

கணிதவியல்

1. இயற்கணிதம் மற்றும் சுருக்குதல் Algebra and Simplification....	2 - 30
2. தனி வட்டி Simple Interest	31 - 44
3. கூட்டு வட்டி Compound Interest	45 - 59
4. மீ.சி.ம. மற்றும் மீ.பொ.வ. LCM and HCF	60 - 79
5. பட்டியல், இலாபம் மற்றும் நட்டம் Bills, Profit and Loss	80 - 101
6. நேர்மாறல் எதிர்மாறல் Chain Rule.....	102- 111
7. விகிதம் மற்றும் விகிதாச்சாரம் Ratio and Proportion	112 - 129
8. சராசரி Average	130 - 140
9. காலம் மற்றும் வேலை Time and Work	141 - 156
10. காலம், தூரம் மற்றும் வேகம் Time, Distance and Speed	157 - 169
11. குழாய் கணக்குகள் Problems on Pipes and Cisterns.....	170 - 177
12. கடிகாரக் கணக்குகள் Problems on Clocks.....	178 - 181
13. ஓட்டப்பந்தய மற்றும் விளையாட்டுத்திறன் கணக்குகள் Races and Games of Skill	182 - 184
14. அளவியல் Mensuration.....	185 - 239
15. அளவைகள் Measurement	240 - 250
16. எண்ணியல் Numeracy	251 - 260
17. கணமொழி Set Language	261 - 278
18. வடிவியல் Geometry	279 - 329
19. நிகழ்தகவு Probability	330 - 347
20. வயது கணக்கீடுகள் Problems on Age	348 - 354
21. புள்ளியியல் Statistics.....	355 - 387
22. கூட்டுத் தொடர் மற்றும் பெருக்குத் தொடர் Arithmetic and Geometric Progressions	388 - 402
23. தரவு விளக்கம் Data Interpretation	403 - 411
24. அடிமான முறை Base Numeral System	412 - 414
25. முக்கோணவியல் Trigonometry	415 - 430



இயற்கணிதம் மற்றும் சுருக்குதல்

ALGEBRA AND SIMPLIFICATION

முக்கிய சூத்திரங்கள்

• $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

• $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

• $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

• $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

• $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

• $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

• $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2 + 2(ab+bc+ca)$

• $(a+b+c)^3 = a^3+b^3+c^3 + 3(a+b)(b+c)(c+a)$

• $\frac{a^2 - b^2}{a - b} = a + b$

• $\frac{a^2 - b^2}{a + b} = a - b$

• $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

• $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

• $\frac{a^3 + b^3}{(a^2 - ab + b^2)} = a + b$

• $\frac{a^3 - b^3}{(a^2 + ab + b^2)} = a - b$

• $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

• $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

• $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

• $x^m x^n = x^{m+n}$

• $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

• $(x^m)^n = x^{mn}$

• $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
 $a^0 = 1$

• $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = a^n b^{-n}$

• $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

• \sqrt{x} என்பது $x^{1/2}$ -க்கு சமம்

• $\sqrt[3]{x}$ என்பது $x^{1/3}$ -க்கு சமம்

• $\sqrt[n]{a^m} = \left(a^{1/n}\right)^m = (a^m)^{1/n}$

BODMAS விதி :

'B' Stands for 'Bracket'

'D' Stands for 'Division'

'A' Stands for 'Addition'

'O' Stands for 'Of'

'M' Stands for 'Multiplication'

'S' Stands for 'Subtraction'

பயிற்சி வினாக்கள்

1. ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 5. அதன் இலக்கங்கள் இடமாற்றப்பட்டால் கிடைக்கும் புதிய எண்ணானது, கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை விட 27 குறைவு எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு :

'x' என்பது பத்தாம் இலக்க எண் என்றும்

'y' என்பது ஒன்றாம் இலக்க எண் என்றும் கொள்க.

$$x + y = 5 \quad \dots\dots (1)$$

	பத்தாம் இலக்கம்	ஒன்றாம் இலக்கம்	மதிப்பு
கொடுக்கப்பட்ட எண்	x	y	10x + y
புதிய எண் இலக்கங்களை இடமாற்றிய பிறகு	y	x	10y + x

கொடுக்கப்பட்ட எண் - இடமாற்றப்பட்ட எண் = 27

$$(10x + y) - (10y + x) = 27$$

$$\Rightarrow 10x - x + y - 10y = 27$$

$$\Rightarrow 9x - 9y = 27$$

$$\Rightarrow x - y = 3 \quad \dots\dots (2)$$

$$x + y = 5 \quad \dots\dots(1) \text{ இலிருந்து } y = 5 - x \quad \dots\dots(3)$$

சமன்பாடு (3) ஐ (2)-இல் பிரதியிட,

$$x - (5 - x) = 3$$

$$x - 5 + x = 3$$

$$2x = 5 + 3 = 8$$

$$\therefore x = 4$$

x = 4 என (3)-இல் பிரதியிட,

$$y = 5 - 4 = 1$$

$$10x + y = (10 \times 4) + 1 = 40 + 1 = 41$$

கொடுக்கப்பட்ட ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 5.

சரிபார்த்தல்

$$x + y = 5$$

$$4 + 1 = 5$$

கொடுக்கப்பட்ட எண் - புதிய எண் = 27

$$41 - 14 = 27$$

2. தீர்வு காண்க : $2x - 3y = 7$; $5x + y = 9$

தீர்வு :

$$2x - 3y = 7 \quad \dots\dots (1)$$

$$5x + y = 9 \quad \dots\dots (2)$$

சமன்பாடு (2)-இல் இருந்து

$$5x + y = 9$$

$$\therefore y = -5x + 9 \quad \dots\dots (3)$$

சமன்பாடு (3) ஐ (1)-இல் பிரதியிட,

$$2x - 3(-5x + 9) = 7$$

$$\Rightarrow 2x + 15x - 27 = 7$$

$$\Rightarrow 17x = 7 + 27 = 34$$

$$\therefore x = \frac{34}{17} = 2$$

x = 2 என்பதை சமன்பாடு (3)-இல் பிரதியிட,

$$y = -5(2) + 9$$

$$\Rightarrow y = -10 + 9 = -1$$

$$x = 2 ; y = -1$$

3. தீர்வு காண்க :

$$1.5x + 0.1y = 6.2 ; 3x - 0.4y = 11.2$$

தீர்வு :

$$1.5x + 0.1y = 6.2 \quad \dots\dots(1)$$

$$3x - 0.4y = 11.2 \quad \dots\dots(2)$$

$$(1) \times 10 \Rightarrow 15x + y = 62 \quad \dots\dots(3)$$

$$(2) \times 10 \Rightarrow 30x - 4y = 112 \quad \dots\dots(4)$$

சமன்பாடு (3)-இலிருந்து

$$15x + y = 62$$

$$y = -15x + 62 \quad \dots\dots (5)$$

சமன்பாடு (5) ஐ (4)-இல் பிரதியிட,

$$30x - 4(-15x + 62) = 112$$

$$\Rightarrow 30x + 60x - 248 = 112$$

$$\Rightarrow 90x = 112 + 248 = 360$$

$$\therefore x = \frac{360}{90} = 4$$

x = 4 என்பதை சமன்பாடு (5)-இல் பிரதியிட,

$$y = -15x + 62$$

$$y = -15(4) + 62$$

$$y = -60 + 62 = 2$$

$$x = 4 ; y = 2$$

4. தீர்வு காண்க :

$$10\% \text{ of } x + 20\% \text{ of } y = 24 ; 3x - y = 20$$

தீர்வு :

$$\frac{10}{100}x + \frac{20}{100}y = 24$$

$$\Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 24 \Rightarrow \frac{x+2y}{10} = 24$$

$$x + 2y = 240 \quad \dots\dots(1)$$

$$3x - y = 20 \quad \dots\dots(2)$$

சமன்பாடு (2)-இல் இருந்து,

$$3x - y = 20$$

$$-y = 20 - 3x$$

$$y = 3x - 20 \quad \dots\dots(3)$$

சமன்பாடு (3)-ஐ (1)-இல் பிரதியிட,

$$x + 2(3x - 20) = 240$$

$$\Rightarrow x + 6x - 40 = 240$$

$$\Rightarrow 7x = 240 + 40$$

$$\therefore x = \frac{280}{7} = 40$$

$x = 40$ என்பதை சமன்பாடு (3)-இல் பிரதியிட,

$$y = 3(40) - 20$$

$$y = 120 - 20 = 100$$

$$\boxed{x = 40 ; y = 100}$$

5 தீர்வு காண்க :

$$\sqrt{2x} - \sqrt{3y} = 1 ; \sqrt{3x} - \sqrt{8y} = 0$$

தீர்வு :

$$\sqrt{2x} - \sqrt{3y} = 1 \quad \dots\dots(1)$$

$$\sqrt{3x} - \sqrt{8y} = 0 \quad \dots\dots(2)$$

சமன்பாடு (2)-இலிருந்து,

$$\sqrt{3x} - \sqrt{8y} = 0$$

$$\cancel{\sqrt{8y}} = \cancel{\sqrt{3x}}$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}x \quad \dots\dots(3)$$

சமன்பாடு (3)-ஐ (1)-இல் பிரதியிட,

$$\sqrt{2x} - \sqrt{3y} = 1$$

$$\sqrt{2x} - \sqrt{3\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}x\right)} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2x}}{1} - \frac{3}{\sqrt{8}}x = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{16x} - 3x}{\sqrt{8}} = 1 \Rightarrow \frac{4x - 3x}{\sqrt{8}} = 1$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{8}$$

$x = \sqrt{8}$ என்பதை சமன்பாடு (1)-இல் பிரதியிட,

$$\sqrt{2}(\sqrt{8}) - \sqrt{3y} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{16} - \sqrt{3y} = 1$$

$$\Rightarrow 4 - \sqrt{3y} = 1$$

$$\Rightarrow -\sqrt{3y} = 1 - 4$$

$$-\sqrt{3y} = -3$$

$$\cancel{-}\sqrt{3y} = \cancel{-}3$$

$$y = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$y = \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{\cancel{3}}$$

$$\therefore y = \sqrt{3}$$

$$\boxed{x = \sqrt{8} ; y = \sqrt{3}}$$

6. தீர்வு காண்க :

$$\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2 ; \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{-9}{\sqrt{y}} = -1$$

$$\text{குறிப்பு : } \left(\frac{1}{\sqrt{x}} = a ; \frac{1}{\sqrt{y}} = b \text{ என்க.} \right)$$

தீர்வு :

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = a, \frac{1}{\sqrt{y}} = b \text{ என்க.}$$

$$\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2 \quad \dots\dots(1)$$

$$\frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1 \quad \dots\dots(2)$$

$$(1) \Rightarrow 2a + 3b = 2$$

$$(2) \Rightarrow 4a - 9b = -1$$

சமன்பாடு (1) இலிருந்து $2a + 3b = 2$

$$\Rightarrow 3b = 2 - 2a$$

$$3b = -2a + 2$$

$$b = \frac{-2a}{3} + \frac{2}{3} \quad \dots\dots(3)$$

சமன்பாடு (3) ஐ 2 இல் பிரதியிட,

$$\Rightarrow 4a - 9 \left(\frac{-2}{3}a + \frac{2}{3} \right) = -1$$

$$\Rightarrow 4a + \frac{18}{3}a - \frac{18}{3} = -1$$

$$\Rightarrow 4a + 6a - 6 = -1$$

$$\Rightarrow 10a - 6 = -1$$

$$\Rightarrow 10a = -1 + 6 = 5$$

$$\therefore a = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{2} \text{ என்பதை சமன்பாடு (3)-இல் பிரதியிட,}$$

$$b = \frac{-2a}{3} + \frac{2}{3}$$

$$b = \left(\frac{-2}{3} \right) \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{2}{3} = \frac{-1}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{-1+2}{3} = \frac{1}{3} \quad b = \frac{1}{3}$$

$$a = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = 2 = x = 4$$

$$b = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{y} = 3 = y = 9$$

$$\boxed{x = 4 ; y = 9}$$

7. இராமனின் வயது அவருடைய இரு மகன்களுடைய வயதுகளின் கூடுதலை போல் மூன்று மடங்காகும். ஐந்தாண்டுகள் கழித்து அவரின் வயது தனது மகன்களின் வயதுகளின் கூடுதலைப் போல் இரு மடங்காகும். இராமனின் தற்போதைய வயதைக் காண்க.

தீர்வு :

இராமனின் வயது x என்க.

இருமகன்களின் வயதுகளின் கூடுதல் = y

$$x = 3y \quad \dots\dots(1)$$

5 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு,

$$x + 5 = 2(y + 10)$$

$$x + 5 = 2y + 20$$

$$\Rightarrow x - 2y = 20 - 5$$

$$\Rightarrow x - 2y = 15 \quad \dots\dots(2)$$

சமன்பாடு (1) இலிருந்து $x = 3y$

$x = 3y$ என்பதை சமன்பாடு (2)-இல் பிரதியிட

$$3y - 2y = 15$$

$$\therefore y = 15$$

$y = 15$ என்பதை சமன்பாடு (1)-இல் பிரதியிட

$$x = 3y \Rightarrow 3 \times 15$$

$$x = 45$$

இராமனின் வயது = 45 ஆண்டுகள்

8. 100 மற்றும் 1000-ற்கு இடையே அமையும் ஒரு மூன்றிலக்க எண்ணின் நடு இலக்கம் பூஜ்ஜியமாகவும், மற்ற இரு இலக்கங்களின் கூடுதல் 13 ஆகவும் உள்ளன. இலக்கங்களை இடம் மாற்றி அமைக்கும் போது கிடைக்கும் எண்ணானது, அந்த எண்ணை விட 495 அதிகம் எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு :

தேவையான எண் $x0y$ என்க.

$$x + y = 13 \quad \dots\dots(1)$$

இலக்கங்களை இடம் மாற்றிய பின்பு உருவான புதிய எண் $y0x$ என்க.

$$x0y = 100x + 10 \times 0 + 1 \times y$$

$$y0x = 100y + 10 \times 0 + 1 \times x$$

$$100y + x - (100x + y) = 495$$

$$100y + x - 100x - y = 495$$

$$\Rightarrow -99x + 99y = 495 \quad \dots\dots(2)$$

$$(1) \times -99 \Rightarrow -99x - 99y = -1287$$

$$(2) \quad \Rightarrow -99x + 99y = 495$$

$$\begin{array}{r} -99x - 99y = -1287 \\ -99x + 99y = 495 \\ \hline -198x = -792 \end{array}$$

$$-198x = -792$$

$$\therefore x = \frac{792}{198} = 4$$

$x = 4$ என்பதை சமன்பாடு (1)-இல் பிரதியிட,

$$4 + y = 13$$

$$\therefore y = 13 - 4 = 9$$

தேவையான எண் = 409

9. நீக்கல் முறையில் தீர்வு காண்க.

$$4a + 3b = 65 \text{ மற்றும் } a + 2b = 35$$

தீர்வு :

$$4a + 3b = 65 \quad \dots\dots(1)$$

$$a + 2b = 35 \quad \dots\dots(2)$$

சமன்பாடு (2) ஐ 4 ஆல் பெருக்கவும்

$$(2) \times 4 \Rightarrow 4a + 8b = 140$$

$$(1) \quad = 4a + 3b = 65$$

$$\begin{array}{r} 4a + 3b = 65 \\ -4a + 8b = 140 \\ \hline 5b = 75 \end{array}$$