்ற சார்பு,** $f(x) = x^2$ **என வரையறுக்கப்பட்டு மேற்கோர்த்தல் எனில், S என்பது** **[June- 2019; Mar.-2020 & 2024]**

(1) [–9, 9] (2) ℝ
(3) [–3, 3] (4) [0, 9]

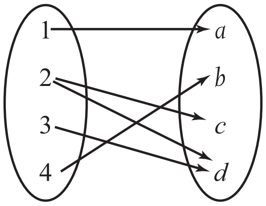
குறிப்பு : $f(0)=0, f(-3)=9$ மற்றும் $f(3)=9$ **[விடை :** (4) [0, 9]**]**

21. **X = {1, 2, 3, 4}, Y = {a, b, c, d} மற்றும் f = {(1, a), (4, b) (2, c) (3, d) (2, d)} எனில் f என்பது**

(1) ஒன்றுக்கொன்றானச் சார்பு
(2) மேற்கோர்த்தல் சார்பு
(3) ஒன்றுக்கொன்று அல்லாத சார்பு
(4) சார்பன்று **[விடை :** (4) சார்பன்று**]**

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

குறிப்பு : இது சார்பன்று ஏனெனில் 2க்கு இரண்டு பிம்பங்கள் உள்ளன.



22. $f(x) = \begin{cases} x & ; \quad x < 1 \\ x^2 & ; \quad 1 \le x \le 4 \\ 8\sqrt{x} & ; \quad x > 4 \end{cases}$ **எனில்**

(1) $f^{-1}(x) = \begin{cases} x & ; \quad x < 1 \\ \sqrt{x} & ; \quad 1 \le x \le 16 \\ \frac{x^2}{64} & ; \quad x > 16 \end{cases}$

(2) $f^{-1}(x) = \begin{cases} -x & ; \quad x < 1 \\ \sqrt{x} & ; \quad 1 \le x \le 16 \\ \frac{x^2}{64} & ; \quad x > 16 \end{cases}$

(3) $f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 & ; \quad x < 1 \\ \sqrt{x} & ; \quad 1 \le x \le 16 \\ \frac{x^2}{64} & ; \quad x > 16 \end{cases}$

(4) $f^{-1}(x) = \begin{cases} 2x & ; \quad x < 1 \\ \sqrt{x} & ; \quad 1 \le x \le 16 \\ \frac{x^2}{8} & ; \quad x > 16 \end{cases}$

[**விடை :** (1) $f^{-1}(x) = \begin{cases} x & ; \quad x < 1 \\ \sqrt{x} & ; \quad 1 \le x \le 16 \\ \frac{x^2}{64} & ; \quad x > 16 \end{cases}$]

குறிப்பு :

$y = x$ எனில் $x = y \Rightarrow f^{-1}(x) = x$

$y = x^2$ எனில்

$y = \sqrt{x} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

$y = 8\sqrt{x}$ எனில் $\frac{y^2}{64} = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2}{64}$

23. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **-ல் சார்பு** $f(x) = 1 - |x|$ **என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில்** f **-ன் வீச்சகம்.**

[Govt. MQP, Qy.- 2018 ; Hy. - 2018 & 2023]

(1) $\mathbb{R}$ (2) $(1, \infty)$ (3) $(-1, \infty)$ (4) $(-\infty, 1]$

[**விடை :** (4) $(-\infty, 1]$]

குறிப்பு : $f : R \to R$ ஆனது

$f(x) = 1 - |x|$

என வரையறுக்கப்படுகிறது

$f(-\infty) = -\infty$

$f(0) = 1$

$f(\infty) = -\infty$

வீச்சானது $(-\infty, 1]$ ஆகும்.

24. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **-ல்** $f(x) = \sin x + \cos x$ **எனில்** f **ஆனது**

(1) ஒரு ஒற்றைப்படைச் சார்பு

(2) ஒற்றைப்படையுமல்ல இரட்டைப்படையுமல்ல

(3) ஒரு இரட்டைப்படைச் சார்பு

(4) ஒற்றைப்படை மற்றும் இரட்டைப்படைச் சார்பு

[**விடை :** (2) ஒற்றைப்படையுமல்ல இரட்டைப்படையுமல்ல]

குறிப்பு :

$f(x) = \sin x + \cos x$

$f(-x) = \sin(-x) + \cos(-x)$

$= -\sin x + \cos x$

$-f(-x) = \sin x - \cos x$

$f(x)$ என்பது ஒற்றைப்படையுமல்ல இரட்டைப்படையுமல்ல

25. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **-ல்** $f(x) = \frac{(x^2 + \cos x)(1 + x^4)}{(x - \sin x)(2x - x^3)} + e^{-|x|}$ **எனில்,** f

(1) ஒரு ஒற்றைப்படைச் சார்பு

(2) ஒற்றைப்படையுமல்ல; இரட்டைப்படையுமல்ல

(3) ஒரு இரட்டைப்படைச் சார்பு

(4) ஒற்றைப்படை மற்றும் இரட்டைப்படைச் சார்பு

[**விடை :** (3) ஒரு இரட்டைப்படைச் சார்பு]

குறிப்பு :

$f(x) = \frac{(x^2 + \cos x)}{(x - \sin x)(2x - x^3)} + e^{-|x|}$

$f(-x) = \frac{(-x^2) + \cos(-x)}{[-x - \sin(-x)][-2x - (-x)^3]} + e^{-|x|}$

$= \frac{x^2 + \cos x}{(x - \sin x)(2x - x^3)} + e^{-|x|} = f(x)$

$f(x)$ ஒரு இரட்டைப்படைச் சார்பு

www.surabooks.com

www.surabooks.com

அரசு தேர்வு வினா - விடைகள்

1 மதிப்பெண்

சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.

1. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **என்பது** $f(x) = x^4$ **என வரையறுக்கப்பட்டால் சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.** [Qy.- 2018]

(1) f என்பது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு

(2) f என்பது மேற்கோர்த்தல் சார்பு

(3) f ஒன்றுக்கொன்று ஆனால் மேற்கோர்த்தல் அல்ல

(4) f ஒன்றுக்கொன்றும் அல்ல மேற்கோர்த்தலும் அல்ல

[விடை : (4) f ஒன்றுக்கொன்றும் அல்ல மேற்கோர்த்தலும் அல்ல]

2. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **என்பது** $f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$ **என கொடுக்கப்பட்டால்** $fof(x)$ **ன் மதிப்பு** [Qy.- 2018]

(1) $x^{\frac{1}{a}}$ (2) x^a (3) x (4) $3 - x^a$

குறிப்பு : $fof(x) = f\left[(3-x^3)^{\frac{1}{3}}\right]$ **[விடை : (3) x]**

$= (3 - [3 - x^3])^{\frac{1}{3}} = x$

3. **A = {–2, –1, 0, 1, 2} மற்றும்** $f : A \to Z$ **ல் சார்பு** $f(x) = x^2 - 2x - 3$ **என வரையறுக்கப்பட்டால் 5 -ன் முன்பிம்பம் (pre image)** [First Mid- 2018]

(1) –2 (2) –1 (3) 0 (4) 1

[விடை : (1) – 2]

குறிப்பு : $f(-2) = (-2)^2 - 2(-2) - 3 = 4 + 4 - 3 = 5$

4. **சரியான கூற்றைத் தேர்வு செய்க :** [First Mid - 2018]

(1) ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்புக்கு நேர்மாறு சார்பு உண்டு

(2) மேற்கோர்த்தல் சார்புக்கு நேர்மாறு சார்பு உண்டு

(3) இருபுறச் சார்புக்கு நேர்மாறு சார்பு உண்டு

(4) அனைத்து சார்புகளுக்கும் நேர்மாறு சார்பு உண்டு

[விடை : (3) இருபுறச் சார்புக்கு நேர்மாறு சார்பு உண்டு]

5. $A = \{(x, y)/y = e^x, x \in [0, \infty)\}$ **மற்றும்** $B = \{(x, y)/y = \sin x, x \in [0, \infty)\}$ **எனில்** $n(A \cap B)$**:** [Mar.- 2019]

(1) ∞ (2) 1 (3) ϕ (4) 0

குறிப்பு : $n(A \cap B) = 0$ **[விடை : (4) 0]**

6. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **என்ற சார்பு** $f(x) = |x| - 5$ **என வரையறுக்கப்படின், அதன் வீச்சகம் :** [Mar.- 2019]

(1) $(-\infty, -5)$ (2) $(-\infty, 5)$

(3) $[-5, \infty)$ (4) $(-5, \infty)$

குறிப்பு : $0 \le |x| < \infty, x \in \mathbb{R}$ **[விடை : (3) $[-5, \infty)$]**

$0 - 5 \le |x| - 5 < \infty \quad -5 \le |x| - 5 < \infty$

7. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **என்ற சார்பு** $f(x) = |x| - 5$, **என வரையறுக்கப்படின், அதன் வீச்சகம் :** [Mar. - 2019]

(1) $(-\infty, -5)$ (2) $(-\infty, 5)$

(3) $[-5, \infty)$ (4) $(-5, \infty)$

[விடை : (3) $[-5, \infty)$]

குறிப்பு : $0 \le |x| < \infty, x \in \mathbb{R}$

$0 - 5 \le |x| - 5 < \infty \quad -5 \le |x| - 5 < \infty$

8. $n(A) = 5$ **மற்றும்** $n(B) = 7$ **எனில்** $A \times B$ **-ல் உள்ள உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை** [Qy.. - 2019]

(1) 2^{35} (2) 2^{49} (3) 2^{25} (4) 2^{70}

[விடை :(1) 2^{35}]

குறிப்பு : $n(A \times B) = n(A) \times n(B) = 5 \times 7 = 35$

$A \times B = 2^{35}$ யின் துணை கணங்களின் எண்ணிக்கை

9. **இயல் எண்களின் தொகுப்பில், உறவு "குறைவாக" என்பது** [Qy.. - 2019]

(1) சமச்சீர் மட்டுமே (2) கடப்பு மட்டுமே

(3) தற்கட்டு மட்டுமே (4) சமானத் தொடர்பு

[விடை : (2) கடப்பு மட்டுமே]

குறிப்பு : $m, n, 0 \in \mathbb{N}$ என்க

(i) தற்சுட்டு

$(m, m) = m < m$,மெய் இல்லை

தற்சுட்டு இல்லை

(ii) சமச்சீர்

$(m, n) = m < n$ ... (i)

$(n, m) = n < m$ ... (ii)

இது சாத்தியமில்லை

(iii) கடப்பு

$(m, n) = m < n$ ... (i)

$(n, 0) = n < 0$ ... (ii)

$\therefore m < m < 0 \Rightarrow m < 0$

$(m, 0)$ உண்டு இது கடப்பு ஆகும்.

10. $n(A) = 7$, $n(B) = 8$ **மற்றும்** $n(A \cup B) = 10$ **எனில்** $n[P(A \cap B)]$ [CRT- 2022]

(1) 30 (2) 16 (3) 32 (4) 64

[விடை : (3) 32]

குறிப்பு : $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 5$

$n[P(A \cap B)] = 2^5 = 32$

11. $x^2 - 3|x| + 2 = 0$ **என்ற சமன்பாட்டின் மெய்யெண் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை :** [April- 2023]

(1) 4 (2) 2 (3) 1 (4) 3

[விடை : (3) 32]

www.surabooks.com

12. ***n*** **உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு கணத்தின் மீதான தற்சுட்டுத் தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை :[July- 2023]**

(1) $2^{\frac{(n^2+n)}{2}}$ (2) 2^{n^2-n} (3) 2^n (4) 2^{-n}

[விடை : (2) 2^{n^2-n}]

13. $16^{\frac{3}{4}}$ **ன் மதிப்பு ________.** **[Qy. - 2023]**

(1) 8 (2) $\frac{1}{8}$ (3) 4 (4) $\frac{1}{(4)^3}$

[விடை : (1) 8]

2 மதிப்பெண்கள்

1. ***p*(A) என்பது A என்ற கணத்தின் அடுக்குக் கணத்தினைக் குறித்தால் *n*(*p*(*p*(*p*(Q))))-ன் மதிப்பைக் காண்க.** **[Qy.- 2019; Sep.-2021]**

தீர்வு : P(∅) கணத்தில் ஒரு உறுப்பு உள்ளதால் P(P(∅)) கணத்தில் 2^1 உறுப்புகளும் P(P(P(∅))) கணத்தில் 2^2 உறுப்புகளும் இருக்கும். அதாவது 4 உறுப்புகள் இருக்கும்.

2. $f(x) = y = \frac{ax-b}{ax-a}$ **எனில், *f*(*y*) = *x* என நிறுவுக.** **[Qy.- 2019]**

தீர்வு :

$$y = \frac{ax-b}{cx-a}$$

$$\begin{aligned} y &= ax-b \\ ycx-ay &= ax-b \\ cxy-ax &= ay-b \\ x(cy-a) &= ay-b \\ x &= \frac{ay-b}{cy-a} = f(y) \end{aligned}$$

3. **Z என்ற கணத்தில் *m* – *n* என்பது 12-ன் மடங்காக இருந்தால் தொடர்பு *m*R*n* என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் R ஒரு சமானத்தொடர்பு என நிரூபிக்க.** **[Govt. MQP & Qy.. - 2018; Hy.. - 2019; Mar.-2020]**

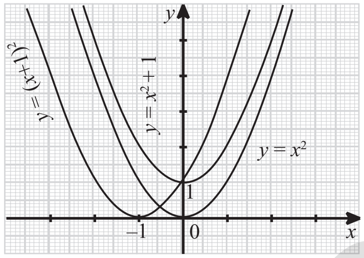
தீர்வு : $m - m = 0$ என்பதால் $0 = 0 \times 12$ என எழுதுவதன் மூலம் பூஜ்ஜியமும் 12 -ன் மடங்கு என்பது உண்மை, ஆகவே mRm என்பது எல்லா $m \in Z$ -க்கும் பொருந்தும். எனவே, R தற்சுட்டாகும்.

mRn என்க. அப்பொழுது $k \in Z$ க்கு $m - n = 12k$ ஆகும். இதனால் $n - m = 12(-k)$. ஆகையால் nRm ஆகும். இது R சமச்சீர் என்பதைக் காட்டுகிறது.

mRn மற்றும் nRp என்க. அதாவது $k, l \in Z$-க்கு, $m - n = 12k$ மற்றும் $n - p = 12l$ ஆகும். ஆகவே $m - p = 12(k + l)$. அதாவது mRp. இது R என்பது கடப்பு தொடர் எனக் காட்டுகிறது. எனவே R என்பது சமானத் தொடர்பு ஆகும்.

4. **(i) $y = x^2$ (ii) $y = x^2 + 1$ (iii) $y = (x+1)^2$ என்ற வளைவரைகளைக் $y = x$ கருதுக.** **[Hy.- 2018]**

தீர்வு :



$f(x) = x^2 + 1$ என்ற சார்பின் வரைபடம் $f(x) = x^2$ -ஐ ஒரு அலகு செங்குத்தாக மேல்நோக்கி நகர்த்துகிறது.

$f(x) = (x+1)^2$ என்ற சார்பின் வரைபடம் $f(x) = x^2$-ஐ ஒரு அலகு கிடைமட்டமாக இடப்பக்கம் நோக்கி நகர்த்துகிறது.

5. **A = {*x* : *x* = 4*n* + 1, 2 ≤ *n* ≤ 5, *n*∈ℕ} எனில் A -ன் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை காண்க.** **[First Mid- 2018; May- 2022; July - 2024]**

தீர்வு :

$$\begin{aligned} A &= \{x : x = 4n+1,\ n = 2, 3, 4, 5\} \\ n &= 2 \Rightarrow 4(2) + 1 = 8 + 1 = 9 \\ n &= 3 \Rightarrow 4(3) + 1 = 12 + 1 = 13 \\ n &= 4 \Rightarrow 4(4) + 1 = 16 + 1 = 17 \\ n &= 5 \Rightarrow 4(5) + 1 = 20 + 1 = 21 \\ A &= \{x : x = 9, 13, 17, 21\} \end{aligned}$$

ஆகையால் $n(A) = 4$. இது அறிவுறுத்துவது

$n(P(A)) = 2^4 = 16$.

6. **$f = \{(1, 4)\ (2, 5)\ (3, 5)\}$ மற்றும் $g = \{(4, 1)\ (5, 2)\ (6, 4)\}$ எனில், *gof* காண்க. *fog* ஐ காண இயலுமா?** **[First Mid- 2018]**

தீர்வு : (i) $gof = \{(1, 1), (2, 2), (3, 2)\}$

(ii) அதே தருணத்தில், fog வரையறுக்க இயலாது. ஏனெனில் g-ன், வீச்சகமான $\{1, 2, 4\}$ என்பது f -ன் சார்பகமான $\{1, 2, 3\}$-ன் உட்கணமாக இல்லை.

7. **ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு வரையறு.** **[First Mid- 2018]**

தீர்வு : ஒரு சார்பின் வீச்சகத்திலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் சார்பகத்திலுள்ள தனித்த உறுப்புடன் தொடர்பினை ஏற்படுத்தியிருப்பின் அச்சார்பு, ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு எனப்படும்.

அதாவது சார்பகத்திலுள்ள இரண்டு வெவ்வேறு உறுப்புகளின் சாயல்கள் துணைச் சார்பகத்தில் வெவ்வேறாக இருக்கும்.

www.surabooks.com

8. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{3, 4, 5, 6\}$, எனில் $n((A\cup B) \times (A\cap B) \times (A\Delta B))$ஐ காண்க. [Govt. MQP- 2018; Sep.-2020; April - 2023]

தீர்வு : $n(A\cup B) = 6,$

$n(A\cap B) = 2$ மற்றும்

$n(A\Delta B) = 4$

எனவே, $n((A\cup B) \times n(A\cap B) \times (A\Delta B))$

$= n(A\cup B) \times n(A\cap B) \times n(A\Delta B) = 6 \times 2 \times 4 = 48$

9. $A \times A$ கணத்தில் 9 உறுப்புகள் உள்ளன. $S = \{(a, b) \in A \times A : a > b\}$ என்ற கணத்தில் உள்ள இரு உறுப்புகள் $(2, -1)$ மற்றும் $(2, 1)$ எனில் S இல் உள்ள மீதமுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க. [Govt. MQP- '18]

தீர்வு : $n(A \times A) = 9 \Rightarrow n(A) = 3;$

$S = \{(a,b) \in A \times A : a > b\}$

$A = \{-1, 1, 2\}$

$A \times A = \{(-1, -1), (-1, 1), (-1, 2), (1, -1), (1, 1), (1, 2), (2, -1), (2, 1), (2, 2)\}$

$\therefore S = \{(1, -1), (2, -1), (2, 1)\}$

10. கிடை மட்டக் கோட்டுச் சோதனையின் பயன்பாட்டினை எழுதுக. [Mar.- 2019]

தீர்வு : (i) நிலைக்குத்துக்கோடு சோதனையைப் போலவே உள்ள ஒரு சோதனை கிடைமட்டக்கோடு சோதனையாகும்.

(ii) இதன் மூலம் சார்பானது ஒன்றுக்கொன்றா, மேற்கோர்த்தலா எனச் சரிபார்க்கலாம்.

11. $A \times A = \{(a, a) : a \in A\}$ என எழுதுவது சரியாக அமையுமா? உமது பதிலை நியாயப்படுத்துக. [Mar. - 2019]

தீர்வு : இல்லை,

$A \times A = \{ (a, b) : a, b \in A\}$ என்பதே சரி

எ.கா. : $A = \{1 , 2\}$

$A \times A = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

12. $f : [-2, 2] \to B$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x^3$, என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் f ஒரு மேற்கோர்த்தலாக அமைய B-ஐக் காண்க. [Hy.- 2019]

தீர்வு : சார்பின் குறைந்தபட்ச மதிப்பு $f(-2)$ மற்றும் அதிகபட்ச மதிப்பு $f(2)$ ஆகும். இவை துணைச்சார்பகத்தில் அமைகிறது. மேலும் அவற்றின் மதிப்பு முறையே -16 மற்றும்16 ஆகும். எனவே $B = [-16, 16]$ என இருக்கும் போது f மேற்கோர்த்தலாக அமையும்.

13. f மற்றும் g என்ற இரு சார்புகள் R-லிருந்து, R -க்கு $f(x) = 3x - 4$ மற்றும் $g(x) = x + 3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. எனில், fog காண்க. [CRT- 2022;July- 2023]

தீர்வு : பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 1.27

14. $f(x) = x^2$ என்ற வளைவரையிலிருந்து $f(x) = x^2 + 1$ மற்றும் $f(x) = (x + 1)^2$ என்ற வளைவரைகளைக் கருதுக. [Qy. - 2023]

தீர்வு : பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 1.11

15. $\{(x^2 - 4)(x^3 - 27) = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மிகை மூலங்கள்$\}$ என்ற கணத்தை ரோஸ்டர் வடிவில் எழுதுக. [Hy. - 2023]

தீர்வு : $\{(x^2-4)(x^3-27)\}$

$x^2 - 4 = 0$ | $x^3 = 27$

$x^2 = 4$ | $x^3 = 3^3$

$x = \pm 2$ | $x = 3$

$\boxed{x = 2}$ | $\boxed{x = 3}$

$\therefore A = \{2, 3\}$

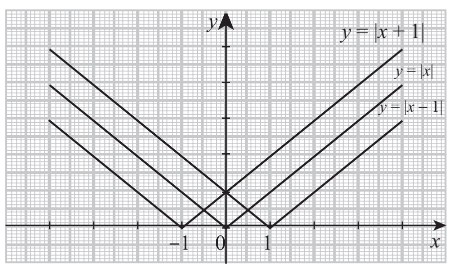
3 மதிப்பெண்கள்

1. $f(x) = \dfrac{1}{1 - 2\cos x}$ -ன் சார்பகத்தைக் காண்க. [Qy.. - 2019; CRT - 2022]

தீர்வு : $1 - 2\cos x$ இன் மதிப்பு 0 ஆக அமையும் x மதிப்புகள் தவிர மற்ற அனைத்து $x \in \mathbb{R}$ -க்கு $f(x)$ வரையறுக்கப்படும். அதாவது $\cos x = \frac{1}{2}$ ஐ பூர்த்தி செய்யும் x ஐ தவிர மற்ற மதிப்புகளுக்கு வரையறுக்கப்படும். வேறு வகையில் கூறினால், $x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$ என்பதைத் தவிரப் பிற மதிப்புகளுக்கு $f(x)$ வரையறுக்கப்படும். எனவே சார்பகம் $\mathbb{R} - \left\{2n\pi \pm \frac{\pi}{3}\right\}, n \in \mathbb{Z}$ ஆகும்.

2. $f(x) = |x|$, $f(x) = |x - 1|$ மற்றும் $f(x) = |x + 1|$ என்ற சார்புகளின் வரைபடம் வரைக. [Qy.- 2018]

தீர்வு :



www.surabooks.com

$f(x) = |x-1|$ என்பதன் வளைவரை $f(x) = |x|$ என்ற வளைவரையை ஒரு அலகு வலப்பக்கமாக நகர்த்திக் கிடைக்கப் பெறுவது ஆகும்.

$f(x) = |x+1|$ என்பதன் வளைவரை $f(x) = |x|$ என்ற வளைவரைகளை ஒரு அலகு இடப்பக்கமாக நகர்த்திக் கிடைக்கப் பெறுவது ஆகும்.

3. f : R– (–1, 1) → R எனும் சார்பினை $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$, என வரையறுத்தால் f என்ற சார்பு ஒன்றுக்கொன்றா இல்லையா என்பதைச் சரிபார்க்கவும். [Qy.- 2018]

தீர்வு : $f(x) = f(y)$ என எடுத்துக்கொள்வோம். எனவே

$$\frac{x}{x^2-1} = \frac{y}{y^2-1}$$

$$\Rightarrow \quad x(y^2-1) = y(x^2-1)$$

$$\Rightarrow \quad xy^2 - x - yx^2 + y = 0$$

$$\Rightarrow \quad (y-x)(xy+1) = 0$$

இதிலிருந்து $x = y$ அல்லது $xy = -1$. எனவே $xy = -1$ என்றவாறு x மற்றும் y என்ற இரு எண்களை நாம் தேர்ந்தெடுத்தால் அப்பொழுது $f(x) = f(y)$ என கிடைக்கும்.

$\left(2, -\frac{1}{2}\right)\left(7, -\frac{1}{7}\right)\left(-2, \frac{1}{2}\right)$ என எண்ணற்ற பல உறுப்புகள் $xy = -1$ எனக் கிடைக்கும்.அதாவது,

$f(2) = f\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{2}{3}$ ஆகும். இது $f(x) = f(y)$

$\Rightarrow x = y$. என்ற நிபந்தனையை பூர்த்தி செய்யாததால், f ஒன்றுக்கொன்றானது அல்ல.

4. A மற்றும் B எனும் இரு கணங்கள் $n(B-A) = 2\,n(A-B) = 4n(A\cap B)$ மற்றும் $n(A\cup B) = 14$ என அமைந்தால் $n[P(A)]$ காண்க. [First Mid - 2018]

தீர்வு : $n(P(A)$, ஐக்காண $n(A)$ தேவைப்படும்

$n(A\cap B) = k$ என்க.

எனவே, $n(A-B) = 2k$ மற்றும்

$n(B-A) = 4k$ ஆகும்.

இந்நிலையில் $n(A\cup B) = n(A-B) + n(B-A) + n(A\cap B) = 7k$

மேலும், $n(A\cup B) = 14$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

இதனால் $7k = 14$, $k = 2$ ஆகும்.

$\because n(A-B) = 4$ மற்றும் $n(B-A) = 8$.

$n(A) = n(A-B) + n(A\cap B)$ என்பதால்

$n(A) = 6$

எனவே, $n(P(A)) = 2^6 = 64$.

5. $f = \{(1,2),(3,5),(4,1)\}$ மற்றும் $g = \{(2,3),(5,1),(1,3)\}$ எனில் f மற்றும் g -ன் வீச்சகம் காண்க. மேலும் fog-ஐ காண்க. [First Mid - 2018]

தீர்வு :

f -ன் சார்பகம் $= \{1, 3, 4\}$

f -ன் வீச்சகம் $= \{2, 5\}$

g -ன் சார்பகம் $= \{1, 2, 5\}$

g -ன் வீச்சகம் $= \{1, 3\}$

இங்கு g - ன் சார்பகத்திலும் f -ன் வீச்சகம் இருப்பதால் gof -ஐ வரையறுக்க இயலும். எனவே gof -ன் கீழ் 1-ன் பிம்பத்தைக் காண முதலில் f -ன் கீழ் 1-ன் பிம்பத்தையும் பிறகு கிடைக்கப்பெற்ற பிம்பத்தை g-ன் கீழும் காண வேண்டும்.

f -ன் கீழ் 1-ன் பிம்பம் 3 மற்றும் g -ன் கீழ் 1-ன் பிம்பம் = 1 எனவே,

$(gof)(1) = g(f(1)) = g(2) = 3$

$gof(3) = g(f(3)) = g(5) = 1$

$gof(4) = g(f(4)) = g(1) = 3$

$\therefore gof = \{(1,3),(3,1),(4,3)\}$

6. f : X → ℕ என்ற சார்பு $f(n) = n + 3$ என வரையறுக்கப்பட்டு அது ஒன்றுக்கொன்றானதாகவும் மற்றும் மேற்க்கோர்த்தலாகவும் அமையுமாறு சார்பகம் X -ஐக் காண்க. [Mar. - 2019]

தீர்வு : $f : X \to \mathbb{N}$

$f(n) = n + 3$

∴ தேவையான சார்பகம் :

$X = \{-2, -1, 0\} \cup N$

i.e., $X = \{-2, -1, 0, 1, 2, ...\}$

7. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ என்ற சார்பு, $f(x) = 2x^2 - 1$ எனுமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் 17, 4 மற்றும் –2 ஆகியவற்றின் முன்பிம்பங்களைக் காண்க. [Hy.-"19]

தீர்வு : 17-ன் முன்பிம்பத்தைக் கண்டறிய நாம் $2x^2 - 1 = 17$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க வேண்டும். இதன் இரு தீர்வுகளான 3 மற்றும் −3 என்பவை f -ன் கீழ் 17 -ன் மும்பிம்பங்களாகும். சமன்பாடு $2x^2 - 1 = 4$ என்பது $\sqrt{\frac{5}{2}}$ மற்றும் $-\sqrt{\frac{5}{2}}$ என்ற இரு முன்பிம்பங்களை 4 என்ற உறுப்புக்கு கொடுக்கின்றது.

மேலும், -2-ன் முன்பிம்பம் கண்டறிய $2x^2 - 1 = -2$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க வேண்டும். $x^2 = -\frac{1}{2}$ என்பதற்கு $\mathbb{R}$ -ல் எந்த ஒரு தீர்வும் கிடையாது. எனவே -2 ஆனது f-ன் கீழ் முன்பிம்பத்தைப் பெறவில்லை.

8. $f(x) = \frac{1}{1-3\cos x}$ -ன் வீச்சகம் காண்க. [Mar. - 2020; Qy. - 2023]

தீர்வு : $-1 \le \cos x \le 1$ என நமக்குத் தெரியும்

$\Rightarrow \quad -3 \le -3\cos x \le 3$

$\Rightarrow 1-3 \le 1-3\cos x \le 1+3$

$\Rightarrow \quad -2 \le 1-3\cos x \le 4$

$\Rightarrow -2 \le 1-3\cos x$ மற்றும் $1-3\cos x \le 4$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{1-3\cos x} \le -\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{1}{1-3\cos x} \ge \frac{1}{4}$

அதாவது f-ன் வீச்சகம் $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{4}, \infty\right)$ ஆகும்.

9. n(A) = 10 மற்றும் n (A ∩ B) = 3 எனில் $n[(A \cap B)' \cap A]$-ஐ காண்க. [Aug. 2022]

தீர்வு : பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 1.7

10. Z என்ற கணத்தில், $m - n$ என்பது 12-ன் மடங்காக இருந்தால் தொடர்பு mRn என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், R ஒரு சமானத் தொடர்பு என நிரூபிக்கவும். [July - 2024]

தீர்வு : பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 1.13

5 மதிப்பெண்கள்

1. முழுக்களின் கணம் Z ல் R ஆனது $(x, y) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 25$ எனுமாறு வரையறுக்கப்பட்டால் R மற்றும் R^{-1} ஐ வரிசைச் சோடிகளின் கணமாக எழுதுக. மேலும் அவற்றின் சார்பகத்தையும் எழுதுக. [Qy.. - 2018]

தீர்வு : $x^2 + y^2 = 25$

$y = \pm\sqrt{25 - x^2}$

$x = 0$

$\Rightarrow \quad y = \pm 5$

$y = 0$

$\Rightarrow \quad x = \pm 5$

$(0,5), (0,-5) \in \mathbb{R}$

$x = 3$

$\Rightarrow \quad y = \pm 4$

$x = -3$

$\Rightarrow \quad y = \pm 4$

$\mathbb{R}$- சார்பகம் $= \{0, 3, -3, -4, 4, -5, 5\}$

$\mathbb{R}^{-1}$- சார்பகம் $= \{0, 3, -3, -4, 4, -5, 5\}$

2. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x - 3$, என வரையறுக்கப்படின் f ஒரு இருபுறச்சார்பு என நிரூபித்து. அதன் நேர்மாறினைக் காண்க. [Hy. - 2018; Qy. - 2019; Mar. - 2024]

தீர்வு : **ஒன்றுக்கொன்று :** $f(x) = f(y)$ என்க. இதனால் $2x - 3 = 2y^{-3}$ இதிலிருந்து $2x = 2y$. எனவே $x = y$. அதாவது, $f(x) = f(y)$ எனில் $x = y$. எனவே, f என்பது ஒன்றுக்கொன்று.

மேற்கோர்த்தல் : $y \in \mathbb{R}$ என்க. $x = \frac{y+3}{2}$ என்க. எனவே $f(x) = \cancel{2}\left(\frac{y+3}{2}\right) - 3 = y$. இதனால் f என்பது மேற்கோர்த்தல் ஆகும். (அல்லது) f-ன் வீச்சகம் தெளிவாக $\mathbb{R}$ ஆகும். அதாவது வீச்சகமும் துணைச்சார்பகமாகவும் சமமாக இருப்பதால் f மேற்கோர்த்தல் ஆகும்.

நேர்மாறு : $y = 2x - 3$ என்க. எனவே $y + 3 = 2x$ அதனால் $x = \frac{y+3}{2}$ அதாவது $f^{-1}(y) = \frac{y+3}{2}$.

இப்போது y -ஐ x-ஆல் மாற்ற $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$ எனக் கிடைக்கும்.

3. f என்ற சார்பு கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கப் பட்டுள்ளது.

$$f(x) = \begin{cases} 3x-2, & x > 3 \\ x^2-2, & -2 \le x \le 2 \\ 2x+1, & x < -2 \end{cases}$$

எனில், $f(4), f(-4), f(0), f(-7)$ ன் மதிப்புகளைக் காண்க. [Hy.. - 2018]

தீர்வு :

$f(4) = 3(4) - 2 = 10$

$f(-4) = 2(-4) + 1 = -7$

$f(0) = 0^2 - 2 = -2$

$f(-7) = 2(-7) + 1 = -13$

www.surabooks.com

4. A = {0, 1, 2, 3} என்க. A -ல் கீழ்க்காணும் வகையில் தொடர்புகளை அமைக்கவும். **[First Mid- 2018]**

(i) தற்சுட்டு, சமச்சீர் மற்றும் கடப்பு அல்லாத தொடர்பு,

(ii) தற்சுட்டு, மற்றும் சமச்சீர் அல்லாமல் கடப்பு தொடர்பு,

(iii) தற்சுட்டு மற்றும் கடப்பு அல்லாமல் சமச்சீராகும் தொடர்பு,

(iv) தற்சுட்டு அல்லாமல் சமச்சீர் மற்றும் கடப்பு தெடர்பு,

(v) சமச்சீர் மற்றும் கடப்பு அல்லாமல் தற்சுட்டு தொடர்பு.

தீர்வு :

(i) (1, 2) என்ற உறுப்பின் மூலம் "சமச்சீர் அல்ல" என உருவாக்கப் பயன்படுத்துவோம். மேலும் {(1, 2)} என்ற தொடர்பு, வரையறையின்படி கடப்பு ஆகும். (2, 3) ஐ சேர்த்து, (1, 3)ஐ நீக்கினால் தொடர்பானது கடப்பு அல்ல. எனவே தொடர்பு {(1, 2), (2, 3)} என்பது தற்சுட்டு அல்ல, சமச்சீர் அல்ல மற்றும் கடப்பும் அல்ல. இதே போன்று பல உதாரணங்கள் கொடுக்க இயலும்.

(ii) வரையறையின் படி, தொடர்பு {(1, 2)} என்பது கடப்பு தொடர்பாகவும் அதே நேரத்தில், தற்சுட்டு மற்றும் சமச்சீர் அல்லாமலும் உள்ளதை அறிவோம்.

(iii) (1, 2) என்ற உறுப்போடு தொடங்குவோம். நமக்குச் சமச்சீர் தேவை என்பதால் (2, 1) என்ற உறுப்பினைச் சேர்க்க வேண்டும். இந்நிலையில் (1, 1), (2, 2) ஆகிய உறுப்புகள் இல்லாமையால் தொடர்பானது கடப்பும் அல்ல, தற்சுட்டும் அல்ல. இதனால் {(1, 2), (2, 1)} என்பது தற்சுட்டும் அல்ல, கடப்பும் அல்ல. ஆனால் இது சமச்சீர் ஆகும்.

(iv) மேல் விவாதிக்கப்பக்கப்பட்ட தொடர்பில் (1, 1) மற்றும் (2, 2) என்ற உறுப்புகளைச் சேர்த்தால் அது கடப்பாக மாறும். எனவே, {(1, 2), (2, 1), (1, 1), (2, 2)} என்பது தற்சுட்டு அல்ல ஆனால் சமச்சீர் மற்றும் கடப்பு தொடர்பாகும்.

(v) {0, 1, 2, 3} -ல் அமைந்த தொடர்பானது தற்சுட்டாக இருக்க வேண்டுமெனில் (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3) என்ற உறுப்புகள் கண்டிப்பாக இருக்க வேண்டும். ஆனால் இது சமச்சீர் மற்றும் கடப்புத் தொடர்பாகவும் அமையும். எனவே, (i) இல் சேர்த்தது போல் (1, 2) மற்றும் (2, 3) சேர்த்தால் தேவை பூர்த்தியாகிவிடும். ஆகவே, {(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)} என்பது தற்சுட்டாகும், ஆனால் சமச்சீர் மற்றும் கடப்பு அல்ல.

5. மக்கள் தொகை 5000 உள்ள ஒரு நகரத்தில் நடத்தப்பட்ட ஒரு கணக்கெடுப்பில் மொழி A தெரிந்தவர்கள் 45%, மொழி B தெரிந்தவர்கள் 25%, மொழி C தெரிந்தவர்கள் 10%, A மற்றும் B மொழிகள் தெரிந்தவர்கள் 5%, B மற்றும் C மொழிகள் தெரிந்தவர்கள் 4%, ஆகும். இதில் மூன்று மொழிகளையும் தெரிந்தவர்கள் 3% எனில், மொழி A மட்டும் தெரிந்தவர்கள் எத்தனை பேர்?

[First Mid- 2018; May- 2022]

தீர்வு : செவ்வெண்மை மற்றும் வென்படம் என இரு வழிகளில் தீர்வு காணலாம்.

(i) **செவ்வெண்மை மூலம் தீர்வு காணல்**

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களிலிருந்து

$n(A) = 5000$- ல் $45\% = 2250$

இதே போன்று

$n(B) = 1250, n(C) = 500.$

$n(A\cap B)= 250, n(B\cap C)= 200, n(C\cap A) = 200$

மற்றும் $n(A\cap(B\cap C)) = 150.$

மொழி A மட்டுமே தெரிந்தவர்கள்

$n(A \cap B' \cap C') = n\{A\cap(B\cup C)'\}$

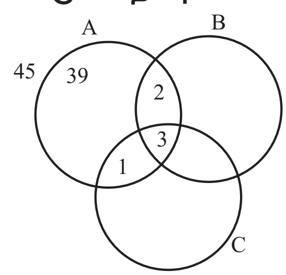
$= n(A) - n\{A\cap(B\cup C)\}$

$= n(A) - n(A\cap B) - n(A\cap C) + n(A\cap B\cap C)$

$= 2250 - 250 - 200 + 150 = 1950$

A மொழி மட்டும் தெரிந்தவர்களின் எண்ணிக்கை 1950.

(ii) **வென்படம் மூலம் தீர்வு காணல்**



enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

படத்திலிருந்து மொழி A மட்டுமே தெரிந்தவர்கள் 39 சதவீதம் ஆகும். எனவே மொழி A மட்டுமே தெரிந்தவர்கள்

$$= \overset{50}{\cancel{5000}} \times \frac{39}{\cancel{100}} = 1950.$$

6. **$f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஆகிய இரு சார்புகள் $f(x) = 2x - |x|$ மற்றும் $g(x) = 2x + |x|$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் fog -ஐக் காண்க.**

[Govt. MQP- 2018; June & Hy..- 2019; Sep.- 2020; Qy. - 2024]

தீர்வு : $|x| = \begin{cases} -x; & x \le 0 \\ x; & x > 0 \end{cases}$ என நாம் அறிவோம்.

எனவே $f(x) = \begin{cases} 2x-(-x) & ; \ x \le 0 \\ 2x - x & ; \ x > 0 \end{cases}$

இதனால் $f(x) = \begin{cases} 3x & ; \ x \le 0 \\ x & ; \ x > 0 \end{cases}$

மேலும் $g(x) = \begin{cases} 2x+(-x) & ; \ x \le 0 \\ 2x + x & ; \ x > 0 \end{cases}$

அதாவது $g(x) = \begin{cases} x; & x \le 0 \\ 3x; & x > 0 \end{cases}$

$x \le 0$ எனில், $(fog)(x) = f(g(x)) = f(x) = 3x.$

$x > 0$ எனில், $(fog)(x) = f(g(x)) = f(3x) = 3x.$

எனவே எல்லா x-க்கும் $(fog)(x) = 3x.$

7. **A = {2, 3, 5} மற்றும் தொடர்பு R = {(2, 5)} என்க. தொடர்பு R-ஐ சமானத் தொடர்பாக்க R-உடன் சேர்க்க வேண்டிய குறைந்தபட்ச உறுப்புகளை எழுதுக.**

[Govt. MQP- 2018]

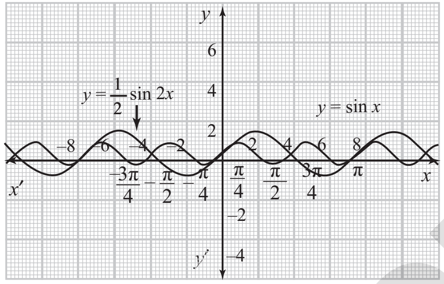
தீர்வு : (i) R ஒரு தற்சுட்டு ஆக இருக்க (2, 2), (3, 3) மற்றும் (5, 5) R-ல் சேர்க்கப்பட வேண்டும்.

(ii) R ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு ஆக இருக்க R-ல் (5, 2) இருக்க வேண்டும்.

(iii) R ஒரு கடப்புத் தொடர்பு R-ல் இருக்க வேண்டிய குறைந்த பட்ச உறுப்புகள் (5, 2), (2,2), (3,3) (5, 5).

8. **$y = \sin x$ என்ற வலைவரை மூலம் $y = \frac{1}{2}\sin 2x$. என்பதன் வரைபடத்தை வரைக.** **[Mar. - 2019]**

தீர்வு : $y = \frac{1}{2}\sin 2x$



9. **$y = \sin^{-1}\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}\right)$ எனில் $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$ எனக் காட்டுக.** **[April- 2023]**

தீர்வு : $y = \sin^{-1}\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{2}$ $\qquad x = \cos\theta$

$$\therefore y = \sin^{-1}\frac{\sqrt{1+\cos\theta}+\sqrt{1-\cos\theta}}{2}$$

$$= \sin^{-1}\frac{\sqrt{2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}+\sqrt{2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}}{2}$$

$$= \sin^{-1}\frac{\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)+\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}{2}$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\frac{\theta}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \sin^{-1}\left(\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\theta}{2}+\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \sin^{-1}\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}$$

$$\therefore y = \frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cos^{-1}x$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1-1}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

10. **மெய்மதிப்புச் சார்பு f ஆனது $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\sqrt{x^2-1}}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் அதன் சாத்தியமான மீப்பெரு சார்பகத்தைக் காண்க.** **[Qy. - 2024]**

தீர்வு : பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 1.24

❁❁❁❁❁

02 அடிப்படை இயற்கணிதம்

புத்தக வினாக்கள்

பயிற்சி 2.1

1. $\left\{\sqrt{7}, \frac{-1}{4}, 0, 3.14, 4, \frac{22}{7}\right\}$ ஆகிய ஒவ்வொரு எண்ணினையும் $\mathbb{N}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}-\mathbb{Q}$ அல்லது $\mathbb{Z}$ என்ற அடிப்படையில் எழுதுக.

தீர்வு : $\sqrt{7}$ விகிதமுறா எண், $\sqrt{7} \in \mathbb{R}-\mathbb{Q}$.

$\frac{-1}{4}$ குறை விகிதமுறு எண், $\frac{-1}{4} \in \mathbb{Q}$

0 ஒரு முழு, $0 \in \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$

3.1w = π முடிவுறா சுழல் தன்மையற்ற தசம பின்னம்

$\Rightarrow 3.14 \in \mathbb{Q}$

4 ஒரு மிகை முழு $\Rightarrow 4 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$.

$\frac{22}{7}$ ஒரு விகிதமுறா எண் $\Rightarrow \frac{22}{7} \in \mathbb{Q}$

2. $\sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறா எண் எனக் காட்டுக. (குறிப்பு $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$-க்குப் பயன்படுத்திய முறையை பின்பற்றவும்.) [First Mid- 2018]

தீர்வு : $\sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறுஎண் என்க.

$\therefore \sqrt{3} = \frac{m}{n}$ என்க (m, n என்பன 1 ஐத் தவிர பொதுவகுத்தி இல்லாதவை)

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த

$$3 = \frac{m^2}{n^2} \Rightarrow 3n^2 = m^2$$

$$\Rightarrow 3n^2 = m^2$$

2 ஆல் இருபுறமும் பெருக்குக

$$\Rightarrow 6n^2 = 2m^2 \Rightarrow 3(2n^2) = 2m^2$$

$2n^2$ ஆனது 2-ஆல் வகுபடும் m^2-ம் ஒரு இரட்டை எண்

$\Rightarrow$ m ஒரு இரட்டையாக இருக்க வேண்டும்

$$\Rightarrow m = 2k, k \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow 3n^2 = (2k)^2 \Rightarrow 3n^2 = 4k^2$$

n ஒரு இரட்டை எண். எனவே, m, n இரட்டை எண்கள் 2-ன் காரணிகள் ஆகும். இது முதல் கூற்றை முரண்பாடுடையதாக்குகிறது.

$\therefore \sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறு எண்ணாக இருக்க இயலாது.

$\Rightarrow \sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்.

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

3. தனித்த (அ) நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட இரண்டு விகிதமுறா எண்கள் உள்ளனவா எனில், அவ்விரு விகிதமுறா எண்களின் வித்தியாசம் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாக இருக்க முடியுமா? நியாயப்படுத்துக.

தீர்வு : இரண்டு வெவ்வேறான விகிதமுறா எண்கள் $(2+\sqrt{3}), (4+\sqrt{3})$ என்க.

அவற்றின் வித்தியாசம் $(2+\sqrt{3})-(4+\sqrt{3})$

$= 2+\sqrt{3}-4-\sqrt{3}$

$= 2-4 = -2$

இது ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.

4. இருவிகிதமுறா எண்களின் கூடுதல் விகிதமுறு எண்ணாக அமையுமாறு விகிதமுறா எண்களைக் காண்க. இரு விகிதமுறா எண்களின் பெருக்கல் விகிதமுறு எண்ணாக அமையுமாறு இரண்டு விகிதமுறா எண்களைக் காணமுடியுமா?

தீர்வு : இரண்டு விகிதமுறா எண்கள் $5+\sqrt{7}, 7-\sqrt{7}$ என்க.

அவற்றின் கூடுதல் $= 5+\cancel{\sqrt{7}}+7-\cancel{\sqrt{7}} = 12$ இது ஒரு விகிதமுறு எண்

$4+\sqrt{6}, 4-\sqrt{6}$ என்ற இரு விகிதமுறா எண்களை எடுத்துக்கொள்வோம்.

அவற்றின் பெருக்கற்பலன் $(4+\sqrt{6})(4-\sqrt{6})$

$= 4^2-(\sqrt{6})^2 = 16-6 = 10$

இது ஒரு விகிதமுறு எண்

www.surabooks.com
enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

www.surabooks.com

5. $\frac{1}{2^{1000}}$ **-ஐவிட சிறிய மிகை எண் காண்க. நியாயப்படுத்துக.**

தீர்வு : $\frac{1}{2^{1000}}$ கொடுக்கப்பட்ட எண். இங்கு $1000 < 1001$

$$\Rightarrow \quad 2^{1000} < 2^{1001} \Rightarrow \frac{1}{2^{1000}} > \frac{1}{2^{1001}}$$

$\therefore$ $\frac{1}{2^{1000}}$ ஐ விட சிறிய மிகை எண் $\frac{1}{2^{1001}}$

பயிற்சி 2.2

1. தீர்வு காண்க.

(i) $|3 - x| < 7$ **(ii)** $|4x - 5| \geq -2$

(iii) $\left|3 - \frac{3}{4}x\right| \leq \frac{1}{4}$ **(iv)** $|x| - 10 < -3$

தீர்வு :(i) $|3 - x| < 7$

$a < b \Rightarrow ay \geq by, y < 0$

$|3 - x| < 7$

$\Rightarrow -7 < 3 - x < 7 \;\Rightarrow -7-3 < -x < 7-3$

$\Rightarrow -10 < -x < 4 \;\Rightarrow 10 > x > -4$

$\Rightarrow -4 < x < 10$

தீர்வுக்கணம் $(-4, 10)$

(ii) $|4x-5| \geq -2$ கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$$\Rightarrow 4\left|x - \frac{5}{4}\right| \geq -2 \;\Rightarrow \left|x - \frac{5}{4}\right| \geq -\frac{2}{4}$$

(iii) $\left|3 - \frac{3}{4}x\right| \leq \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow \frac{-1}{4} \leq 3 - \frac{3}{4}x \leq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{-1}{4} - 3 \leq -\frac{3}{4}x \leq \frac{1}{4} - 3$$

$$\Rightarrow \frac{-13}{4} \leq \frac{-3}{4}x \leq \frac{-11}{4}$$

4 ஆல் பெருக்க

$$\Rightarrow -13 \geq -3x \geq -11 \Rightarrow \frac{11}{3} \leq x \leq \frac{13}{3}$$

$\therefore$ தீர்வுக்கணம் $\left[\frac{11}{3}, \frac{13}{3}\right]$

(iv) $|x| - 10 < -3$

$|x| - 10 < -3$ கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$\Rightarrow |x| < -3 + 10 \Rightarrow |x| < 7 \Rightarrow -7 < x < 7$

$\therefore$ தீர்வுக்கணம் $(-7, 7)$.

2. $\frac{1}{|2x-1|} < 6$ **-க்குத் தீர்வு கண்டு, தீர்வை இடைவெளிக் குறியீட்டில் எழுதுக.**

தீர்வு : $\frac{1}{|2x-1|} < 6$ பகுதி, தொகுதிகளை $|2x-1|$ஆல் பெருக்க

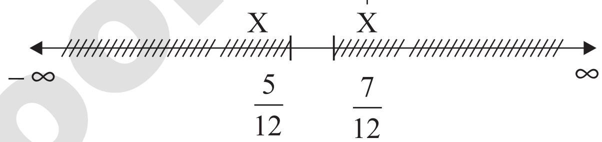
$\Rightarrow \quad 1 < 6\,|2x-1|$

$\Rightarrow \quad 0 < 6\,|2x-1| - 1$

$\Rightarrow \quad 6\,|2x-1| - 1 > 0$

$\Rightarrow \quad \pm 6\,(2x-1) - 1 > 0$

$6(2x-1) - 1 > 0$	$-6(2x-1) - 1 > 0$
$12x - 6 - 1 > 0$	$-12x + 6 - 1 > 0$
$12x - 7 > 0$	$-12x + 5 > 0$
$12x > 7$	$-12x > -5$
$x > \frac{7}{12}$	$x < \frac{5}{12}$



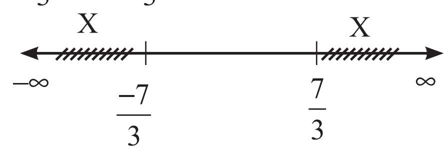
$\therefore$ தீர்வுக்கணம் $\left(-\infty, \frac{5}{12}\right) \cup \left(\frac{7}{12}, \infty\right)$

3. $-3\,|x| + 5 \leq -2$**- க்குத் தீர்வு கண்டு, தீர்வை எண் கோட்டில் குறிக்க.**

தீர்வு : $-3\,|x| + 5 \leq -2$

$\Rightarrow \; -3|x| \leq -7 \quad \Rightarrow |x| \geq \frac{7}{3}$ [–3–ஆல் வகுக்க]

$\Rightarrow \; \frac{-7}{3} \geq |x| \geq \frac{7}{3}$



தீர்வுக்கணம் : $\left(-\infty, \frac{-7}{3}\right] \cup \left[\frac{7}{3}, \infty\right)$

4. $2|x + 1| - 6 \leq 7$ **க்குத் தீர்வு கண்டு, தீர்வை எண் கோட்டில் குறிக்க.** **[Hy.- 2018]**

தீர்வு : $2|\,x+1| - 6 \leq 7$

$\Rightarrow \quad 2\,|x+1| \leq 7+6 \qquad \Rightarrow \quad 2\,|x+1| \leq 13$

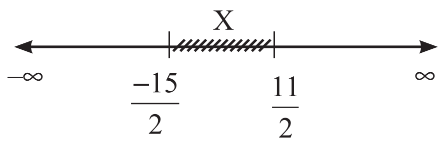
$\Rightarrow \quad |x+1| \leq \frac{13}{2}$

$\Rightarrow \quad \frac{-13}{2} \leq x+1 \leq \frac{13}{2}$

$\Rightarrow \quad \frac{-13}{2} - 1 \leq x \leq \frac{13}{2} - 1 \;\Rightarrow\; \frac{-15}{2} \leq x \leq \frac{11}{2}$

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

www.surabooks.com



$\therefore$ தீர்வுகணம் $\left[\frac{-15}{2}, \frac{11}{2}\right]$

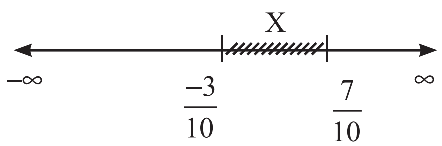
5. தீர்க்க : $\frac{1}{5}|10x-2|<1$

தீர்வு : $\frac{1}{5}|10x-2|<1$

$\Rightarrow$ $|10x-2| < 5$ $\Rightarrow$ $-5 < 10x-2 < 5$

$\Rightarrow$ $-5+2 < 10x < 5+2$ $\Rightarrow$ $-3 < 10x < 7$

$\Rightarrow$ $\frac{-3}{10} < x < \frac{7}{10}$



$\therefore$ தீர்வுகணம் $\left(\frac{-3}{10}, \frac{7}{10}\right)$

6. தீர்க்க : $|5x-12| < -2$ **[Qy. - 2024]**

தீர்வு : $-(-2) < 5x-12 < -2.$

$+2+12 < 5x < -2+12$

$14 < 5x < 10$

$\frac{14}{5} < x < 2$

$2.8 < x < 2$ இதனை தீர்வு காண இயலாது.

பயிற்சி 2.3

1. கீழ்க்கண்ட அசமன்பாடுகளை இடைவெளி அமைப்பில் எழுதுக.

(i) $x \geq -1$ மற்றும் $x < 4$

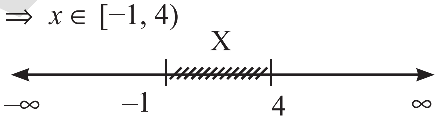
(ii) $x \leq 5$ மற்றும் $x \geq -3$

(iii) $x < -1$ அல்லது $x < 3$

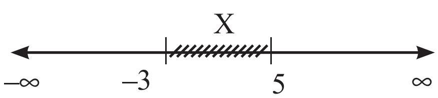
(iv) $-2x > 0$ அல்லது $3x-4 < 11$

தீர்வு : (i) $x \geq -1$ மற்றும் $x < 4$

$\Rightarrow$ $x \in [-1, 4)$



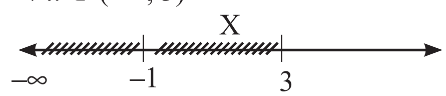
(ii) $x \leq 5$ மற்றும் $x \geq -3$



$\Rightarrow x \in [-3, 5]$

(iii) $x < -1$ அல்லது $x < 3$

$\Rightarrow x \in (-\infty, 3)$

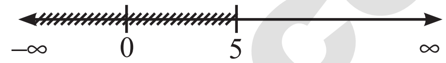


(iv) $-2x > 0$ அல்லது $3x-4 < 11$

$\Rightarrow -x > 0$ அல்லது $3x < 11+4$

$\Rightarrow -x > 0$ அல்லது $3x < 15$

$\Rightarrow x < 0$ அல்லது $x < 5$



$\Rightarrow x \in (-\infty, 5]$

2. $23x < 100$-ன் தீர்வை

(i) $x \in \mathbb{N}$ [July - 2024] (ii) $x \in \mathbb{Z}$-க்கு காண்க.

[July- 2023]

தீர்வு : $23x < 100$

(i) $x \in \mathbb{N}$ எனில்

$\Rightarrow$ $23x < 100 \Rightarrow x < \frac{100}{23}$

$\Rightarrow$ $x < 4.348$ $\Rightarrow x = 1, 2, 3, 4$

தீர்வுகணம் $\{1, 2, 3, 4\}$

(ii) $x \in \mathbb{Z}$ எனில்

$x < 4.348$

$\Rightarrow x = \{\ldots\ldots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

3. $-2x \geq 9$-ன் தீர்வை (i) $x \in \mathbb{R}$ (ii) $x \in \mathbb{Z}$ (iii) $x \in \mathbb{N}$-க்கு காண்க. **[CRT- 2022]**

தீர்வு : $-2x \geq 9 \Rightarrow -x \geq \frac{9}{2} \Rightarrow x \leq \frac{-9}{2}$

(i) $x \in \mathbb{R}$ எனில் $x \in \left(-\infty, \frac{-9}{2}\right]$

(ii) $x \in \mathbb{Z}$ எனில் $x = \{-\infty, \ldots..-5\}$

(iii) $x \in \mathbb{N}$ எனில், $\frac{-9}{2}$ ஐ விட சிறிய இயல் எண் எதுவும் இல்லை

$\therefore$ $x = \{\}$

4. தீர்வு காண்க :

(i) $\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3}$ **[Qy. - 2023]**

(ii) $\frac{5-x}{3} < \frac{x}{2} - 4$

தீர்வு :

(i) $\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3}$

$\Rightarrow$ $\frac{3x-6}{5} \leq \frac{10-5x}{3} \Rightarrow 3(3x-6) \leq 5(10-5x)$

www.surabooks.com

$\Rightarrow \quad 9x-18 \;\leq\; 50-25x$

$\Rightarrow \quad 9x + 25x \;\leq\; 50+18$

$\Rightarrow \quad 34\,x \;\leq 68 \Rightarrow \quad x \;\leq 2.$

$\therefore$ தீர்வு கணம் $(-\infty, 2]$

(ii) $\dfrac{5-x}{3} < \dfrac{x}{2} - 4$

முழுவதையும் 3 ஆல் பெருக்க, $5 - x < \dfrac{3x}{2} - 12$

2 ஆல் பெருக்க

$\Rightarrow \quad 10-2x < 3x-24 \Rightarrow 10+24 < 3x+2x$

$\Rightarrow \quad 34 < 5x \Rightarrow \dfrac{34}{5} < x$

$\therefore$ தீர்வுகணம் $\left(\dfrac{34}{5}, \infty\right)$

5. ஒவ்வொன்றும் 100 மதிப்பெண்கள் கொண்ட 5 பாடங்களில் மதிப்பெண்களின் சராசரி 90 அல்லது அதற்கும் மேல் இருந்தால் தரம் A ஆகும். ஒரு நபர் முதல் 4 பாடங்களில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் 84, 87, 95, 91 எனில், ஐந்தாம் பாடத்தில் குறைந்தபட்சம் என்ன மதிப்பெண் பெற்றால் தரம் A கிடைக்கும்?

[First Mid- 2018]

தீர்வு : ஒருவன் 5வது தேர்வில் எடுத்த மதிப்பெண்கள் x என்க.

$\dfrac{84+87+95+91+x}{5} \geq 90 \;\Rightarrow\; \dfrac{357+x}{5} \geq 90$

இருபுறமும் 5ஆல் பெருக்க $\Rightarrow 357 + x \;\geq\; 450$

இருபுறமும் 357 ஐ கழிக்க

$x \;\geq\; 450 - 357 \Rightarrow \; x \;\geq\; 93$

$\therefore$ அவர் A கிரேடு வாங்க 93 மதிப்பெண்களை குறைந்தபட்சமாக பெற்றிருக்க வேண்டும்.

6. ஒரு உற்பத்தியாளர் 12 விழுக்காடு அமிலம் கொண்ட 600 லிட்டர் கரைசல் வைத்திருக்கிறார். இதனுடன் எத்தனை லிட்டர்கள் 30 விழுக்காடு அமிலத்தைக் கலந்தால் 15 விழுக்காட்டிற்கும் 18 விழுக்காட்டிற்கும் இடைப்பட்ட அடர்த்தி கொண்ட அமிலக் கரைசல் கிடைக்கும்?

தீர்வு : 30 விழுக்காடு அமிலம் கலந்த கரைசல் $= x$ லிட்டர் என்க.

$\therefore$ மொத்த கரைசல் $= (600 + x)$ லிட்டர்

$30\%\, x + 12\%\, 600 > 15\%\, (600 + x)$

$\Rightarrow \quad \dfrac{30x}{100} + \dfrac{12}{100} \times 600 > \dfrac{15}{100}(600+x)$

$\Rightarrow \quad 30x + 7200 > 9000 + 15\,x$ (100 ஆல் பெருக்க)

$\Rightarrow \quad 15x + 7200 > 9000 \Rightarrow \; 15x > 9000 - 7200$

$\Rightarrow \quad 15x > 1800 \quad \Rightarrow \quad x > 120 \quad \ldots(1)$

30% of x + 12% of $600 < \dfrac{18}{100}(600+x)$

$\Rightarrow \quad \dfrac{30x}{100} + \dfrac{12}{100} \times 600 < \dfrac{18}{100}(600+x)$

$\Rightarrow \quad 30x + 7200 < 18(600 + x)$

$\Rightarrow \quad 30x + 7200 < 10800 + 18\,x$

$\Rightarrow \quad 12x + 7200 < 10800 \Rightarrow 12x < 10800 - 7200$

$\Rightarrow \quad 12x < 3600 \quad \Rightarrow x < \dfrac{\overset{300}{\cancel{3600}}}{\cancel{12}} \Rightarrow x < 300 \quad \ldots(2)$

(1), (2) லிருந்து $120 < x < 300$

$\therefore$ 30% அமிலம் கலந்த கரைசல் 120 லிட்டரைவிட அதிகமாகவும் மற்றும் 300 லிட்டரை விட குறைவாகவும் கிடைக்கும்.

7. 10ஐ விடப் பெரிய அடுத்தடுத்த இரண்டு ஒற்றைப்படை இயல் எண்களின் கூடுதல் 40ஐ விடக் குறைவாக இருக்க வேண்டுமெனில், அவ்வெண்களைக் காண்க.

தீர்வு : முதல் ஒற்றைப்படை இயல் எண் $= x$ என்க.

அடுத்த ஒற்றைப்படை இயல் எண் $= x + 2$

$x > 10$ கொடுக்கப்பட்ட கூற்று ...(1)

$\Rightarrow \quad x + 2 > 10$

$\Rightarrow \quad x > 8$ ...(2)

$x + x + 2 < 40$ ...(3)

(1) , (2) லிருந்து $x > 10$ ...(4)

(3) லிருந்து $2x + 2 < 40$

$\Rightarrow \quad 2x < 38$

$\Rightarrow \quad x < \dfrac{38}{2} \Rightarrow \quad x < 19$ ...(5)

(4), மற்றும் (5) லிருந்து $10 < x < 19$

x ஒற்றைப்படை இயல் எண்கள் என்பதால் $x = 11, 13, 15, 17$

$\therefore$தேவையான ஜோடிகள் (11, 13),(13, 15),(15, 17) (17, 19).

8. ஒரு ஏவுகணை ஏவப்படுகிறது. t வினாடிகளுக்குப் பிறகு தரையில் இருந்து அதன் உயரம் h ஆனது $h(t) = -5t^2 + 100t,\ 0 \leq t \leq 20$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஏவுகணை எந்நேரங்களில் 495 அடி உயரத்தை அடையும்.

தீர்வு : ஏவுகணை 495 அடி உயரத்தை அடையும்பொழுது t வினாடி என்க

$h(t) = -5t^2 + 100t,\ 0 \leq t \leq 20$

$h(t) = -5t^2 + 100t = 495$

$\Rightarrow -5t^2 + 100t - 495 = 0$

$\Rightarrow \quad t^2 - 20t + 99 = 0$ [–5 ஆல் வகுக்க]

$\Rightarrow \quad (t-11)(t-9) = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 11$ அல்லது 9.

$\therefore$ 11 அல்லது 9 வினாடி நேரத்தில் 495 அடி உயரத்தை ஏவுகணை அடையும்.

www.surabooks.com

9. தண்ணீர் குழாய் சரி செய்பவருக்குப் பின்வரும் முறைகளில் கூலி கொடுக்கப்படுகிறது. முதல் முறையில் ₹ 500-ம் ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்கும் ₹ 70 கணக்கிடப்பட்டுக் கொடுக்கப்படுகிறது. இரண்டாம் முறையில் ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்கு ₹ 120 எனக் கொடுக்கப்படுகிறது. ஒருவர் x மணி நேரம் வேலை செய்கிறார். எனில் x -ன் எம்மதிப்பிற்கு முதல் முறையில் அவருக்கு சிறந்த கூலி கிடைக்கும்?

தீர்வு : ஒரு வேலையை முடிக்க ஆகும் நேரம் $= x$ என்க.

முதல் முறையில் சம்பளம் $= ₹500 + 70x$

இரண்டாம் முறையில் சம்பளம் $= ₹120x$

$500 + 70x > 120x$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது

$\Rightarrow \quad 500 > 120x - 70x \Rightarrow 500 > 50x$

$\Rightarrow \quad \frac{\overset{10}{\cancel{500}}}{\cancel{50}} > x \Rightarrow 10 > x \Rightarrow x < 10$

$\therefore$ 10 மணிக்கு குறைவாக அவருக்கு சிறந்த கூலி கிடைக்கும்.

10. A மற்றும் B ஆகியோர் ஒரே மாதிரியான வேலை செய்தாலும், அவர்களது வருட ஊதியம் ₹6000க்கு மேல் வேறுபாடாக இருக்கிறது. B-ன் மாத ஊதியம் ₹27,000 எனில் A-ன் மாத ஊதியத்திற்கான சாத்தியக் கூறுகளைக் காண்க.

தீர்வு : A-ன் ஊதியம் $= x$ என்க.

B-ன் மாத ஊதியம் $= 27,000$

இருவரின் ஆண்டு வருமானம் 6000 வேறுபாடு இருப்பதாக கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

A -ன் வருமானம், B -ன் வருமானத்தை விட அதிகமாக கருதிக்கொள்வோம்.

$\Rightarrow x - 27,000 > 6,000 \Rightarrow x > 6,000 + 27,000$

$\Rightarrow x > 33,000$ ...(1)

B-ன் வருமானம், A-ன் வருமானத்தை விட அதிகமாக கருதிக்கொள்வோம்.

$\Rightarrow 27,000 - x > 6,000 \Rightarrow 21,000 > x$ ...(2)

(1), (2) லிருந்து

A-ன் வருமானம் ₹ 21,000 மேல் ₹ 33,000 கீழ் உள்ள வாய்ப்பு இருக்கிறது.

$\therefore$ A -ன் வருமானம் $21,000 < x < 33,000$

பயிற்சி 2.4

1. 7 மற்றும் –3 ஆகிய மூலங்களையுடைய இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க. [CRT- 2022; Qy. - 2023]

தீர்வு : 7,–3 மூலங்கள்

மூலங்களின் கூடுதல் $= 7 + (-3) = 4$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $= 7 \times -3 = -21$

$\therefore$ தேவையான இருபடிச் சமன்பாடு

$\Rightarrow x^2$ – (மூலங்களின் கூடுதல்) x + மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $= 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0$.

2. ஒரு இருபடிக் கோவையின் ஒரு பூஜ்ஜியம் $1 + \sqrt{5}$ மேலும் $p(1) = 2$ எனில், அந்த இருபடிக் கோவையைக் காண்க.

தீர்வு : இருபடிக்கோவை $p(x) = k\,(x^2 - x$ (மூலங்களின் கூடுதல்) + மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்).

மூலங்களின் கூடுதல் $= 1 + \cancel{\sqrt{5}} + 1 - \cancel{\sqrt{5}} = 2$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $= (1+\sqrt{5})\,(1-\sqrt{5})$
$= 1 - 5 = -4$

இருபடிக்கோவை $p(x) = k\,(x^2 - 2x - 4)$ எனில்

$p(1) = 2$

$k\,(1^2 - 2 - 4) = 2$

$k\,(-5) = 2 \Rightarrow k = -\frac{2}{5}$

$\therefore p\,(x) = -\frac{2}{5}\,(x^2 - 2x - 4)$

3. $x^2 + \sqrt{2}\,x + 3 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், பூஜ்ஜியங்கள் $\frac{1}{\alpha}$ மற்றும் $\frac{1}{\beta}$ உடைய இருபடிக் கோவையைக் காண்க. [Qy.- 2024]

தீர்வு : இருபடிச்சமன்பாடு $x^2 + \sqrt{2}x + 3 = 0$ என்க.

$\therefore \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -\sqrt{2}$ $\quad \left[\because a = 1,\ b = \sqrt{2},\ c = 3\right]$

$\alpha + \beta = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3$

மூலங்களின் கூடுதல் $= \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{-\sqrt{2}}{3}$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $= \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{3}$

$\therefore$ தேவையான இருபடிச்சமன்பாடு

$\Rightarrow x^2$ – (மூலங்களின் கூடுதல்) x + (மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்) $= 0$

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{-\sqrt{2}}{3}\right)x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{\sqrt{2}}{3}x + \frac{1}{3} = 0$

$\Rightarrow 3x^2 + \sqrt{2}x + 1 = 0.$

4. $k(x - 1)^2 = 5x - 7$ என்பதன் ஒரு மூலம் மற்றதன் இருமடங்கு எனில், $k = 2$ அல்லது -25 எனக் காண்க.

தீர்வு : $k(x-1)^2 = 5x - 7$ [Govt. MQ- 2018; June- 2019; CRT- 2022; April- 2023]

$\Rightarrow k(x^2-2x+1) = 5x-7$

$\Rightarrow kx^2-2kx+k = 5x-7$

$\Rightarrow kx^2-2kx-5x+k+7 = 0$

$kx^2 + x\,(-2k-5) + (k+7) = 0$

www.surabooks.com

$\alpha, 2\alpha$ என்பன இரு மூலங்கள் எனில்

$$\alpha + 2\alpha = \frac{2k+5}{k}$$

$$3\alpha = \frac{2k+5}{k}$$

$$\alpha = \frac{2k+5}{3k} \quad \ldots(1)$$

$$\alpha(2\alpha) = \frac{k+7}{k}$$

$$2\alpha^2 = \frac{k+7}{k}$$

$$\alpha^2 = \frac{k+7}{2k} \quad \ldots(2)$$

(1)ஐ (2)-ல் பிரதியிட

$$\left(\frac{2k+5}{3k}\right)^2 = \frac{k+7}{2k}$$

$$\frac{4k^2+20k+25}{9k^2} = \frac{k+7}{2k}$$

$$\frac{4k^2+20k+25}{9k} = \frac{k+7}{2}$$

$$8k^2+40k+50 = 9k^2+63k$$

$$\Rightarrow k^2+23k-50 = 0$$

$$\Rightarrow (k-2)(k+25) = 0$$

$\Rightarrow k = 2$ அல்லது -25 என நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. $2x^2 - (a+1)x + a - 1 = 0$ -ன் மூலங்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடும், அவைகளின் பெருக்கற்பலனும் சமம் எனில், $a = 2$ என நிறுவுக. [First Mid- 2018]

தீர்வு : $2x^2 - (a+1)x + a - 1 = 0$

α, β என்பன மூலங்கள் என்க.

$$\alpha - \beta = \alpha\beta$$

$$\alpha - \beta = \frac{a-1}{2} \quad \ldots(1)$$

$$\alpha + \beta = \frac{a+1}{2} \quad \ldots(2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 2\alpha = \frac{a-1}{2} + \frac{a+1}{2}$$

$$2\alpha = \frac{2a}{2} = a$$

$$\boxed{\alpha = \frac{a}{2}}$$

$\alpha = \frac{a}{2}$ ஐ (2)-ல் பிரதியிட

$$\frac{a}{2} + \beta = \frac{a+1}{2}$$

$$\beta = \frac{a+1}{2} - \frac{a}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \frac{a}{2}, \beta = \frac{1}{2}$$

இவற்றை $\alpha - \beta = \alpha\beta$ ல் பிரதியிட

$$\Rightarrow \alpha - \beta = \alpha\beta$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} - \frac{1}{2} = \frac{a}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a-1}{\cancel{2}} = \frac{a}{\cancel{4}}$$

$$\Rightarrow a - 1 = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow 2a - 2 = a$$

$$\Rightarrow a = 2$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. $ax^2 + bx + c = 0$ -ன் ஒரு மூலம்
(i) மற்றொரு மூலத்தின் மாற்று குறியீடு
(ii) மற்றொரு மூலத்தைப் போல் மூன்று மடங்கு
(iii) மற்றொரு மூலத்தின் தலைகீழி ஆக இருக்கக் கட்டுப்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு : (i) $ax^2 + bx + c = 0$ இரண்டு மூலங்கள் $\alpha, -\alpha$ என்க.

$$\therefore \alpha + (-\alpha) = \frac{-b}{a}$$

$$0 = \frac{-b}{a} \quad \therefore b = 0$$

$$\alpha(-\alpha) = \frac{c}{a} \; ; \; -\alpha^2 = \frac{c}{a}$$

தேவையான கட்டுப்பாடு $b = 0$

(ii) ஒரு மூலம் மற்றதைப்போல் 3 மடங்கு எனில் $\alpha, 3\alpha$ என்பன இரு மூலங்கள்

$$\alpha + 3\alpha = \frac{-b}{a}$$

$$\Rightarrow 4\alpha = \frac{-b}{a}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{-b}{4a} \quad \ldots(1)$$

$$\alpha(3\alpha) = \frac{c}{a}$$

$$3\alpha^2 = \frac{c}{a}$$

$$\alpha^2 = \frac{c}{3a} \quad \ldots(2)$$

www.surabooks.com

(1) ஐ (2)-ல் பிரதியிட

$$\left(\frac{-b}{4a}\right)^2 = \frac{c}{3a}$$

$$\frac{+b^2}{16a^2} = \frac{c}{3a}$$

$$\frac{b^2}{16a} = \frac{c}{3}$$

$3b^2 = 16ac$ இதுவே தேவையான கட்டுப்பாடு ஆகும்.

(iii) ஒரு மூலம் மற்றதின் தலைகீழி எனில் $\alpha, \frac{1}{\alpha}$ என்பன மூலங்கள்

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \frac{-b}{a}$$

$$\alpha \times \frac{1}{\alpha} = \frac{c}{a} \; ; \; 1 = \frac{c}{a}$$

$\boxed{a = c}$ இதுவே தேவையான கட்டுப்பாடு ஆகும்.

7. $x^2 - ax + b = 0$ மற்றும் $x^2 - ex + f = 0$ ஆகிய சமன்பாடுகளுக்கு ஒரு பொதுவான மூலம் உள்ளது. மேலும் இரண்டாம் சமன்பாட்டிற்குச் சமமான மூலங்கள் உண்டு எனில், $ae = 2(b + f)$ என நிறுவுக.

தீர்வு :

$$x^2 - ax + b = 0 \quad \ldots (1)$$
$$x^2 - ex + f = 0 \quad \ldots (2)$$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகள்

α என்பது பொதுவான மூலம் என்க

α, β என்பன (1) ன் மூலங்கள் என்க.

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-a)}{1} = a$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{b}{1} = b$$

α, α என்பன (2) ன் மூலங்கள் எனில்

$$x^2 - ex + f = 0$$

$$\alpha + \alpha = e \Rightarrow 2\alpha = e$$

$$\alpha^2 = f$$

நிரூபிக்க வேண்டியது $ae = 2(b + f)$

$$\therefore \text{L.H.S} = ae = (\alpha + \beta)(2\alpha)$$

$$ae = 2\alpha^2 + 2\alpha\beta = 2f + 2b$$

$$= 2(b + f) \ldots \text{R.H.S}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

8. (i) $-x^2 + 3x + 1 = 0$, (ii) $4x^2 - x - 2 = 0$, (iii) $9x^2 + 5x = 0$ ஆகியவற்றின் மூலங்களின் தன்மையைக் காண்க.

தீர்வு : (i)

$$-x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$a = -1, b = 3, c = 1.$$

$$D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times -1 \times 1$$

$$= 9 + 4 = 13.$$

$D > 0 \therefore$ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமற்றது.

(ii)

$$4x^2 - x - 2 = 0$$

$$a = 4, b = -1, c = -2$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (-1)^2 - 4 \times 4 \times -2$$

$$= 1 + 32 = 33 > 0$$

$\therefore$ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமற்றது.

(iii)

$$9x^2 + 5x = 0$$

$$9x^2 + 5x + 0 = 0$$

$$a = 9, b = 5, c = 0$$

$$\therefore D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 9 \times 0$$

$$= 25 - 0 = 25 > 0.$$

$\therefore$ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமற்றது.

9. வரைபடம் வரையாமல் (i) $y = x^2 + x + 2$, (ii) $y = x^2 - 3x - 7$, (iii) $y = x^2 + 6x + 9$ ஆகியவை x -அச்சை வெட்டுமா எனச் சோதித்தறியவும். மேலும் வெட்டும் புள்ளிகளைக் காண்க.

தீர்வு :(i)

$$y = x^2 + x + 2$$

$$a = 1, b = 1, c = 2$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times 2$$

$$= 1 - 8 = -7 < 0$$

எனவே கொடுக்கப்பட்ட வரைபடம் x அச்சை வெட்டாது.

(ii)

$$y = x^2 - 3x - 7$$

$$a = 1, b = -3, c = -7$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times -7$$

$$= 9 + 28 = 37 > 0$$

$\therefore$ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமல்ல என்பதால் வரைபடம் x அச்சை இரண்டு புள்ளிகளில் வெட்டும்.

www.surabooks.com

(iii) $y = x^2 + 6x + 9$

இங்கு $a = 1, b = 6, c = 9$

$\therefore D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 1 \times 9$

$= 36 - 36 = 0$

∴ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் என்பதால் வரைபடம் x அச்சை ஒரே ஒரு புள்ளியில் வெட்டும்.

10. $f(x) = x^2 + 5x + 4$-ஐ வர்க்கங்களின் கூடுதலாக எழுதுக.

தீர்வு : $y = x^2 + 5x + 4$ என்க.

$$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4 = \left(x+\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + 4$$

$$= \left(x+\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{-25+16}{4}$$

$$= \left(x+\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

பயிற்சி 2.5

1. தீர்வு காண்க : $2x^2 + x - 15 \le 0$. [Hy. - 2023; July - 2024]

தீர்வு : $2x^2 + x - 15 \le 0$

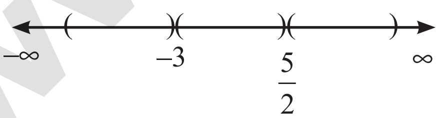
$2x^2 + 6x - 5x - 15 \le 0$

$2x(x + 3) - 5(x + 3) \le 0$

$(2x - 5)(x + 3) \le 0$

$\Rightarrow (x + 3)(2x - 5) \le 0 \Rightarrow 2(x+3)\left(x-\frac{5}{2}\right) \le 0$

∴ மாறுநிலைப் புள்ளிகள் $-3, \frac{5}{2}$



∴ அச்சமன்பாடு நிறைவு செய்யும் சாதகமான இடைவெளிகள்

$(-\infty, -3)\left(-3, \frac{5}{2}\right)\left(\frac{5}{2}, \infty\right)$

இடைவெளி	$(x+3)$ ன் குறியீடு	$\left(x-\frac{5}{2}\right)$ ன் குறியீடு	$2x^2 + x - 15$ ன் குறியீடு
$(-\infty, -3)$ $x = -4$ என்க	–	–	+
$\left(-3, \frac{5}{2}\right)$ $x = 0$ என்க	+	–	–
$\left(\frac{5}{2}, \infty\right)$ $x = 3$ என்க	+	+	+

அச்சமன்பாடு நிறைவு செய்யும் இடைவெளி $\left[-3, \frac{5}{2}\right]$

2. தீர்வு காண்க : $-x^2 + 3x - 2 \ge 0$.

தீர்வு : $\Rightarrow x^2 - 3x + 2 \le 0$ $(\because a \ge b \Rightarrow -a \le -b)$

$\Rightarrow x^2 - 2x - x + 2 \le 0$

$\Rightarrow x(x - 2) - 1(x - 2) \le 0$

$\Rightarrow (x - 1)(x - 2) \le 0$

∴மாறுநிலைப் புள்ளிகள் 1, 2

சாதகமான இடைவெளிகள் $(-\infty, 1)$, $(1,2)$, மற்றும் $(2, \infty)$

இடைவெளி	$(x-1)$ ன் குறியீடு	$(x-2)$ ன் குறியீடு	$x^2 - 3x + 2$ ன் குறியீடு
$(-\infty, 1)$ $x = 0$ என்க	–	–	+
$(1, 2)$, $x = 1.5$ என்க	+	–	–
$(2, \infty)$ $x = 3$ என்க	+	+	+

$x^2 - 3x + 2 < 0$ என்ற அச்சமன்பாடு $[1, 2]$ என்ற இடைவெளியில் நிறைவு பெறுகிறது.

www.surabooks.com

பயிற்சி 2.6

1. $f(x) = 4x^2 - 25$ என்ற பல்லுறுப்புச் சார்பின் பூஜ்ஜியங்களைக் காண்க.

தீர்வு : பூஜ்ஜியங்களைக் காண $f(x) = 0$ என்க

$$4x^2 - 25 = 0$$
$$4x^2 = 25$$
$$x^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{25}{4}}$$
$$\Rightarrow x = \pm\frac{5}{2}$$

எனவே பூஜ்ஜியங்கள் $\frac{5}{2}, \frac{-5}{2}$ ஆகும்.

2. $x^3 - x^2 - 17x = 22$-ன் ஒரு மூலம் $x = -2$ எனில், பிற மூலங்களைக் காண்க.

தீர்வு : $x^3 - x^2 - 17x = 22$

$\Rightarrow x^3 - x^2 - 17x - 22 = 0$

$x = -2$ என்பது ஒரு பூஜ்ஜியம் எனில் $(x + 2)$ ஒரு காரணி

தொகுமுறை வகுத்தலின்படி

–2	1	–1	–17	–22
	0	–2	6	22
	1	–3	–11	0

ஈவு : $x^2 - 3x - 11$

இங்கு $a = 1, b = -3, c = -11$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times -11}}{2 \times 1}$$
$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 44}}{2}$$
$$= \frac{3 \pm \sqrt{53}}{2}$$

$\therefore$ மற்ற பூஜ்ஜியங்கள் $\frac{3+\sqrt{53}}{2}, \frac{3-\sqrt{53}}{2}$

3. $x^4 = 16$-ன் மெய் மூலங்களைக் காண்க.

தீர்வு :
$$x^4 = 16$$
$$\Rightarrow x^4 = 4^2$$
$$\Rightarrow (x^2)^2 = 4^2$$
$$\Rightarrow (x^2)^2 - 4^2 = 0 \ (\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b))$$
$$\Rightarrow (x^2+4)(x^2-4) = 0$$
$$\Rightarrow x^2 = -4, \ x^2 = 4$$
$$x = \pm\sqrt{-4} = \pm 2i \ (i = \sqrt{-1})$$
$$\Rightarrow x^2 = 4,$$
$$x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$\therefore$ மெய் மூலங்கள், $x = \pm 2$

4. தீர்வு காண்க : $(2x + 1)^2 - (3x + 2)^2 = 0$

தீர்வு : $\Rightarrow (2x+1+3x+2)(2x+1-3x-2) = 0$

$$(5x+3)(-x-1) = 0$$
$$\Rightarrow -(5x+3)(x+1) = 0$$
$$\Rightarrow (5x+3) = 0$$
$$\Rightarrow x = \frac{-3}{5}$$
$$(x+1) = 0$$
$$\Rightarrow x = -1$$

$\therefore$ தீர்வுகணம் : $\left\{-1, \frac{-3}{5}\right\}$

பயிற்சி 2.7

1. காரணிப்படுத்துக : $x^4 + 1$ (குறிப்பு: வர்க்கத்தை நிறைவு செய்தல் முறையில் முயற்சி செய்க.)

தீர்வு : $x^4 + 1 = (x^2)^2 + 1^2$

$= (x^2 + 1^2)^2 - 2(x^2)(1^2)$

$= (x^2 + 1^2)^2 - (\sqrt{2}x)^2$

$[\therefore a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)]$

$= (x^2 + 1 - \sqrt{2}x)(x^2 + 1 + \sqrt{2}x)$

$= (x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1) = 0.$

2. $3x^3 + 8x^2 + 8x + a$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் ஒரு காரணி $x^2 + x + 1$ எனில், a-ன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு : $f(x) = 3x^3 + 8x^2 + 8x + a$-ன் காரணி $x^2 + x + 1$

Quotient: $3x + 5$

Divisor $x^2 + x + 1$) $3x^3 + 8x^2 + 8x + a$

$3x^3 + 3x^2 + 3x$
$- \quad - \quad -$

$5x^2 + 5x + a$
$5x^2 + 5x + 5$
$(-) \quad (-) \quad (-)$

$a - 5$

$\therefore a - 5 = 0$

$\Rightarrow a = 5$

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

பயிற்சி 2.8

1. $\frac{x^3(x-1)}{x-2} > 0$ **எனில் x-ன் அனைத்து மதிப்புகளையும் காண்க.**

தீர்வு : $\frac{x^3(x-1)}{x-2} > 0$ மாறுநிலை எண்கள் $0, 1, 2$

சாதகமான இடைவெளி $(-\infty, 0)$ $(0, 1)$ $(1, 2)$ $(2, \infty)$

இடைவெளி	x^3 -ன் குறியீடு	$(x-1)$-ன் குறியீடு	$(x-2)$-ன் குறியீடு	$\frac{x^3(x-1)}{x-2}$ -ன் குறியீடு
$(-\infty, 0)$ $x = -1$	−	−	−	−
$(0, 1)$ $x = \frac{1}{2}$	+	−	−	+
$(1, 2)$ $x = \frac{3}{2}$	+	+	−	−
$(2, \infty)$ $x = 3$	+	+	+	+

அசமன்பாடு $\frac{x^3(x-1)}{x-2} > 0$ -ஐ $(0, 1)$, $(2, \infty)$ என்ற இடைவெளிகள் நிறைவு செய்கின்றன.

$\therefore$ தீர்வு கணம் $(0, 1) \cup (2, \infty)$.

2. $\frac{2x-3}{(x-2)(x-4)} < 0$ **என்ற அசமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் x -ன் அனைத்து மதிப்புகளையும் காண்க.**

[Qy.- 2019 & 2024; Mar-2020; Aug.- 2022]

தீர்வு : $\frac{2x-3}{(x-2)(x-4)} < 0$

$\Rightarrow$ மாறுநிலை எண்கள் $x = \frac{3}{2}, x = 2, x = 4$

$\Rightarrow (-\infty, \frac{3}{2})$ $(\frac{3}{2}, 2)$ $(2, 4)$ $(4, \infty)$ சாதகமான இடைவெளி

இடைவெளி	$(2x-3)$ –ன் குறியீடு	$(x-4)$–ன் குறியீடு	$(x-2)$ –ன் குறியீடு	$\frac{(2x-3)}{(x-2)(x-4)}$ –ன் குறியீடு
$(-\infty, \frac{3}{2})$	−	−	−	−
$(\frac{3}{2}, 2)$	+	−	−	+
$(2, 4)$	+	−	+	−
$(4, \infty)$	+	+	+	+

அசமன்பாடு $\frac{2x-3}{(x-2)(x-4)} < 0$ ஐ $(-\infty, \frac{3}{2})$, $(2, 4)$ என்ற இடைவெளிகள் நிறைவு செய்கின்றன.

$\therefore$ தீர்வு கணம் $(-\infty, \frac{3}{2}) \cup (2, 4)$

3. **தீர்வு காண்க :** $\frac{x^2-4}{x^2-2x-15} \leq 0$ **[Hy.- 2019]**

தீர்வு : $\frac{x^2-4}{x^2-2x-15} \leq 0$

$\Rightarrow \frac{(x+2)(x-2)}{(x-5)(x+3)} \leq 0$

மாறுநிலைப்புள்ளிகள் : $-2, 2, 5, -3$

சாதகமான இடைவெளிகள் : $(-\infty, -3)$ $(-3, -2)$ $(-2, 2)$ $(2, 5)$ $(5, \infty)$

இடைவெளி	$(x+2)$–ன் குறியீடு	$(x-2)$ –ன் குறியீடு	$(x-5)$–ன் குறியீடு	$(x+3)$–ன் குறியீடு	$\frac{(x-2)(x+2)}{(x-5)(x+3)}$ –ன் குறியீடு
$(-\infty, -3)$ $x = -4$ எனில்	−	−	−	−	+
$(-3, -2)$ $x = -2.5$ எனில்	−	−	−	+	−
$(-2, 2)$ $x = 0$ எனில்	+	−	−	+	+
$(2, 5)$ $x = 3$ எனில்	+	+	−	+	−
$(5, \infty)$ $x = 6$ எனில்	+	+	+	+	+

www.surabooks.com

அசமன்பாடு $\frac{(x+2)(x-2)}{(x-5)(x+3)} \leq 0$ ஆனது $(-3, -2), (2, 5)$ என்ற இடைவெளிகளில் நிறைவு செய்யப்படுகிறது.

$\therefore$ தீர்வு கணம் : $(-3, -2] \cup [2, 5)$.

பயிற்சி 2.9

கீழ்க்காணும் விகிதமுறு கோவைகளைப் பகுதி பின்னங்களாகப் பிரித்தெழுதுக.

1. $\frac{1}{x^2 - a^2}$ **[Mar.-2020; Sep. – 2021]**

தீர்வு :

$$\frac{1}{x^2-a^2} = \frac{1}{(x-a)(x+a)}$$

$$= \frac{A}{x+a} + \frac{B}{x-a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2-a^2} = \frac{A(x-a)+B(x+a)}{(x-a)(x+a)}$$

$$\Rightarrow 1 = A(x-a) + B(x+a) \quad \ldots (1)$$

$x = a$ என 1- ல் பிரதியிட

$$1 = B(2a) \Rightarrow B = \frac{1}{2a}$$

$x = -a$ என 1 ல் பிரதியிட

$$1 = A(-2a) \Rightarrow A = -\frac{1}{2a}$$

$$\therefore \frac{1}{x^2-a^2} = \frac{-\frac{1}{2}a}{x+a} + \frac{\frac{1}{2a}}{x-a}$$

$$= \frac{-1}{2a(x+a)} + \frac{1}{2a(x-a)}$$

2. $\frac{3x+1}{(x-2)(x+1)}$ **[June - 2019; Aug. - 2022]**

தீர்வு :

$$\frac{3x+1}{(x-2)(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{3x+1}{(x-2)(x+1)} = \frac{A(x+1)+B(x-2)}{(x-2)(x+1)}$$

$$\Rightarrow 3x+1 = A(x+1) + B(x-2) \quad \ldots (1)$$

$x = -1$ என (1)- ல் பிரதியிட

$$-3+1 = B(-3)$$

$$\Rightarrow B = \frac{2}{3}$$

$x = 2$ என (1)-ல் பிரதியிட

$$6+1 = A(2+1)$$

$$\Rightarrow A = \frac{7}{3}$$

$$\therefore \frac{3x+1}{(x-2)(x+1)} = \frac{\frac{7}{3}}{(x-2)} + \frac{\frac{2}{3}}{x+1}$$

$$= \frac{7}{3(x-2)} + \frac{2}{3(x+1)}$$

3. $\frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x+2)}$

தீர்வு : $\frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x+2)} = \frac{Ax+B}{(x^2+1)} + \frac{C}{(x-1)} + \frac{D}{(x+2)}$

$$= \frac{(Ax+B)(x-1)(x+2)+C(x^2+1)(x+2)+D(x^2+1)(x-1)}{(x^2+1)(x-1)(x+2)}$$

$$\Rightarrow x = (Ax+B)(x-1)(x+2)+C(x^2+1)(x+2)+D(x^2+1)(x-1) \quad \ldots (1)$$

$x = 1$ என (1)-ல் பிரதியிட

$$1 = C(2)(3) \Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{6}}$$

$x = -2$ என (1)-ல் பிரதியிட

$$-2 = D(5)(-3) \Rightarrow \boxed{D = \frac{2}{15}}$$

$x = 0$ என (1) - ல் பிரதியிட

$$\Rightarrow 0 = B(-1)(2) + C(1)(2) + D(1)(-1)$$

$$\Rightarrow 0 = -2B + 2C - D$$

$$\Rightarrow 0 = -2B + 2\left(\frac{1}{6}\right) - \frac{2}{15}$$

$$\Rightarrow 2B = \frac{2}{6} - \frac{2}{15} = \frac{1}{3} - \frac{2}{15}$$

$$\Rightarrow 2B = \frac{5-2}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{B = \frac{1}{10}}$$

x^3-ன் கெழுக்களை இருபுறமும் சமப்படுத்த

$$0 = A + C + D$$

$$\Rightarrow A = -C - D$$

$$\Rightarrow A = \frac{-1}{6} - \frac{2}{15}$$

$$\Rightarrow A = \frac{-5-4}{30} = \frac{-9}{30} = \frac{-3}{10} \Rightarrow \boxed{A = \frac{-3}{10}}$$

$$\therefore \frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x+2)} = \frac{\frac{-3}{10}x + \frac{1}{10}}{(x^2+1)} + \frac{\frac{1}{6}}{(x-1)} + \frac{\frac{2}{15}}{(x+2)}$$

$$= \frac{-3x+1}{10(x^2+1)} + \frac{1}{6(x-1)} + \frac{2}{15(x+2)}$$

www.surabooks.com

4. $\dfrac{x}{(x-1)^3}$

தீர்வு : $= \dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{(x-1)^2}+\dfrac{C}{(x-1)^3}$

$\Rightarrow \dfrac{x}{(x-1)^3} = \dfrac{A(x-1)^2+B(x-1)+C}{(x-1)^3}$

$\Rightarrow x = A(x-1)^2 + B(x-1) + C$ ...(1)

$x = 1$ என (1)–ல் பிரதியிட

$1 = C$

$x = 0$ என (1)–ல் பிரதியிட

$0 = A - B + C$

$\Rightarrow 0 = A - B + 1$

$\Rightarrow A - B = -1$ ...(2)

x^2–ன் கெழுக்களை இருபுறமும் சமப்படுத்த

$0 = A$

$A = 0$ என (2)–ல் பிரதியிட

$0 - B = -1 \Rightarrow B = 1$

$\therefore \dfrac{x}{(x-1)^3} = \dfrac{0}{x-1}+\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{(x-1)^3}$

$= \dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{(x-1)^3}$

5. $\dfrac{1}{(x^4-1)}$

தீர்வு : $\dfrac{1}{(x^4-1)} = \dfrac{1}{(x^2+1)(x^2-1)} = \dfrac{1}{(x^2+1)(x+1)(x-1)}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{x^4-1} = \dfrac{Ax+B}{x^2+1}+\dfrac{C}{x+1}+\dfrac{D}{x-1}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{x^4-1} = \dfrac{(Ax+B)(x+1)(x-1)+C(x^2+1)(x-1)+D(x^2+1)(x+1)}{(x^2+1)(x+1)(x-1)}$

$\Rightarrow 1 = (Ax+B)(x+1)(x-1) + C(x^2+1)(x-1) + D(x^2+1)(x+1)$ ...(1)

$x = 1$ என (1)–ல் பிரதியிட

$1 = D(2)(2) \Rightarrow D = \dfrac{1}{4}$

$x = -1$ என (1)–ல் பிரதியிட

$1 = C(2)(-2) \Rightarrow C = \dfrac{-1}{4}$

x^3–ன் கெழுக்களை இருபுறமும் சமப்படுத்த

$0 = A + C + D$

$\Rightarrow A = -C - D$

$\Rightarrow A = \dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{4} = 0$

$\Rightarrow A = 0$

$x = 0$ என (1) - ல் பிரதியிட

$1 = -B - C + D$

$\Rightarrow 1 = -B + \dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}$

$\Rightarrow B = -1 + \dfrac{1}{2} \Rightarrow B = \dfrac{-1}{2}$

$\therefore \dfrac{1}{x^4-1} = \dfrac{0x+\dfrac{1}{-2}}{x^2+1}+\dfrac{\dfrac{-1}{4}}{x+1}+\dfrac{\dfrac{1}{4}}{x-1}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{x^4-1} = \dfrac{-1}{2(x^2+1)}-\dfrac{1}{4(x+1)}+\dfrac{1}{4(x-1)}$

6. $\dfrac{(x-1)^2}{x^3+x}$

தீர்வு : $\dfrac{(x-1)^2}{x^3+x} = \dfrac{(x-1)^2}{x(x^2+1)} = \dfrac{A}{x}+\dfrac{Bx+C}{x^2+1}$

$\Rightarrow (x-1)^2 = A(x^2+1) + (Bx+C)x$ ...(1)

$x = 0$ என (1) -ல் பிரதியிட

$1 = A$

$x = 1$ என (1)-ல் பிரதியிட

$0 = A(2) + (B + C)1$

$\Rightarrow 0 = 2A + B + C$ ...(2)

x^2–ன் கெழுக்களை இருபுறமும் சமப்படுத்த

$1 = A + B$

$\Rightarrow 1 = 1 + B$

$\Rightarrow B = 0$

$A = 1,$

$B = 0$ என (2)-ல் பிரதியிட

$0 = 2 + 0 + C$

$\Rightarrow C = -2$

$\therefore \dfrac{(x-1)^2}{x^3+x} = \dfrac{1}{x}+\dfrac{0x-2}{x^2+1}$

$\Rightarrow \dfrac{(x-1)^2}{x^3+x} = \dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2+1}$

7. $\dfrac{x^2+x+1}{x^2-5x+6}$

தீர்வு : $\dfrac{x^2+x+1}{(x-3)(x-2)}$

www.surabooks.com

தொகுதி, பகுதிகளின் படி சமம் என்பதால் தொகுதியை பகுதியால் வகுப்போம்.

$$\begin{array}{r|l} & \quad 1 \\ x^2-5x+6 & x^2+x+1 \\ & \underset{(-)}{x^2} \underset{(+)}{-5x} \underset{(-)}{+6} \\ \hline & \qquad 6x-5 \end{array}$$

$$\therefore x^2-5x+6 = 1+\frac{6x-5}{x^2-5x+6} \quad ...(1)$$

$$\frac{6x-5}{(x-3)(x-2)} = \frac{A}{x-3}+\frac{B}{x-2}$$

$$\frac{6x-5}{(x-3)(x-2)} = \frac{A(x-2)+B(x-3)}{(x-3)(x-2)}$$

$$\Rightarrow \quad 6x-5 = A(x-2)+B(x-3) \quad ...(2)$$

$x = 2$ என (2)–ல் பிரதியிட

$7 = B(-1) \quad \Rightarrow \quad B = -7$

$x = 3$ என (2)–ல் பிரதியிட

$13 = A(1) \quad \Rightarrow \quad A = 13$

$$\therefore \frac{6x-5}{x^2-5x+6} = \frac{13}{x-3}-\frac{7}{x-2}$$

இதை (1)–ல் பிரதியிட

$$\frac{x^2+x+1}{x^2-5x+6} = 1+\frac{13}{x-3}-\frac{7}{x-2}$$

8. $\dfrac{x^3+2x+1}{x^2+5x+6}$

தீர்வு : இங்கு தொகுதியின் படி பகுதியின் படியை விட அதிகமாக இருப்பதால் தொகுதியை பகுதிகளால் வகுப்போம்.

$$\begin{array}{r|l} & \qquad x-5 \\ x^2+5x+6 & x^3+0x^2+2x+1 \\ & \underset{(-)}{x^3}+\underset{(-)}{5x^2}+\underset{(-)}{6x} \\ \hline & \quad -5x^2-4x+1 \\ & \quad \underset{(+)}{-5x^2}\underset{(+)}{-25x}\underset{(+)}{-30} \\ \hline & \qquad\qquad 21x+31 \end{array}$$

$$\therefore \frac{x^3+2x+1}{x^2+5x+6} = x-5+\frac{21x+31}{x^2+5x+6x} \quad ...(1)$$

$$\frac{21x+31}{x^2+5x+6x} = \frac{21x+31}{(x+3)(x+2)}$$

$$= \frac{A}{x+3}+\frac{B}{x+2}$$

$$\Rightarrow \quad 21x+31 = A(x+2)+B(x+3)...(2)$$

$x = -2$ என (2)-ல் பிரதியிட

$-11 = B(1) \quad \Rightarrow \quad B = -11$

$x = -3$ என (2)-ல் பிரதியிட

$-32 = A(-1) \quad \Rightarrow \quad A = 32$

$$\therefore \frac{21x+31}{x^2+5x+6} = \frac{32}{x+3}+\frac{-11}{x+2}$$

இதை (1) -ல் பிரதியிட நமக்கு கிடைப்பது.

$$\Rightarrow \quad \frac{x^3+2x+1}{x^2+5x+6} = (x-5)+\frac{32}{x+3}-\frac{11}{x+2}$$

9. $\dfrac{x+12}{(x+1)^2(x-2)}$ **[Hy. - 2023]**

தீர்வு :

$$\frac{x+12}{(x+1)^2(x-2)} = \frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x+1)^2}+\frac{C}{x-2}$$

$$\Rightarrow \quad x+12 = A(x+1)(x-2)+B(x-2)+C(x+1)^2...(1)$$

$x = -1$ என (1)-ல் பிரதியிட

$11 = B(-3) \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = \frac{-11}{3}}$

$x = 2$ என (1)-ல் பிரதியிட

$14 = C(9) \quad \Rightarrow \quad \boxed{C = \frac{14}{9}}$

x^2–ன் கெழுக்களை இருபுறமும் சமப்படுத்த

$0 = A+C \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = \frac{-14}{9}}$

$$\therefore \frac{x+12}{(x+1)^2(x-2)} = \frac{-14}{9(x+1)}-\frac{11}{3(x+1)^2}+\frac{14}{9(x-2)}$$

10. $\dfrac{6x^2-x+1}{x^3+x^2+x+1}$

தீர்வு :

$$= \frac{6x^2-x+1}{x^2(x+1)+(x+1)} = \frac{6x^2-x+1}{(x^2+1)(x+1)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{6x^2-x+1}{(x^2+1)(x+1)} = \frac{Ax+B}{x^2+1}+\frac{C}{x+1}$$

$$\Rightarrow \quad 6x^2-x+1 = (Ax+B)(x+1)+C(x^2+1)...(1)$$

$x = -1$ என (1)-ல் பிரதியிட

$6+1+1 = C(1+1) \quad \Rightarrow \quad C = 4$

x^2–ன் கெழுக்களை இருபுறமும் சமப்படுத்த

$6 = A+C = A+4 \quad \Rightarrow \quad A = 2$

$x = 0$ என (1)-ல் பிரதியிட

$1 = B+C \quad \Rightarrow \quad B+4 = 1$

www.surabooks.com

$$\Rightarrow \quad B = -3$$

$$\therefore \frac{6x^2-x+1}{(x^2+1)(x+1)} = \frac{6x^2-x+1}{x^3+x^2+x+1} = \frac{2x-3}{x^2+1}+\frac{4}{x+1}$$

11. $\mathbf{\dfrac{2x^2+5x-11}{x^2+2x-3}}$

தீர்வு : இங்கு பகுதி, தொகுதியின் படிகள் சமம். தொகுதியை பகுதியால் வகு.

$$\begin{array}{r|l} & \quad 2 \\ x^2+2x-3 & 2x^2+5x-11 \\ & \underset{(-)}{2x^2} \underset{(-)}{+4x} \underset{(+)}{-6} \\ \hline & \quad x-5 \end{array}$$

$$\therefore \frac{2x^2+5x-11}{x^2+2x-3} = 2+\frac{x-5}{x^2+2x-3} \quad ...(1)$$

$$\frac{x-5}{x^2+2x-3} = \frac{x-5}{(x+3)(x-1)} = \frac{A}{x+3}+\frac{B}{x-1}$$

$$\Rightarrow \quad \therefore x-5 = A(x-1)+B(x+3) \quad ...(2)$$

$x = 1$ என (2)–ல் பிரதியிட

$-4 = B(4) \Rightarrow B = -1$

$x = -3$ என (2)–ல் பிரதியிட

$-8 = A(-4) \Rightarrow A = 2$

$$\therefore \frac{x-5}{x^2+2x-3} = \frac{2}{x+3}-\frac{1}{x-1}$$

இதை (1)ல் பிரதியிட

$$\Rightarrow \frac{2x^2+5x-11}{x^2+2x-3} = 2+\frac{2}{x+3}-\frac{1}{x-1}$$

12. $\mathbf{\dfrac{7+x}{(1+x)(1+x^2)}}$ **[July - 2024]**

தீர்வு : $\dfrac{7+x}{(1+x)(1+x^2)} = \dfrac{A}{1+x}+\dfrac{Bx+C}{x^2+1}$

$\Rightarrow \quad x+7 = A(x^2+1)+(Bx+C)(x+1)...(1)$

$x = -1$ என (1)–ல் பிரதியிட

$6 = A(2) \Rightarrow A = 3$

x^2-ன் கெழுக்களை இருபுறமும் சமப்படுத்த

$0 = A+B \Rightarrow B = -3$

$x = 0$ என 1–ல் பிரதியிட

$7 = A+C \Rightarrow C = 4$

$$\therefore \frac{7+x}{(1+x)(1+x^2)} = \frac{A}{1+x}+\frac{Bx+C}{x^2+1} = \frac{3}{1+x}+\frac{-3x+4}{x^2+1}$$

$$\Rightarrow \quad = \frac{3}{1+x}+\frac{4-3x}{x^2+1}$$

பயிற்சி 2.10

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அசமன்பாடுகள் குறிக்கும் பகுதியைக் காண்க.

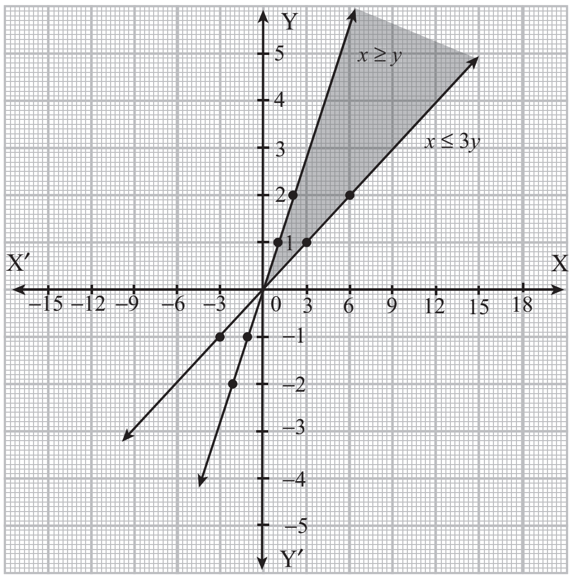
1. $x \le 3y, \quad x \ge y$

தீர்வு : $x = 3y \Rightarrow \dfrac{x}{3} = y$

x	0	3	6	–3
y	0	1	2	–1

$x = y$ எனில்

x	1	2	–1	–2
y	1	2	–1	–2



$\therefore$ நிழலிடப்பட்ட பகுதி தேவையான தீர்வு ஆகும்.

2. $y \ge 2x, \quad -2x+3y \le 6$

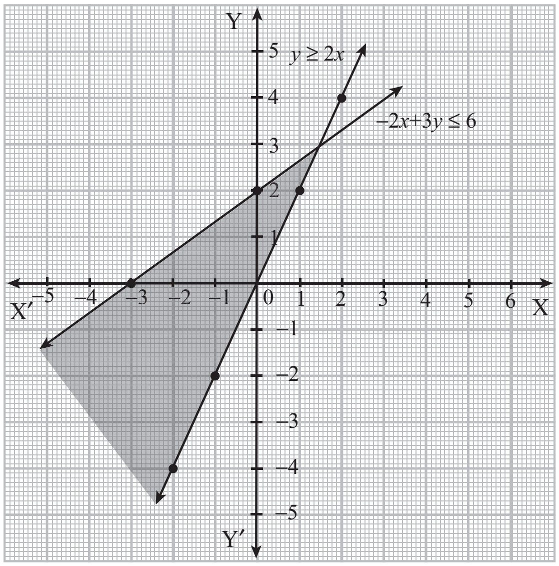
தீர்வு : $y = 2x$

x	1	–1	2	–2
y	2	–2	4	–4

$-2x+3y = 6 \Rightarrow -2x = 6-3y \Rightarrow x = \dfrac{6-3y}{(-2)}$

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

x	0	−3
y	2	0

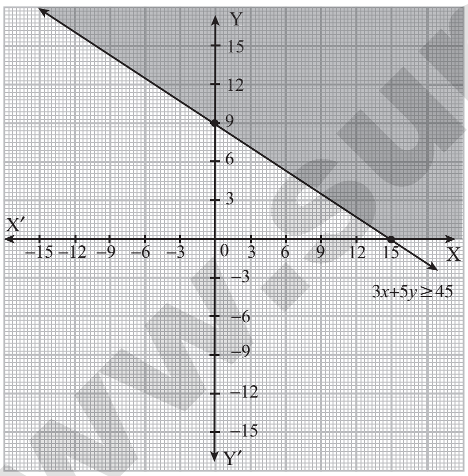


∴ நிழலிடப்பட்ட பகுதி தேவையான தீர்வு ஆகும்.

3. $\mathbf{3x + 5y \geq 45, \quad x \geq 0, y \geq 0}$

தீர்வு : $3x + 5y = 45 \Rightarrow 5y = 45 - 3x \quad \Rightarrow y = \dfrac{45-3x}{5}$

x	5	0	10
y	6	9	3

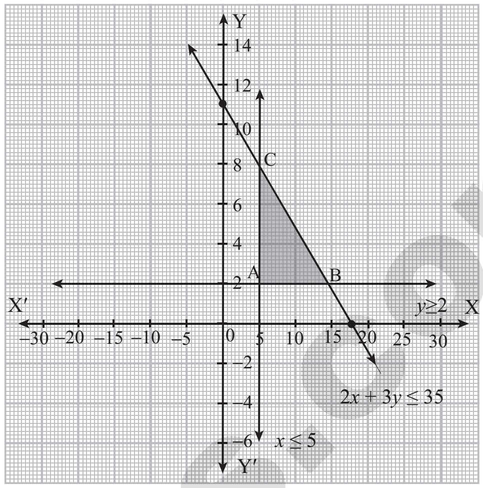


$x \geq 0$ என்பது y அச்சின் மிகைப்பகுதி. $y \geq 0$ என்பது x அச்சின் மிகைப்பகுதி. நிழலிடப்பட்ட பகுதியே தேவையான தீர்வு.

4. $\mathbf{2x + 3y \leq 35 \quad y \geq 2, \; x \geq 5}$

தீர்வு : $2x + 3y \leq 35 \;\Rightarrow 2x + 3y = 35$

$\Rightarrow 3y = 35 - 2x \Rightarrow y = \dfrac{35-2x}{3}$



$y = 2$ என்பது x அச்சிற்கு 2 அலகு தூரத்தில் உள்ள இணையான கோடு. $x = 5$ என்பது y அச்சிற்கு 5 அலகு தூரத்தில் உள்ள இணையான கோடுகள்∴ ABC ன் நிழலிட்ட பகுதி தேவையான தீர்வாகும்.

5. $\mathbf{2x + 3y \leq 6, \quad x + 4y \leq 4, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0}$

தீர்வு :

$2x + 3y = 6$ $x + 4y = 4$

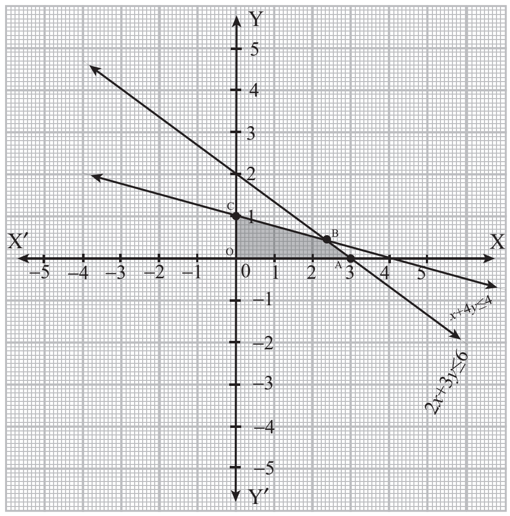
$\Rightarrow 3y = 6 - 2x$ $\Rightarrow 4y = 4 - x$

$\Rightarrow y = \dfrac{6-2x}{3}$ $\Rightarrow y = \dfrac{4-x}{4}$

x	0	3	− 3
y	2	0	4

x	0	4	− 4
y	1	0	2

$x \geq 0, y \geq 0$ முதல் கால் பகுதியைக் குறிக்கும்.



OABC -ன் நிழலிட்ட பகுதி தேவையான தீர்வாகும்.

6. $\mathbf{x - 2y \geq 0, \quad 2x - y \leq -2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0}$

தீர்வு :

$x - 2y = 0$ $2x - y = -2$

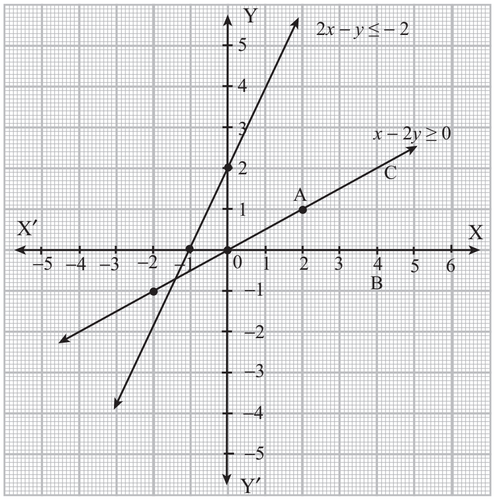
$\Rightarrow 2y = x$ $\Rightarrow y = 2x + 2$

$\Rightarrow y = \dfrac{x}{2}$ $\Rightarrow y = 2(x + 1)$

www.surabooks.com

x	2	4	0
y	1	2	0

x	0	–1	1
y	2	0	4



$x \geq 0, y \geq 0$ முதல் கால்பகுதியைக் குறிக்கும்.

இதற்கு தீர்வு இல்லை.

7. $2x + y \geq 8, \quad x + 2y \geq 8, \quad x + y \leq 6$

தீர்வு : $2x + y = 8$

$\Rightarrow y = 8 - 2x$

x	0	4	2
y	8	0	4

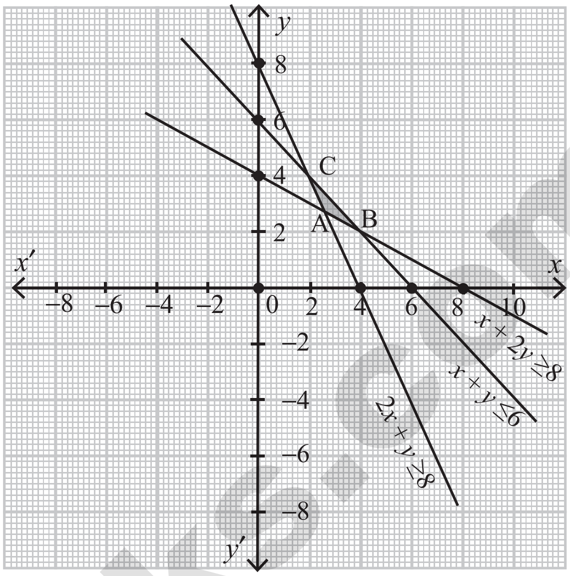
$x + 2y = 8 \Rightarrow y = \frac{8-x}{2}$

x	0	2	4
y	4	3	2

$x + y = 6$

$\Rightarrow y = 6 - x$

x	0	6	3
y	6	0	3



ABC தேவையான பகுதியாகும்.

பயிற்சி 2.11

1. **சுருக்குக.**

(i) $(125)^{\frac{2}{3}}$ **(ii)** $16^{\frac{-3}{4}}$ **(iii)** $(-1000)^{\frac{-2}{3}}$

(iv) $(3^{-6})^{\frac{1}{3}}$ **(v)** $\frac{(27)^{\frac{-2}{3}}}{(27)^{\frac{-1}{3}}}$

தீர்வு :

(i) $(125)^{\frac{2}{3}} = (5^3)^{\frac{2}{3}} = 5^{3\times\frac{2}{3}} = 5^2 = 25$

(ii) $16^{\frac{-3}{4}} = (2^4)^{\frac{-3}{4}}$

$= 2^{4\times\frac{-3}{4}} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

(iii) $(-1000)^{\frac{-2}{3}} = (-10^3)^{\frac{-2}{3}} = \left(-10^{3\times\frac{-2}{3}}\right)$

$= (-10)^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

(iv) $(3^{-6})^{\frac{1}{3}} = 3^{-6\times\frac{1}{3}} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

(v) $\frac{(27)^{\frac{-2}{3}}}{(27)^{\frac{-1}{3}}} = (27)^{\left(\frac{-2}{3}\right)-\left(\frac{-1}{3}\right)} = (27)^{\frac{-2}{3}+\frac{1}{3}} = 27^{\frac{-1}{3}}$

$= 3^{3\times\frac{-1}{3}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

enquiry@surabooks.com PH: 8124201000 / 8124301000

www.surabooks.com

2. மதிப்பைக் காண்க : $\left(\left[(256)^{\frac{-1}{2}}\right]^{\frac{-1}{4}}\right)^3$ **[Qy.- 2019 & 2024]**

தீர்வு : $\left[\left(256^{\frac{-1}{2}}\right)^{\frac{-1}{4}}\right]^3$

$$= [256]^{\frac{-1}{2}\times\frac{-1}{4}\times 3} = [256]^{\frac{3}{8}} = \left[2^8\right]^{\frac{3}{8}} = 2^{\not{8}\times\frac{3}{\not{8}}} = 2^3 = 8$$

3. $\left(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{9}{2}$ **எனில், $x > 1$ க்கு** $\left(x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{-1}{2}}\right)$**-ன் மதிப்பைக் காண்க.** **[July- 2023]**

தீர்வு : $\left(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{9}{2}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\Rightarrow \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(x^{\frac{-1}{2}}\right)^2 + 2\left(x^{\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{-1}{2}}\right) = \frac{9}{2}$$

$$\left[\because\ (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab\right]$$

$$\Rightarrow x + x^{-1} + 2.x^{\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{-1}{2}\right)} = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} + 2 = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = \frac{9}{2} - 2 = \frac{9}{2} - \frac{4}{2} = \frac{5}{2} \qquad ...(1)$$

$$\left(x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{-1}{2}}\right)^2 = x + \frac{1}{x} - 2x^{\frac{1}{2}}.\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x + \frac{1}{x} - 2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{-1}{2}} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \because x > 1 \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

4. சுருக்குக : $\frac{3^{2n}9^2 3^{-n}}{3^{3n}} = 27$ **அதன் மூலம் n-ன் மதிப்பைக் காண்க.**

தீர்வு : $\frac{3^{2n}9^2 3^{-n}}{3^{3n}} = 27$

$$\Rightarrow 3^{2n}.\ 3^{2\times 2}.\ 3^{-n}.\ 3^{-3n} = 27$$

$$\Rightarrow 3^{2n+4-n-3n} = 3$$

$$\Rightarrow 2n + 4 - n - 3n = 3$$

$$\Rightarrow -2n = -1 \Rightarrow n = \frac{1}{2}$$

5. $\frac{32\pi}{3}$ **கன அளவு கொண்ட கோள வடிவுடைய நீர்த்தேக்கத் தொட்டியின் ஆரத்தைக் காண்க.**

தீர்வு : கோள வடிவ நீர்த்தேக்கத் தொட்டியின் ஆரம் $= r$ என்க.

அதன் கனஅளவு $= \frac{32\pi}{3}$

$$\Rightarrow \frac{4}{\not{3}}\not{\pi}r^3 = \frac{32\not{\pi}}{\not{3}}$$

$$\Rightarrow 4r^3 = 32$$

$$\Rightarrow r^3 = \frac{\overset{8}{\not{32}}}{\not{4}} = 8$$

$$\Rightarrow r^3 = 2^3$$

$$\Rightarrow r = 2$$

$\therefore$ ஆரம் $= 2$ அலகுகள்.

6. விகிதமுறு எண்ணாக்குக : $\frac{7+\sqrt{6}}{3-\sqrt{2}}$

தீர்வு : $\frac{7+\sqrt{6}}{3-\sqrt{2}} \times \frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow \frac{(7+\sqrt{6})(3+\sqrt{2})}{3^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{21 + 3\sqrt{6} + 7\sqrt{2} + \sqrt{6\times 2}}{9-2}$$

$$= \frac{21 + 3\sqrt{6} + 7\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{7}$$

7. சுருக்குக : **[Qy. - 2023; Mar. - 2024]**

$$\frac{1}{3-\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-2}$$

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பகுதி தொகுதியையும் பகுதியின் துணை எண்ணால் பெருக்க பகுதி விகிதமுறு எண்ணாக மாறும்.

$$\frac{1}{3-\sqrt{8}} = \frac{1}{3-\sqrt{8}} \times \frac{3+\sqrt{8}}{3+\sqrt{8}} = \frac{3+\sqrt{8}}{3^2 - \sqrt{8}^2}$$

$$= \frac{3+\sqrt{8}}{9-8} = 3 + \sqrt{8}$$

$$\frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{7}}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}$$

$$= \frac{\sqrt{8}+\sqrt{7}}{\sqrt{8}^2 - \sqrt{7}^2} = \frac{\sqrt{8}+\sqrt{7}}{8-7} = \sqrt{8} + \sqrt{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$$

www.surabooks.com

$$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}^2-\sqrt{6}^2} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{7-6} = \sqrt{7}+\sqrt{6}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}^2-\sqrt{5}^2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{6-5} = \sqrt{6}+\sqrt{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{1}{\sqrt{5}-2} \times \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \sqrt{5}+2$$

இவை அனைத்தையும் 1–ல் பிரதியிட

$$\Rightarrow \frac{1}{3-\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-2}$$

$$= 3 + \sqrt{8} - \sqrt{8} - \sqrt{7} + \sqrt{7} + \sqrt{6} - \sqrt{6} - \sqrt{5} + \sqrt{5} + 2$$

$$= 3 + 2 = 5$$

8. $x = \sqrt{2}+\sqrt{3}$ **எனில்,** $\frac{x^2+1}{x^2-2}$ **-ன் மதிப்பைக்காண்க.**

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்டது : $x = \sqrt{2}+\sqrt{3}$

$$x^2 = \left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{2}\sqrt{3}$$

$$= 2+3+2\sqrt{6} = 5+2\sqrt{6}$$

$$\therefore \frac{x^2+1}{x^2-2} = \frac{5+2\sqrt{6}+1}{5+2\sqrt{6}-2} = \frac{6+2\sqrt{6}}{3+2\sqrt{6}}$$

$$= \frac{6+2\sqrt{6}}{3+2\sqrt{6}} \times \frac{3-2\sqrt{6}}{3-2\sqrt{6}}$$

$$= \frac{(6+2\sqrt{6})(3-2\sqrt{6})}{3^2-(2\sqrt{6})^2}$$

$$= \frac{18+6\sqrt{6}-12\sqrt{6}-24}{9-24}$$

$$= \frac{-6-6\sqrt{6}}{-15}$$

$$= \frac{6+6\sqrt{6}}{15} = \frac{3(2+2\sqrt{6})}{3\times 5}$$

$$= \frac{2+2\sqrt{6}}{5}$$

பயிற்சி 2.12

1. $b > 0$ **மற்றும்** $b \neq 1$. **எனில்,** $y = b^x$**-ஐ மடக்கை அமைப்பில் எழுதுக. மேலும், இந்த மடக்கைச் சார்பின் சார்பகம் மற்றும் வீச்சகம் ஆகியவற்றை எழுதுக.**

தீர்வு : $y = b^x, b > 0, b \neq 1$

இரு பக்கமும் log base 'b' எடுத்துக் கொள்க

$$\Rightarrow \log_b y = \log_b bx$$

$$\Rightarrow \log_b y = x \log_b b \quad [\because \log m^n = n \log m]$$

$$\Rightarrow \log_b y = x \quad [\because \log_b b = 1]$$

$\therefore$ சார்பகம் $= \log_b y$ is $(0, \infty)$

$\therefore$ வீச்சகம் $= \log_b y$ is $(-\infty, \infty)$

2. **மதிப்பு காண்க :** $\log_9 27 - \log_{27} 9$ **[First Mid - 2018]**

தீர்வு : $\log_9 27 = x$ என்க

$$\Rightarrow 27 = 9x$$
$$\Rightarrow (3)^3 = (3^2)^x$$
$$\Rightarrow 2x = 3$$
$$\Rightarrow x = \frac{3}{2}$$
$$\therefore \log_9 27 = \frac{3}{2} \quad ...(1)$$

$\log_{27} 9 = x$ என்க

$$\Rightarrow 9 = 27x$$
$$\Rightarrow (3^2) = (3^3)^x$$
$$\Rightarrow 2 = 3x$$
$$\Rightarrow x = \frac{2}{3}$$
$$\therefore \log_{27} 9 = \frac{2}{3} \quad ...(2)$$

(1), (2) லிருந்து $\Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{9-4}{6} \Rightarrow \frac{5}{6}$

$$\therefore \log_9 27 - \log_{27} 9 = \frac{5}{6}$$

3. $\log_8 x + \log_4 x \log_2 x = 11$**-ன் தீர்வு காண்க.**

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்டது : $\log_8 x + \log_4 x + \log_2 x = 11$

$$\Rightarrow \log_{2^3} x + \log_{2^2} x + \log_2 x = 11$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 x + \log x = 11$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+1\right)\log_2 x = 11$$