சுராவின்

கணக்கு

10ஆம் வகுப்பு

இலவசம் சுய மதிப்பீடு பயிற்சி நூல்

புதிய பாடப்புத்தகத்தின்படி தயாரிக்கப்பட்டது

சிறப்பம்சங்கள்

- பாடப்பகுதிகளிலுள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் முழுமையான, எளிமையான விடைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- ஒவ்வொரு பாடத்திலும் மிகுதியான அளவில் கூடுதல் வினா விடைகள் தரப்பட்டுள்ளன.
- ஒவ்வொரு பாடத்தின் இறுதியிலும் அலகுத் தேர்வு வினாத்தாள் விடைகளுடன் தரப்பட்டுள்ளது.
- மாதிரி வினாத்தாள்கள் 1 முதல் 6 வரை (PTA) வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- அரசு மாதிரி வினாத்தாள் 2019 **[Govt. MQP- 2019]**, காலாண்டு பொதுத்தேர்வு **& Qy.** - 2019 , 2023, 2024 **[Qy- 2019 ; 2023 & 2024]**, அரையாண்டு பொதுத்தேர்வு & Qy. - 2019 , 2023 **[Hy.- 2019 & 2023]**, அரசு துணைத்தேர்வு செப்டம்பர் 2020, 2021, ஆகஸ்ட் 2022, ஜூன் 2023 & ஜூலை 2024 **[செப் - 2020, 2021, ஆக. 2022; ஜூன் 2023 & ஜூலை 2024]**, முதல் மற்றும் இரண்டாம் திருப்புதல் தேர்வு 2022 **[FRT - 2022 & 2023 ; SRT- 2022]** மற்றும் அரசு பொதுத் தேர்வு மே 2022 , ஏப்ரல் 2023 & 2024 **[மே - 2022; ஏப்ரல் - 2023 & 2024]** வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- அரையாண்டுதுத்தேர்வு -டிசம்பர் 2024-25 வினாத்தாள் விடைகளுடன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

சுரா பப்ளிகேஷன்ஸ்
சென்னை

For Orders Contact

80562 94222 / 81242 01000 / 81243 01000
96001 75757 / 78718 02000 / 98409 26027

பொருளடக்கம்

பாட எண்	பாடத் தலைப்பு	பக்க எண்.
1	உறவுகளும் சார்புகளும்	1 - 26
2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	27 - 64
3	இயற்கணிதம்	65 - 136
4	வடிவியல்	137 - 176
5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	177 - 206
6	முக்கோணவியல்	207 - 232
7	அளவியல்	233 - 254
8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	255 - 284
அரையாண்டுதுத்தேர்வு -டிசம்பர் 2024-25 வினாத்தாள் விடைகளுடன்		285 - 300

பாடத்திட்டம்

மாதம்	பாட எண்	பாடத் தலைப்பு	
ஜூன்	1	உறவுகளும் சார்புகளும்	1.1 - 1.10
	2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	2.1-2.6
ஜூலை	2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	2.7 - 2.11
	3	இயற்கணிதம்	3.1 - 3.3
	4	வடிவியல்	4.1 - 4.2
முதல் பருவத் தேர்வு			
ஆகஸ்ட்	3	இயற்கணிதம்	3.4 - 3.6
	4	வடிவியல்	4.3 - 4.4
	5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	5.1 - 5.6
செப்டம்பர்	3	இயற்கணிதம்	3.7
	6	முக்கோணவியல்	6.1 - 6.2
காலாண்டுத் தேர்வு			
அக்டோபர்	3	இயற்கணிதம்	3.8 - 3.9
	4	வடிவியல்	4.5 - 4.6
நவம்பர்	6	முக்கோணவியல்	6.3
	7	அளவியல்	7.1 - 7.5
இரண்டாம் பருவத் தேர்வு			
டிசம்பர்	8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	8.1 - 8.6
அரையாண்டுத் தேர்வு			

TO ORDER WITH US

SCHOOLS and TEACHERS:

We are grateful for your support and patronage to **'SURA PUBLICATIONS'**
Kindly prepare your order in your School letterhead and send it to us.
For Orders contact: 81242 01000 / 81243 01000

DIRECT DEPOSIT

A/c Name : **Sura Publications** Our A/c No. : **36550290536** Bank Name : **STATE BANK OF INDIA** Bank Branch : Padi IFSC : SBIN0005083	A/c Name : **Sura Publications** Our A/c No. : **21000210001240** Bank Name : **UCO BANK** Bank Branch : Anna Nagar West IFSC : UCBA0002100
A/c Name : **Sura Publications** Our A/c No. : **6502699356** Bank Name : **INDIAN BANK** Bank Branch : Asiad Colony IFSC : IDIB000A098	A/c Name : **Sura Publications** Our A/c No. : **1154135000017684** Bank Name : **KVB BANK** Bank Branch : Anna Nagar IFSC : KVBL0001154
A/c Name : **Sura Publications** Our A/c No. : **13240200032412** Bank Name : **FEDERAL BANK** Bank Branch : Anna Nagar IFSC : FDRL0001324	A/c Name : **Sura Publications** Our A/c No. : **50200031530945** Bank Name : **HDFC BANK** Bank Branch : Cenotaph Road, Teynampet IFSC : HDFC0001216

After Deposit, please send challan and order to our address.
email to : orders@surabooks.com / Whatsapp : 81242 01000.

G Pay **For Google Pay : 98409 26027**

For PhonePe : 98409 26027

DEMAND DRAFT / CHEQUE

Please send Demand Draft / cheque in favour of **'SURA PUBLICATIONS'** payable at **Chennai**. The Demand Draft / cheque should be sent with your order in School letterhead.

STUDENTS :

Order via Money Order (M/O) to

SURA PUBLICATIONS
1620, 'J' Block, 16th Main Road, Anna Nagar, Chennai - 600 040.
Phones : 044-4862 9977, 044-4862 7755.
Mobile : 96001 75757 / 81242 01000 / 81243 01000.
email : orders@surabooks.com Website : www.surabooks.com

அத்தியாயம் 1

உறவுகளும் சார்புகளும்

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- A உடன் B -க்கான கார்டீசியன் பெருக்கலை $A\times B = \{(a,b)$ அனைத்து $a \in A,\ b \in B\}$ என வரையறுக்கலாம்.
- A-லிருந்து B-க்கான உறவு R ஆனது, AB-யின் உட்கணமாகும். அதாவது, $R \subseteq A\times B$.
- X லிருந்து Y க்கான உறவு f-ல் ஒவ்வொரு $x \in X$ க்கும் ஒரே ஒரு $y \in Y$ உண்டு எனில், அதை சார்பு என்கிறோம்.
- ஒரு சார்பைப் பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்
  (i) அம்புக் குறிபடம் (ii) அட்டவணை முறை
  (iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் (iv) வரைபட முறை
- சில வகையான சார்புகளாவன
  (i) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு (ii) மேல் சார்பு
  (iii) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு (iv) உட்சார்பு (v) வரைபட முறை
- சமனிச் சார்பு $f(x) = x$.
- தலைகீழ்ச் சார்பு $f(x) = \frac{1}{x}$
- மாறிலிச் சார்பு $f(x) = c$.
- நேரியச் சார்பு $f(x) = ax + b,\ a \neq 0$.
- இருப்படிச் சார்பு $f(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$.
- முப்படிச் சார்பு (கனச்சார்பு) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ a \neq 0$.
- A, B மற்றும் C ஆகியவை மூன்று வெற்றில்லா கணங்கள், $f : A \to B$, $g : B \to C$

  ஆகியவை இரண்டு சார்புகள் எனில், $g\ o\ f : A \to C$ என்ற f மற்றும் g சார்புகளின் சேர்ப்பை $gof\,(x) = g(f(x))$ (அனைத்து $x \in A$) என வரையறுக்கலாம்.
- f, g ஆகியவை ஏதேனும் இரு சார்புகள் எனில், பொதுவாக $f\ o\ g \neq g\ o\ f$.
- f, g மற்றும் h ஏதேனும் மூன்று சார்புகள் எனில் $f\ o\ (g\ o\ h) = (f\ o\ g)\ o\ h$.

பயிற்சி 1.1

1. பின்வருவனவற்றிற்கு A × B, A × A மற்றும் B ×A ஐக் காண்க.
(i) A = {2,−2,3} மற்றும் B ={1,−4}
(ii) A= B ={p, q}
(iii) A= {m, n} ; B = ϕ [பிடிஏ - 1; FRT - 2022]

தீர்வு. (i) A = {2, –2, 3}, B = {1, –4}

A × B = {(2, 1), (2, –4), (–2, 1), (–2, –4), (3, 1), (3, –4)}

A × A = {(2, 2), (2, –2), (2, 3), (–2, 2), (–2, –2), (–2, 3), (3, 2), (3, –2), (3, 3)}

B × A = {(1, 2), (1, –2), (1, 3), (–4, 2), (–4, –2), (–4, 3)}

(ii) A = B = {(p, q)

A × B = {(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)}

A × A = {(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)}

B × A = {(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)}

(iii) A = {m,n}; B = ϕ

A × B = { }

A × A = {(m,m), (m,n), (n, m), (n, n)}

B × A = { }

2. A = {1, 2, 3}, மற்றும் B = {x | x என்பது 10-ஐ விடச் சிறிய பகா எண்} எனில், A × B மற்றும் B × A ஆகியவற்றைக் காண்க. [மே - 2022]

தீர்வு. A = {1, 2, 3}, B = {2, 3, 5, 7}

A × B = {(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)}

B × A = {(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (7, 1), (7, 2), (7, 3)}

3. B × A={(−2, 3),(−2, 4),(0, 3),(0, 4),(3, 3),(3, 4)} எனில், A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க. [Qy. - 2019; ஏப்ரல் - 2023]

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட B × A = {(–2, 3), (–2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)}

இங்கு B = { –2, 0, 3}

[எல்லா வரிசைச் சோடிகளின் முதல் உறுப்பு]

மற்றும் A = {3, 4}

[எல்லா வரிசைச் சோடிகளின் இரண்டாம் உறுப்பு]

4. A ={5, 6}, B = {4, 5, 6}, C ={5, 6, 7}எனில், A × A = (B × B)∩(C × C) எனக் காட்டுக. [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு. A = {5, 6}, B = {4, 5, 6},C = {5, 6, 7}

A × A = {(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)} ...(1)

B × B = {(4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)} ...(2)

C × C = {(5, 5), (5, 6), (5, 7), (6, 5), (6, 6), (6, 7), (7, 5), (7, 6), (7, 7)} ...(3)

(B × B) ∩ (C × C) = {(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)} ...(4)

(1) = (4)

A × A = (B × B) ∩ (C × C)

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. A ={1, 2, 3}, B = {2, 3, 5}, C = {3, 4} மற்றும் D = {1, 3, 5}, எனில் (A∩C) × (B∩D) = (A × B) ∩ (C × D) என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும். [Qy. - 2019]

தீர்வு. LHS = {(A ∩ C) × (B ∩ D)

A ∩ C = {3}

B ∩ D = {3, 5}

(A ∩ C) × (B ∩ D) = {(3, 3) (3, 5)} ...(1)

RHS = (A × B) ∩ (C × D)

A × B = {(1,2),(1,3),(1,5),(2,2),(2,3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5)}

C × D ={(3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)}

(A × B) ∩ (C × D) = {(3, 3), (3, 5)} ...(2)

∴ (1) = (2) எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. A={x ∈ 𝕎 |x < 2}, B = {x∈ ℕ |1 < x ≤ 4} மற்றும் C = {3, 5}எனில் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க.
(i) A × (B∪C) =(A × B)∪(A × C) [பிடிஏ - 2; FRT - 2022; ஜூன் & Hy. - 2023]
(ii) A×(B∩C) = (A × B)∩(A × C) [பிடிஏ - 5; செப். - 2021; Qy. - 2023]
(iii) (A∪B) × C = (A×C)∪(B × C)

தீர்வு.

(i) A × (B ∪ C) = (A × B) ∪ (A × C)

A = {x ∈ 𝕎 |x < 2}= {0, 1}

[2ஐ விட குறைவான முழுக்கள்]

B = {x∈ ℕ |1 < x ≤ 4}={2, 3, 4}

[2 லிருந்து 4 வரையிலான இயல் எண்கள்]

C = {3, 5}

LHS = A × (B ∪ C)

B ∪ C = {2, 3, 4} ∪ {3, 5}={2,3,4,5}

A × (B ∪ C) = {(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4),(1, 5)}...(1)

RHS = (A × B) ∪(A × C)

(A × B) = {(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1,3), (1, 4)}

(A × C) = {(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1,5)}

(A × B) ∪ (A × C) = (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (0, 5), (1, 5)} ...(2)

(1) = (2), LHS = RHS

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

LHS = $A \times (B \cap C)$

$(B \cap C) = \{3\}$

$A \times (B \cap C) = \{(0, 3), (1, 3)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times B) \cap (A \times C)$

$(A \times B) = \{(0, 2), \underline{(0, 3)}, (0, 4), (1, 2), \underline{(1, 3)}, (1, 4)\}$

$(A \times C) = \{\underline{(0, 3)}, (0, 5), \underline{(1, 3)}, (1, 5)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(0, 3), (1, 3)\}$ ...(2)

(1) = (2) $\Rightarrow$ LHS = RHS.

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

LHS = $(A \cup B) \times C$

$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$(A \cup B) \times C = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3,3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times C) \cup (B \times C)$

$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$(B \times C) = \{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$

$(A \times C) \cup (B \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$ ...(2)

(1) = (2). $\therefore$ LHS = RHS. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

7. A என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், கீழ்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க.

(i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ [செப். - 2020]

(ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

[பிடிஏ - 1; மே - 2022]

தீர்வு. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{2, 3, 5, 7\}$;

$C = \{2\}$

[$\because$ ஒரே இரட்டைப்படை பகா எண் 2 மட்டுமே ஆகும்]

(i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$

LHS = $(A \cap B) \times C$

$A \cap B = \{2, 3, 5, 7\}$

$(A \cap B) \times C = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times C) \cap (B \times C)$

$(A \times C) = \{(1, 2), \underline{(2, 2)}, \underline{(3, 2)}, (4, 2), \underline{(5, 2)}, (6, 2), \underline{(7, 2)}\}$

$(B \times C) = \{\underline{(2, 2)}, \underline{(3, 2)}, \underline{(5, 2)}, \underline{(7, 2)}\}$

$(A \times C) \cap (B \times C) = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ...(2)

(1) = (2)

$\therefore$ LHS = RHS. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

LHS = $A \times (B - C)$

$(B - C) = \{3, 5, 7\}$

$A \times (B - C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times B) - (A \times C)$

$(A \times B) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 2), (7, 3), (7, 5), (7,7)\}$

$(A \times C) = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$

$(A \times B) - (A \times C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$ ...(2)

(1) = (2) $\Rightarrow$ LHS = RHS. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

பயிற்சி 1.2

1. $A = \{1,2,3,7\}$ மற்றும் $B = \{3,0,-1,7\}$. எனில், பின்வருவனவற்றில் எவை A-லிருந்து B-க்கான உறவுகளாகும்? [செப். - 2021]

(i) $\mathbb{R}_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$

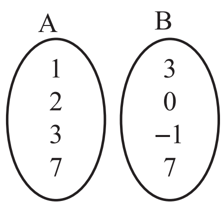
(ii) $\mathbb{R}_2 = \{(-1, 1)\}$

(iii) $\mathbb{R}_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$ [FRT - 2022]

(iv) $\mathbb{R}_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட கணம் $A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும் $B = \{3, 0, -1, 7\}$ ஆகும்.

(i) $R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$



$1 \notin B$ என்பதால் 2 மற்றும் 7 ஐ ஒன்றோடு தொடர்பிட முடியாது.

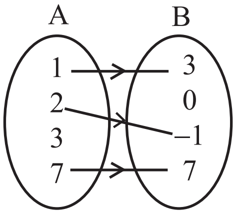
$\therefore R_1$ உறவில்லை.

(ii) $R_2 = \{(-1, 1)\}$

–1ஐ ஒன்றோடு தொடர்பிட முடியாது ஏனெனில் $-1 \notin A$ மற்றும் $1 \notin B$

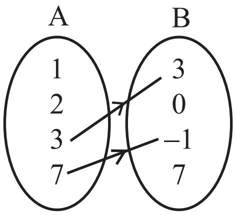
$\therefore R_2$ உறவில்லை

(iii) $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$



2 ஐ −1ம், 7 ஐ 7ம் மற்றும் 1 ஐ 3ம் தொடர்பிடுவதால். R_3 உறவாகும்.

(iv) $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$



(7, −1) மற்றும் (3, 3) ஜோடி உண்டு.

$0 \notin A$ ஆதலால் (0,3). மற்றும் (0, 7) ஜோடி இல்லை.

$\therefore R_4$ உறவில்லை.

2. A={1, 2, 3, 4,...,45} மற்றும் R என்ற உறவு "A - யின் மீது ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கப்பட்டால். $\mathbb{R}$ -ஐ A × A -யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும் $\mathbb{R}$-க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க. **[செப். - 2021]**

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட கணம் $A = \{1, 2, 3, 4, \ldots 45\}$

$\therefore A \times A = \{(1, 1) (1, 2) (1,3) \ldots (1, 45) (2, 1) (2, 2) \ldots (2, 45) \ldots (45, 1) (45, 2) (45, 3) \ldots (45, 45)\}$ ... (1)

R ஓர் எண்ணின் வர்க்கம் என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$\therefore R = \{(1,1) (2,4) (3,9) (4,16) (5, 25) (6,36)\}$ ... (2)

[$\because$ 1இன் வர்க்கம் 1, 2 இன் வர்க்கம் 4 மற்றும் பிற]

(1) மற்றும் (2)லிருந்து, A × A இன் உட்கணம் R ஆகும்.

$\therefore R \subset A \times A$

R க்கான மதிப்பகம் = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

[(2)ல் உள்ள எல்லா வரிசை சோடிகளின் முதல் உறுப்பு]

R இன் வீச்சகம் = {1, 4, 9, 16, 25, 36}

[(2)ல் உள்ள எல்லா வரிசை சோடிகளின் இரண்டாம் உறுப்பு]

3. $\mathbb{R}$ என்ற ஒரு உறவு $\{(x, y) / y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் கண்டறிக. **[பிடிஏ - 5; ஜூன் - 2023]**

தீர்வு. $\mathbb{R} = \{(x, y) / y = x + 3\}$ மற்றும் $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

$x = 0$ எனில், $y = 0 + 3 = 3$ [$\because y = x + 3$]

$x = 1$ எனில், $y = 1 + 3 = 4$

$x = 2$ எனில், $y = 2 + 3 = 5$

$x = 3$ எனில், $y = 3 + 3 = 6$

$x = 4$ எனில், $y = 4 + 3 = 7$

$x = 5$ எனில், $y = 5 + 3 = 8$

$\therefore \mathbb{R} = \{(0, 3), (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)\}$

$\therefore \mathbb{R}$இன் மதிப்பகம் = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

[$\mathbb{R}$ இல் உள்ள எல்லா முதல் உறுப்பு]

$\mathbb{R}$ இன் வீச்சகம் = {3, 4, 5, 6, 7, 8}

[$\mathbb{R}$ இல் உள்ள எல்லா இரண்டாம் உறுப்பு]

4. கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும் (1) அம்புக்குறி படம் (2) வரைபடம் (3) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.

(i) $\{(x, y) | x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}$

(ii) $\{(x, y) | y = x + 3$, x, y ஆகியவை இயல் எண்கள் $< 10\}$ **[ஆகஸ்ட் - 2022]**

தீர்வு. **(i)** $R = \{(x, y) | x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}$ மற்றும் $y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

$x = 2$ எனில், $y = \frac{x}{2} = \frac{2}{2} = 1$

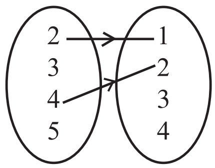
[$\because x = 2y \Rightarrow y = \frac{x}{2}$]

$x = 3$ எனில், $y = \frac{3}{2}$

$x = 4$ எனில், $y = \frac{4}{2} = 2$

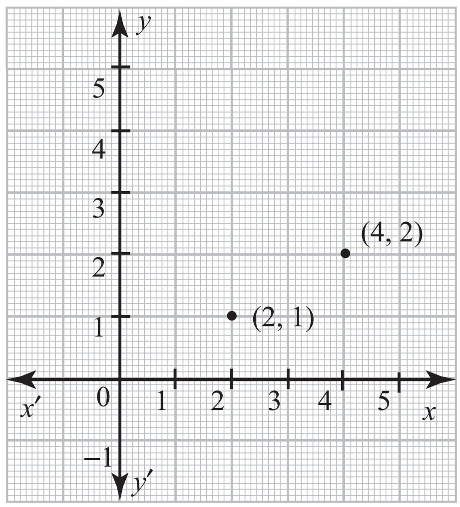
$x = 5$ எனில், $y = \frac{5}{2}$

(1) அம்புக்குறி படம்



$(3, \frac{3}{2})$ மற்றும் $(5, \frac{5}{2})$ ஜோடி இல்லை

(2)



(3) பட்டியல் முறை : R = {(2, 1), (4, 2)}

(ii) $R = \{(x, y) | y = x + 3$,

x மற்றும் y இயல் எண்கள் < 10

$x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

[$\because x$ மற்றும் y 10ஐ விட குறைவான இயல் எண்கள்]

கொடுக்கப்பட்ட $y = x + 3$

$x = 1$ எனில், $y = 1 + 3 = 4$

$x = 2$ எனில், $y = 2 + 3 = 5$

$x = 3$ எனில், $y = 3 + 3 = 6$

$x = 4$ எனில், $y = 4 + 3 = 7$

$x = 5$ எனில், $y = 5 + 3 = 8$

$x = 6$ எனில், $y = 6 + 3 = 9$

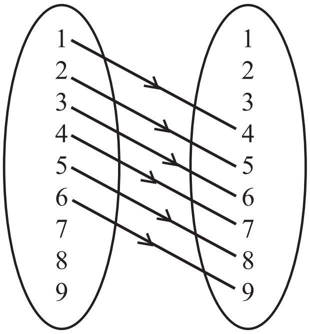
$x = 7$ எனில், $y = 7 + 3 = 10$

$x = 8$ எனில், $y = 8 + 3 = 11$ $[10, 11, 12 \notin y]$

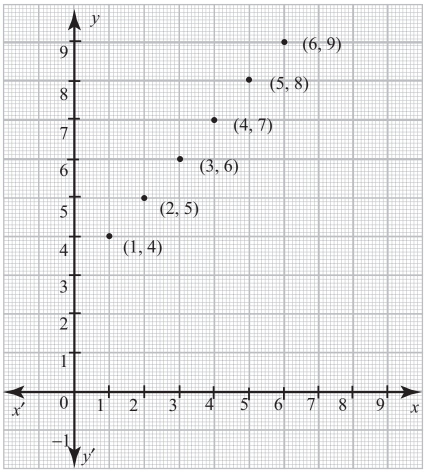
$x = 9$ எனில், $y = 9 + 3 = 12$

R = {(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)}

(1)



(2)



(3) R = {(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)}

5. ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளர்கள் (A), எழுத்தர்கள் (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E). ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ₹10,000, ₹25,000, ₹50,000 மற்றும் ₹1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4 மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள்; C_1, C_2, C_3, C_4 ஆகியோர் எழுத்தர்கள்; M_1, M_2, M_3 ஆகியோர்கள் மேலாளர்கள் மற்றும் E_1, E_2 ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர். $x \ \mathbb{R} \ y$ என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில் $\mathbb{R}$ என்ற உறவை , வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அம்புக்குறி படம் மூலமாவும் குறிப்பிடுக.

தீர்வு. A – உதவியாளர்கள் → A_1, A_2, A_3, A_4, A_5

C – எழுத்தர்கள் → C_1, C_2, C_3, C_4

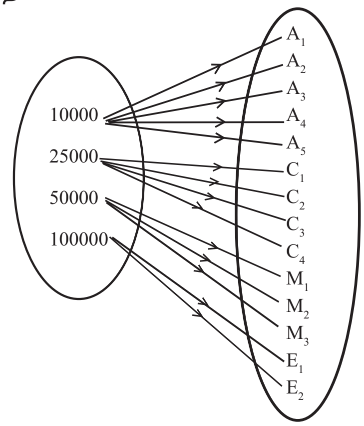
M – மேலாளர்கள் → M_1, M_2, M_3

E – நிர்வாகிகள் → E_1, E_2

xRy என்ற உறவில் x என்பது உதவியாளர்களுக்கு ₹10,000, எழுத்தர்களுக்கு ₹25,000, மேலாளர்களுக்கு ₹50,000 மற்றும் நிர்வாகிகளுக்கு ₹1,00,000 கொடுக்கப்படும் ஊதியமாகும்.

(a) $\therefore$ R = {(10,000, A_1), (10,000, A_2), (10,000, A_3), (10,000, A_4), (10,000, A_5), (25,000, C_1), (25,000, C_2), (25,000, C_3), (25,000, C_4) (50,000, M_1), (50,000, M_2), (50,000, M_3), (1,00,000, E_1), (1,00,000, E_2)}

(b) அம்புக்குறி படம் :



பயிற்சி 1.3

1. $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}$ மற்றும் $y = 2x\}$ ஆனது $\mathbb{N}$-ன் மீதான ஓர் உறவு என்க. மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க. இந்த உறவு சார்பாகுமா?

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}$ மற்றும் $y = 2x\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$x = 1$ எனில், $y = 2(1) = 2$

$x = 2$ எனில், $y = 2(2) = 4$

$x = 3$ எனில், $y = 2(3) = 6$

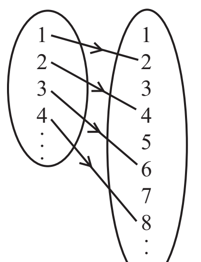
$x = 4$ எனில், $y = 2(4) = 8$ மற்றும் பிற

R = {(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10),...}

R இன் மதிப்பகம் = {1, 2, 3, 4,...},

R இன் துணை மதிப்பகம் = {1, 2, 3, 4,...},

R இன் வீச்சகம் = {2, 4, 6, 8,...}



மதிப்பகத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பும் துணை மதிப்பகம் ஏதேனும் ஒரு உறுப்போடு தொடர்பிடுவதால் இந்த உறவு சார்பாகும்.

2. X = {3, 4, 6, 8} என்க. $\mathbb{R} = \{(x, f(x)) \mid x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$ என்ற உறவானது X -லிருந்து $\mathbb{N}$ -க்கு ஒரு சார்பாகுமா?

தீர்வு. $x = \{3, 4, 6, 8\} [\because x \in X]$

$R = \{(x, f(x)) \mid x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$

$f(x) = x^2 + 1$

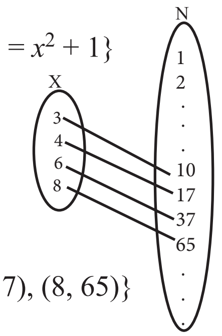
$f(3) = 3^2 + 1 = 10$

$f(4) = 4^2 + 1 = 17$

$f(6) = 6^2 + 1 = 37$

$f(8) = 8^2 + 1 = 65$

$R = \{(3, 10), (4, 17), (6, 37), (8, 65)\}$



ஆம், இது ஒரு சார்பாகும்.

ஏனெனில் X இன் எல்லா உறுப்புகளும் $\mathbb{N}$ இன் உறுப்புகளோடு தொடர்புபடுத்தப்படுவதால் இது சார்பாகும்.

3. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f : x \to x^2 - 5x + 6$, எனில்,

(i) $f(-1)$ (ii) $f(2a)$

(iii) $f(2)$ (iv) $f(x-1)$

ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f : x \to x^2 - 5x + 6$.

(i) $f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) + 6 = 1 + 5 + 6 = 12$

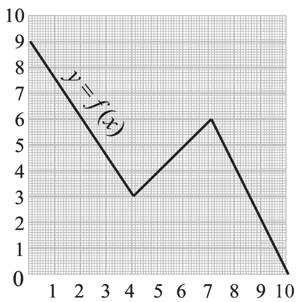
(ii) $f(2a) = (2a)^2 - 5(2a) + 6 = 4a^2 - 10a + 6$

(iii) $f(2) = 2^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$

(iv) $f(x-1) = (x-1)^2 - 5(x-1) + 6$

$= x^2 - 2x + 1 - 5x + 5 + 6 = x^2 - 7x + 12$

4. கொடுக்கப்பட்ட வரைபடத்தில் $f(x)$ -யின் மூலமாக, $f(9) = 2$ என்பது தெளிவாகிறது.



(i) பின்வரும் சார்புகளின் மதிப்புகளைக் காண்க

(அ) $f(0)$ (ஆ) $f(7)$

(இ) $f(2)$ (ஈ) $f(10)$

(ii) x -இன் எம்மதிப்பிற்கு $f(x) = 1$ ஆக இருக்கும்?

(iii) வரைபடத்தில் (1) மதிப்பகம் (2) வீச்சகம் காண்க.

(iv) f என்ற சார்பில் 6-ன் நிழல் உரு என்ன?

தீர்வு. வரைபடத்திலிருந்து

(i) (அ) $f(0) = 9$ (ஆ) $f(7) = 6$

(இ) $f(2) = 6$ (ஈ) $f(10) = 0$

(ii) $x = 9.5$ இல் $f(x) = 1$

(iii) $f(x)$ -ன் மதிப்பகம்

$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$= \{x \mid 0 \le x \le 10, x \in \mathbb{R}\}$

$f(x)$ -ன் வீச்சகம் $= \{x \mid 0 \le x \le 9, x \in \mathbb{R}\}$

$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

(iv) f என்ற சார்பில் 6-ன் நிழல் உரு 5. ஏனெனில் $x = 6$ யில் கோடு வரைந்தால் அது வரைபடத்தை 5இல் சந்திக்கிறது.

5. $f(x) = 2x + 5$ என்க. $x \neq 0$ எனில், $\dfrac{f(x+2) - f(2)}{x}$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு. $f(x) = 2x + 5, x \neq 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$f(x) = 2x + 5$

$\Rightarrow f(x+2) = 2(x+2) + 5$

$= 2x + 4 + 5 = 2x + 9$

$\Rightarrow f(2) = 2(2) + 5 = 4 + 5 = 9$

$\therefore \dfrac{f(x+2) - f(2)}{x} = \dfrac{2x + 9 - 9}{x} = \dfrac{2x}{x} = 2$

6. ஒரு சார்பு f ஆனது $f(x) = 2x - 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

(i) $\dfrac{f(0) + f(1)}{2}$ -ஐக் காண்க.

(ii) $f(x) = 0$ எனில், x ஐக் காண்க

(iii) $f(x) = x$ எனில் x ஐக் காண்க

(iv) $f(x) = f(1 - x)$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு. $f(x) = 2x - 3$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

(i) $\dfrac{f(0) + f(1)}{2}$

$f(0) = 2(0) - 3 = -3$

$f(1) = 2(1) - 3 = -1$

$\therefore \dfrac{f(0) + f(1)}{2} = \dfrac{-3 - 1}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2$

(ii) $f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0$

$2x = 3 \Rightarrow x = \dfrac{3}{2}$

(iii) $f(x) = x \Rightarrow 2x - 3 = x \Rightarrow 2x - x = 3$

$x = 3$

(iv) $f(x) = f(1 - x)$

$2x - 3 = 2(1 - x) - 3$

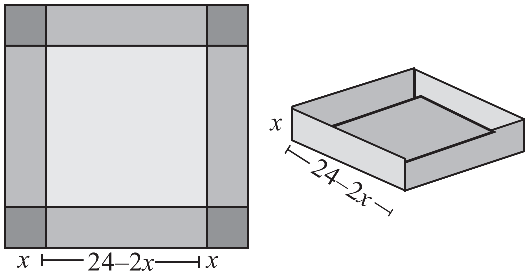
$2x - 3 = 2 - 2x - 3$

$2x + 2x = 2 - \cancel{3} + \cancel{3}$

$4x = 2 \Rightarrow x = \dfrac{\cancel{2}}{\cancel{4}\,2}$

$x = \dfrac{1}{2}$

7. 24 செ.மீ பக்க அளவுள்ள சதுர வடிவத் துண்டிலிருந்து நான்கு மூலைகளிலும் சம அளவுள்ள சதுரங்களை வெட்டி படத்தில் உள்ளவாறு மேல்புறம் திறந்த ஒரு பெட்டி செய்யப்படுகிறது. இந்தப் பெட்டியின் கன அளவு V எனில், V -ஐ x -ன் சார்பாகக் குறிப்பிடுக.



தீர்வு. பெட்டியின் கன அளவு = கன செவ்வகத்தின் கன அளவு

= நீளம் × அகலம் × உயரம்

= $l \times b \times h$ கண மூலங்கள்

இங்கு $l = 24 - 2x$

$b = 24 - 2x$

$h = x$

$\therefore V = (24 - 2x)(24 - 2x) \times x$

$= (576 - 48x - 48x + 4x^2)x$

$V = 4x^3 - 96x^2 + 576x$ செ.மீ^{3}

8. f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $f(x^2) = (f(x))^2$ எனில் x -ஐக் காண்க. [Qy. & Hy. - 2023]

தீர்வு. $f(x) = 3 - 2x$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மேலும் $f(x^2) = [f(x)]^2$

$f(x^2) = 3 - 2x^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

[x ஐ x^2 என மாற்ற] ... (1)

$[f(x)]^2 = (3 - 2x)^2 = 9 - 12x + 4x^2$ ... (2)

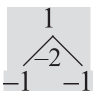
[$\because (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$]

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$\Rightarrow 9 - 12x + 4x^2 = 3 - 2x^2$

$\Rightarrow 9 - 12x + 4x^2 - 3 + 2x^2 = 0$

$\Rightarrow 6x^2 - 12x + 6 = 0$



6ஆல் வகுக்க கிடைப்பது $x^2 - 2x + 1 = 0$

காரணிபடுத்த கிடைப்பது $(x - 1)(x - 1) = 0$

$\Rightarrow x = 1$

9. ஒரு விமானம் 500 கி.மீ/மணி வேகத்தில் பறக்கிறது. விமானம் 'd' தொலைவு செல்வதற்கு ஆகும் காலத்தை t (மணியில்) -ன் சார்பாக வெளிப்படுத்துக.

தீர்வு. வேகம் $= \dfrac{\text{கடந்த தூரம்}}{\text{எடுத்துக்கொண்ட நேரம்}}$

$\Rightarrow$ கடந்த தூரம் = வேகம் × நேரம்

$\Rightarrow d = 500 \times t$ [$\because$ நேரம் = t மணி]

$\Rightarrow d = 500\,t.$

10. அருகில் உள்ள அட்டவணையில் நான்கு நபர்களின் முன்னங்கைகளின் நீளம் மற்றும் அவர்களுடைய உயரங்களின் தகவல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவர், உயரம் (y) மற்றும் முன்னங்கை நீளம் (x) -க்கான உறவை $y = ax + b$ எனக் கண்டுபிடித்தார். இங்கு a மற்றும் b ஆகியவை மாறிலிகள். [பிடிஏ - 4]

முன்னங்கைகளின் நீளம் (செ.மீ) 'x'	உயரம் (அங்குலம்) 'y'
35	56
45	65
50	69.5
55	74

(i) இந்த உறவானது சார்பாகுமா என ஆராய்க.

(ii) a மற்றும் b -ஐக் காண்க.

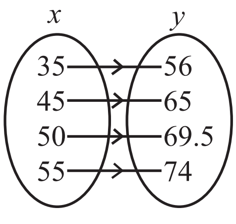
(iii) முன்னங்கைகளின் நீளம் 40 செ.மீ எனில் அந்த நபரின் உயரத்தைக் காண்க.

(iv) உயரம் 53.3 அங்குலம் எனில் அந்த நபரின், முன்னங்கையின் நீளத்தைக் காண்க.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $y = ax + b$ ...(1)

(i) கொடுக்கப்பட்ட வரிசைச் சோடிகள்

R = { (35, 56) (45, 65) (50, 69.5) (55, 74)}



கொடுக்கப்பட்ட x இன் எல்லா உறுப்புகளும் yயின் ஏதேனும் உறுப்புகளோடு தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளதால், கொடுக்கப்பட்ட தொடர்பு சார்பாகும்.

(ii) (35, 56) மற்றும் (45, 65) என்ற இரண்டு வரிசைச் சோடிகளைக் கருதுக.

$\underset{(35,\ 56)}{x \quad y}$ என $y = ax + b$ இல் பிரதியிட கிடைப்பது

$56 = a(35) + b$ ... (1)

அதைப்போல (45, 65) என $y = ax + b$, யில் பிரதியிட கிடைப்பது

$65 = a(45) + b$ ...(2)

(2) – (1) → $65 = 45a + b$

$\underset{(-)}{56} = \underset{(-)}{35a} + \underset{(-)}{b}$

பிரதியிட $9 = 10a$

$\Rightarrow a = \dfrac{9}{10} = 0.9$

$a = 0.9$ என (1) ல் பிரதியிட கிடைப்பது

$56 = 35(0.9) + b$

$\Rightarrow 56 = 31.5 + b$

$\Rightarrow \quad b = 56 - 31.5 = 24.5$

$y = ax + b$ ஆதலால் கிடைப்பது

$y = 0.9x + 24.5$

(iii) முன்னங்கைகளின் நீளம் $x = 40$ செ.மீ,

$y = 0.9\,(40) + 24.5$

$\Rightarrow \quad y = 36 + 24.5 = 60.5$ அங்குலம்

$\therefore$ தேவையான நபரின் உயரம் 60.5 அங்குலங்கள்.

(iv) உயரம் $y = 53.3$ அங்குலங்கள்,

$53.3 = 0.9x + 24.5$

$[\because y = 0.9x + 24.5]$

$\Rightarrow \quad 53.3 - 24.5 = 0.9x$

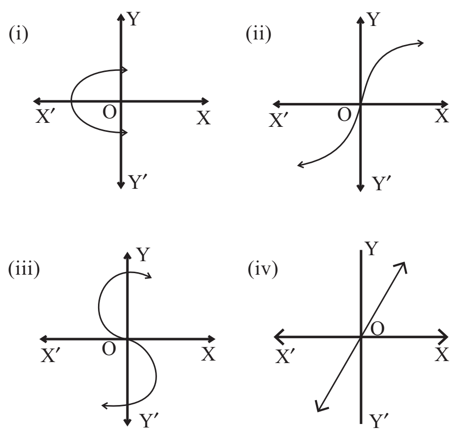
$\Rightarrow \quad 28.8 = 0.9x$

$\Rightarrow \quad x = \dfrac{28.8\times 10}{0.9\times 10}$

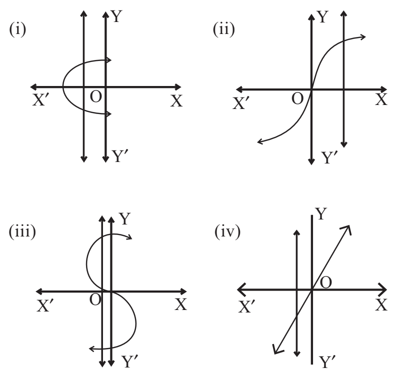
$\Rightarrow \quad x = \dfrac{288}{9} = 32$ செ.மீ

பயிற்சி 1.4

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட வரைபடங்கள் சார்பைக் குறிக்கின்றனவா எனத் தீர்மானிக்கவும் விடைகளுக்கான காரணத்தையும் கொடுக்கவும்.



தீர்வு.



(i) குத்துக் கோடு வரைபடத்தில் வளைவரையை இரு புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் இது ஒரு சார்பினைக் குறிக்காது.

(ii) குத்துக்கோடு வளைவரையை ஒரே புள்ளியில் வெட்டுவதால் இது சார்பாகும்.

(iii) குத்துக்கோடு வளைவரையை 3 புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது. எனவே இது சார்பல்ல.

(iv) வளைவரை குத்துக்கோட்டை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கிறது. எனவே இது சார்பாகும்.

2. $f : A \to B$ என்ற சார்பானது $f(x) = \dfrac{x}{2} - 1$, என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு, $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$ ஆக இருக்கும் போது சார்பு f -ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க. [ஏப்ரல் - 2023]

(i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

(ii) அட்டவணை

(iii) அம்புகுறி படம்

(iv) வரைபடம்

தீர்வு. $f : A \to B$

$A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$

$f(x) = \dfrac{x}{2} - 1$,

$f(2) = \dfrac{2}{2} - 1 = 0$

$f(4) = \dfrac{4}{2} - 1 = 1$

$f(6) = \dfrac{6}{2} - 1 = 2$

$f(10) = \dfrac{10}{2} - 1 = 4$

$f(12) = \dfrac{12}{2} - 1 = 5$

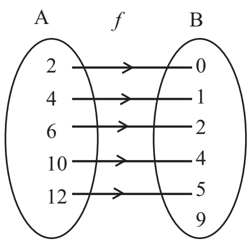
(i) வரிசைச் சோடிகளின் கனம்.

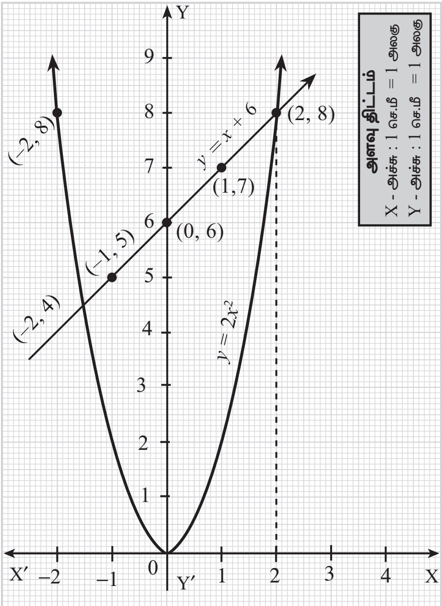
$= \{(2, 0), (4, 1), (6, 2), (10, 4), (12, 5)\}$

(ii) அட்டவணை.

x	2	4	6	10	12
$f(x)$	0	1	2	4	5

(iii) அம்புக்குறி படம்





8. சுருக்குக :

$$\frac{a^2-16}{a^3-8} \times \frac{2a^2-3a-2}{2a^2+9a+4} \div \frac{3a^2-11a-4}{a^2-2a+4}$$ **[பிடிஏ - 4]**

தீர்வு:

$$\frac{a^2-16}{a^3-8} \times \frac{2a^2-3a-2}{2a^2+9a+4} \div \frac{3a^2-11a-4}{a^2-2a+4}$$

$$= \frac{(a-4)(a+4)}{(a-2)(a^2+4+2a)} \times \frac{(a-2)(2a+1)}{(a+4)(2a+1)} \div \frac{a^2-2a+4}{(a-4)(3a+1)}$$

$$= \frac{a^2-2a+4}{(a^2+4+2a)(3a+1)}$$

9. ஒரு தொடர் வண்டி ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தை சீரான வேகத்தில் கடக்கிறது. தொடர் வண்டியின் வேகம் 10 கி.மீ/ மணி அதிகரிக்கப்பட்டால் 2 மணி நேரத்திற்கு முன்னதாகவே குறிப்பிட்ட தூரத்தை அடையும். மற்றும் தொடர் வண்டியின் வேகம் 10 கி.மீ/ மணி குறைக்கப்பட்டால் 3 மணி நேரத்திற்கு பிறகு அக்குறிப்பிட்ட தூரத்தை அடையுமெனில் அந்த தொடர் வண்டி அடைந்த தூரத்தைக் கணக்கிடுக. **[பிடிஏ - 5]**

தீர்வு:

தூரம் = வேகம் × காலம்

தூரம் $= xy$ … (1)

மேலும் தூரம் $= (x-10)(y+3)$ … (2)

தூரம் $= (x+10)(y-2)$ … (3)

$\therefore \quad xy = xy - 10y + 3x - 30$

$3x - 10y = 30$ ... (4)

(3) $\quad xy = xy + 10y - 2x - 20$

$-2x + 10y = 20$ ... (5)

(4) + (5) $3x - 10y = 30$

$-2x + 10y = 20$

$x = 50$

(4) $-\ 3(50) - 10y = 30$

$150 - 10y = 30$

$10y = 30 - 150$

$10y = -120$

$y = 12$

தூரம் $= xy = 50 \times 12 = 600$ கி.மீ

10. ஒரு மகிழுந்து புறப்பட வேண்டிய நேரத்திலிருந்து 30 நிமிடம் தாமதமாகப் புறப்பட்டது. 150 கி.மீ தூரத்தில் உள்ள சேருமிடத்தைச் சரியான நேரத்தில் சென்றடைய அதனுடைய வழக்கமான வேகத்தை மணிக்கு 25 கி.மீ அதிகப்படுத்த வேண்டியிருந்தது எனில், மகிழுந்தின் வழக்கமாக வேகத்தைக் காண்க. **[பிடிஏ - 6]**

தீர்வு:

வேகம் $= \dfrac{\text{தூரம்}}{\text{காலம்}}$

$$S = \frac{150}{t}$$

$$S + 25 = \frac{150}{t - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{150}{t} + 25 = \frac{150}{t - 0.5}$$

$$\frac{150 + 25t}{t} = \frac{150}{t-0.5}$$

3	300
5	100
5	20
	4

$(150 + 25t)(t - 0.5) = 150t$

$150t + 25t^2 - 75 - 12.5t = 150t$

$25t^2 - 12.5t - 75 = 0$

$t^2 - 0.5t - 3 = 0$

$10t^2 - 5t - 30 = 0$

$10t^2 - 20t + 15t - 30 = 0$

300
−5
−20 +15

$10t(t-2) + 15(t-2) = 0$

$(10t + 15)(t - 2) = 0$

$t = -1.5$ (அ) $t = 2$

$$\therefore S = \frac{150}{t} = \frac{150}{2} = 75 \text{ கி.மீ}$$

அரசு தேர்வு வினா - விடை

1 மதிப்பெண்

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்.

1. எந்தவோர் அலகு அணியிலும் மூலை விட்டத்திலில்லாத உறுப்புகள்____. [அ.மா.வி - 2019]

(அ) 0 (ஆ) 1 (இ) m (ஈ) n

[விடை. (அ) 0]

2. $\dfrac{a^2}{a^2-b^2}+\dfrac{b^2}{b^2-a^2}$ **-ன் மதிப்பு** [செப். - 2020]

(அ) $a-b$ (ஆ) $a+b$

(இ) a^2-b^2 (ஈ) 1 **[விடை. (ஈ) 1]**

குறிப்பு: $=\dfrac{a^2}{a^2-b^2}-\dfrac{b^2}{a^2-b^2}=\dfrac{\cancel{a^2-b^2}}{\cancel{a^2-b^2}}=1$

3. $x^2+3x=0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் [Qy. - 2019]

(அ) -3 (ஆ) 3 (இ) 0 (ஈ) 1

[விடை. (இ) 0]

குறிப்பு:

$$x^2+3x = 0$$
$$= x^2-(-3)x+0 = 0$$
$$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta = 0$$

∴ மூலங்களின் கூடுதல் $\alpha+\beta = -3$

மூலங்களின் பெருக்கல்பலன் $\alpha\beta = 0$

4. a^m, a^{m+1}, a^{m+2} ஆகியவற்றின் மீ.பெ.வ. : [செப். - 2021]

(அ) a^m (ஆ) a^{m+1}

(இ) a^{m+2} (ஈ) 1 **[விடை. (அ) a^m]**

குறிப்பு: மீ.பெ.வ $= a^m, a^{m+1}, a^{m+2} = a^m$

[குறைந்த அடுக்கு கொண்ட உறுப்பு மீ.பெ.வ ஆகும்]

5. ஒரு இருபடிச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் ஒரு .... ஆகும். [FRT - 2022; ஏப்ரல் - 2023]

(அ) நேர்க்கோடு (ஆ) வட்டம்

(இ) பரவளையம் (ஈ) அதிபரவளையம்

[விடை. (இ) பரவளையம்]

6. 3-ஐ ஒரு மூலமாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு [FRT - 2022]

(அ) $x^2-6x-5=0$ (ஆ) $x^2+6x-5=0$

(இ) $x^2-5x-6=0$ (ஈ) $x^2-5x+6=0$

[விடை. (அ) $x^2-6x-5=0$]

குறிப்பு:

$$x^2-5x+6 = 0$$
$$(x-3)(x-2) = 0$$
$$x = 3\ ; x=2$$

2 மதிப்பெண்கள்

1. $\dfrac{x^2-16}{x^2+8x+16}$ **என்ற விகிதமுறு கோவையை எளிய வடிவில் சுருக்குக.** [Qy. - 2019]

தீர்வு: $\dfrac{x^2-16}{x^2+8x+16}=\dfrac{(x+4)(x-4)}{(x+4)^2}=\dfrac{x-4}{x+4}$

2. $x^2+2x-143$ என்ற இருபடிக் கோவையின் பூச்சியங்களைக் காண்க. [Qy. - 2019]

தீர்வு:

$$P(x) = (x+13)(x-11)$$
$$P(-13) = 0;\ P(11)=0$$

$P(x)$ யின் பூச்சியங்கள் -13 மற்றும் 11

3. $x^2+6x-4=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், $(\alpha-\beta)^2$வின் மதிப்பைக் காண்க. [Hy. - 2019]

தீர்வு:

$$\alpha+\beta = -6 \Rightarrow \alpha\beta=-4$$
$$(\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$$
$$= (-6)^2-4(-4) = 36+16 = 52$$

4. $9x^2+3k+4=0$ என்ற இருபடிச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் எனில் k -ன் மதிப்பு காண்க. [செப். - 2020]

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாடு

$$9x^2+3kx+4 = 0$$

இங்கு, $a=9$, $b=3k$ மற்றும் $c = 4$

சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் அதாவது

$$b^2-4ac \geq 0$$
$$\Rightarrow (3k)^2-4\times(9)(4) \geq 0$$
$$\Rightarrow 9k^2-144 \geq 0$$
$$\Rightarrow 9k^2 \geq 144$$
$$\Rightarrow k^2 \geq \frac{144}{9}$$
$$\Rightarrow k^2 \geq 16 \Rightarrow k^2\ \pm 4$$

4 (அல்லது) -4

5. $\dfrac{x+10}{8x}$ **என்ற கோவையின் விலக்கப்பட்ட மதிப்பு காண்க.** [FRT - 2022]

தீர்வு: பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு எண். 3.14(ii)

6. $7+\sqrt{3}$ மற்றும் $7-\sqrt{3}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு ஒன்றினை அமைக்கவும். [FRT - 2022]]

தீர்வு:

$$\alpha+\beta = (7+\sqrt{3})+(7-\sqrt{3}) = 14$$
$$\alpha\beta = (7+\sqrt{3})(7-\sqrt{3})$$
$$= 49-3 = 46$$

இருபடிச்சமன்பாடு $= x^2-(\alpha+\beta)x = \alpha\beta$

$$\therefore x^2-14x+46 = 0$$

7. பின்வரும் கோவைகளின் விலக்கப்பட்ட மதிப்பு காண்க $\frac{7p+2}{8p^2+13p+5}$. [மே - 2022]

தீர்வு: பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு எண். 3.14 (ii)

8. $P=\frac{x}{x+y}, Q=\frac{y}{x+y}$, எனில் $\frac{1}{P^2-Q^2}$ காண்க.

தீர்வு: நமக்கு கொடுக்கப்பட்டது $P=\frac{x}{x+y}$, [மே - 2022]

மற்றும் $y=\frac{y}{x+y}$, எனவே கண்டுபிடிக்க $\frac{1}{P^2-Q^2}$

$$\frac{1}{P^2-Q^2} = \frac{1}{\left(\frac{x}{x+y}\right)^2-\left(\frac{y}{x+y}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\frac{x^2}{(x+y)^2}-\frac{y^2}{(x+y)^2}} = \frac{1}{\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}} = \frac{1}{\frac{(x-y)(x+y)}{(x+y)^2}}$$

$$= \frac{(x+y)(x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{(x+y)}{(x-y)}$$

9. x-ன் மதிப்பைக் காண்க. $x^2-4x-12$. [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு:

$$\begin{aligned} x^2-4x-12 &= 0 \\ x^2-6x+2x-12 &= 0 \\ x(x-6)+2(x-6) &= 0 \\ \Rightarrow (x+2)(x-6) &= 0 \\ \Rightarrow x &= -2;\ x=6 \end{aligned}$$

10. பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையைக் காண்க. $2x^2-x-1=0$. [ஏப்ரல் - 2023]

தீர்வு: $2x^2-x-1=0$

இங்கு $a=2, b=-1, c=-1$

தன்மைகாட்டி, $\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = (-1)^2-4(2)(-1) = (1)+8 = 9$

இங்கு, $\Delta = 9 > 0$. எனவே, சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமில்லை.

5 மதிப்பெண்கள்

1. $2x^2-x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் $\alpha^2\beta$, $\beta^2\alpha$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க. [அ.மா.வி - 2019]

தீர்வு:

$$2x^2-x-1 = x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2} = 0$$

$$\alpha+\beta = \frac{1}{2},\ \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha^2\beta+\beta^2\alpha = \alpha\beta(\alpha+\beta) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$$

$$\alpha^2\beta\times\beta^2\alpha = \alpha^3\beta^3 = (\alpha\beta)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$$

∴ தேவையான சமன்பாடு

$$\Rightarrow x^2-\left(-\frac{1}{4}\right)x-\frac{1}{8} = 0. \Rightarrow 8x^2+2x-1=0$$

2. வர்க்கங்களின் கூடுதல் 365 வரக்கூடிய அடுத்தடுத்த மிகை முழுக்கள் இரண்டினைக் காண்க. [அ.மா.வி - 2019]

தீர்வு:

$$\begin{aligned} x^2+(x+1)^2 &= 365 \\ x^2+x^2+2x+1 &= 365 \\ 2x^2+2x-364 &= 0 \\ x^2+x-182 &= 0 \\ (x+14)(x-13) &= 0 \\ x &= -14,\ x = 13 \end{aligned}$$

∴ அந்த இரண்டு எண்கள் 13 மற்றும் 14.

3. $\frac{x^2}{y^2}-10\frac{x}{y}+27-10\frac{y}{x}+\frac{y^2}{x^2}$ என்ற கோவையின் வர்க்கமூலம் காண்க. [Qy. -2019; செப் - 2020]

தீர்வு:

$$\frac{x}{y}-5+\frac{y}{x}$$

$\frac{x}{y}$	$\frac{x^2}{y^2}-10\frac{x}{y}+27-10\frac{y}{x}+\frac{y^2}{x^2}$ (–) $\frac{x^2}{y^2}$
$2\frac{x}{y}-5$	$-10\frac{x}{y}+27$ (+) (–) $-10\frac{x}{y}+25$
$2\frac{x}{y}-10+\frac{y}{x}$	$2-10\frac{y}{x}+\frac{y^2}{x^2}$ (–)(+) (–) $2-10\frac{y}{x}+\frac{y^2}{x^2}$
	0

$$\therefore \sqrt{\frac{x^2}{y^2}-10\frac{x}{y}+27-10\frac{y}{x}+\frac{y^2}{x^2}} = \left|\frac{x}{y}-5+\frac{y}{x}\right|$$

4. தீர்க்க : $6x+2y-5z=13$; $3x+3y-2z=13$; $7x+5y-3z=26$. [செப்.- 2020]

தீர்வு:

$$\begin{aligned} 6x+2y-5z &= 13 \quad ...(1) \\ 3x+3y-2z &= 13 \quad ...(2) \\ 7x+5y-3z &= 26 \quad ...(3) \end{aligned}$$

(1) மற்றும் (2)ஐக் கூட்ட,

$$\begin{aligned} 6x+2y-5z &= 13 \\ \Rightarrow (2)\times 2 \Rightarrow 6x+6y-4z &= 26 \\ (-)\ (-)\ (+) &\ \ (-) \\ \hline -4y-z &= -13 \end{aligned}$$

$$4y + z = 13$$
$$z = 13 - 4y$$

(2) மற்றும் (3) சமன்பாட்டினை கூட்ட

$$3x + 3y - 2z = 13 \times (7)$$
$$7x + 5y - 3z = 26 \times 3$$
$$21x + 21y - 14z = 91$$
$$21x + 15y - 9z = 78$$
$$(-)\quad(-)\quad(+)\quad(-)$$
$$6y - 5z = 13 \quad \ldots(6)$$

(5) வது சமன்பாட்டினை கழிக்க

$$6y - 5z = 13$$
$$\Rightarrow 6y - 5(13 - 4y) = 13$$
$$\Rightarrow 6y + 65 - 20y = 13$$
$$26y - 65y = 13$$
$$26y = 13 + 65$$
$$26y = 78$$
$$\therefore y = \frac{78}{26} \quad \boxed{\therefore y = 3}$$

(5) லிருந்து

$$z = 13 - 4y$$
$$z = 13 - 4(3) = 13 - 12$$
$$\boxed{\therefore z = 1}$$

(2) லிருந்து

$$3x + 3(3) - 2(1) = 13$$
$$\Rightarrow 3x + 9 - 2 = 13 \Rightarrow 3x + 7 = 13$$
$$\Rightarrow 3x = 13 - 7 \Rightarrow 3x = 6$$
$$\Rightarrow x = \frac{6}{3} \quad \boxed{\therefore x = 2}$$

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^TA^T$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு: இடப்பக்கம் $= (AB)^T$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}_{2\times3} \times \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times2}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-2+0 & -1+8+2 \\ 4+1+0 & -2-4+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 9 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 0 & 9 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \quad \ldots(1)$$

வலப்பக்கம் $= (B^T A^T)$

$$B^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}_{2\times3} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}_{3\times2}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-2+0 & 4+1+0 \\ -1+8+2 & -2-4+2 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \quad \ldots(2)$$

(1), (2) -லிருந்து $(AB)^T = B^TA^T$.

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. $5x^2 - 6x - 2 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டை வர்க்கப்படுத்தி முறையில் தீர்க்க. **[Qy. - 2019]**

தீர்வு:
$$x^2 - 2\left(\frac{3}{5}\right)x = \quad x^2 - 2\left(\frac{3}{5}\right)x + \frac{9}{25} = \frac{9}{25} + \frac{2}{5}$$

$$\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{19}{25} \Rightarrow x - \frac{3}{5} = \pm\frac{\sqrt{19}}{5}$$

$$x = \frac{3+\sqrt{19}}{5}\ ;\ x = \frac{3-\sqrt{19}}{5}$$

7. $64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$ என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க. **[செப். - 2021]**

தீர்வு:

	$8x^2 - z + 1$	
$8x^2$	$64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$	
	$64x^4$	(–)
$16x^2 - x$	$-16x^3 + 17x^2$	
	$-16x^3 + x^2$	(–)
$16x^2 - 2x + 1$	$16x^2 - 2x + 1$	
	$16x^2 - 2x + 1$	(–)
	0	

எனவே, $\sqrt{64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1}$
$= |8x^2 - x + 1|$

8. சமன்பாடு $(1 + m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$ –ன் மூலங்கள் சமம் எனில் $c^2 = a^2(1 + m^2)$ என நிறுவுக. **[செப். - 2021]**

தீர்வு: இங்கு மூலங்கள் சமம் எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

ஆகவே $b^2 - 4ac = 0$

$$\Rightarrow (2mc)^2 - 4(1 + m^2)(c^2 - a^2) = 0$$
$$4m^2c^2 - 4c^2 + 4a^2 - 4m^2c^2 + 4a^2m^2 = 0$$
$$4a^2 + 4a^2m^2 = 4c^2$$
$$4a^2(1 + m^2) = 4c^2 \Rightarrow c^2 = a^2(1 + m^2)$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

9. தீர்க்க : $pqx^2 - (p + q)^2x + (p + q)^2 = 0$.

தீர்வு: பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 3.35 **[மே - 2022]**

10. சூத்திர முறையில் $x^2 + 2x - 2 = 0$ -ஐத் தீர்க்கவும்.

தீர்வு: பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 3.32 **[ஆகஸ்ட் - 2022]**

11. $3x-2y+z=2$, $2x+3y-z=5$, $x+y+z=6$ என்ற மூன்று மாறிகளில் அமைந்த நேரிய சமன்பாட்டு தொகுப்பினைத் தீர்க்க. [ஜூன் - 2023]

தீர்வு: பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 3.3

12. $x^2(p^2+q^2)+2x(pr+qs)+r^2+s^2=0$ எனும் சமன்பாட்டிற்கு மெய் மூலங்கள் இல்லை எனக் காட்டுக. மேலும் $ps = qr$ எனில், மூலங்கள் மெய்யானவை மற்றும் சமம் என நிறுவுக. [Qy. - 2023]

தீர்வு: பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 3.42

13. $(x+2)$ மற்றும் $(x-2)$ இன் கூட்டுத்தொகை $4x+7$இன் 6 மடங்குக்கு சமம் எனில் x-ன் மதிப்பைக் கண்டறியவும். [Qy. - 2023]

தீர்வு:

$$\frac{1}{(x+2)}+\frac{1}{(x-2)}=6\left(\frac{1}{4x+7}\right)$$

$$\frac{(x+2)+(x-2)}{(x+2)(x-2)}=\frac{6}{4x+7}$$

$$\frac{2x}{x^2-4}=\frac{6}{4x+7}$$

சமன்பாட்டை பெருக்கும் போது நமக்கு கிடைப்பது

$$2x(4x+7) = x^2-4(6)$$

$$8x^2+14x = 6x^2-24=0$$

$$8x^2-6x^2+14x+24 = 0$$

$$2x^2+14x+24 = 0$$

$$2(x^2+7x+12) = 0$$

$$x^2+7x+12 = 0$$

சமன்பாட்டை காரணிப்படுத்த நமக்கு கிடைப்பது

$$x^2+3x+4x+12 = 0$$

$$x(x+3)+4(x+3) = 0$$

$$(x+3)(x+4) = 0$$

$$x = -3, x=-4$$

14. சுருக்குக. $\frac{1}{x^2-5x+6}+\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-8x+15}$ [Hy. - 2023]

தீர்வு: பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 3.18

8 மதிப்பெண்கள்

1. $x^2-8x+16=0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைந்து தீர்வின் தன்மையைக் கூறுக. [செப். - 2020]

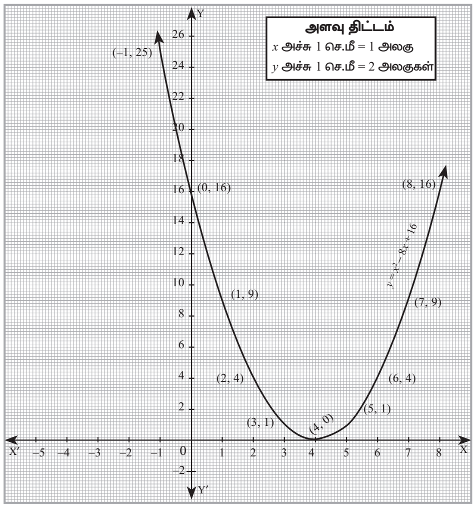
தீர்வு: படி 1 : $y=x^2-8x+16$ என்ற சமன்பாட்டின் மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துக.

x	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16

படி 2: (x, y) என்ற வரிசை சோடி உடைய புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறிக்கவும்.

படி 3: பரவளையம் வரைந்து அது X–அச்சை வெட்டும் புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.

படி 4: பரவளையம் X–அச்சை $(4,0)$ என்ற புள்ளியில் வெட்டுகிறது. இப்புள்ளியின் x ஆயத்தொலைவு 4.



X – அச்சை ஒரே புள்ளியில் வெட்டுவதால் $x^2-8x+16=0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு மெய் மற்றும் சமமான தீர்வுகள் உண்டு

2. $x^2+x-12=0$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைந்து, தீர்வின் தன்மையைக் கூறுக.

தீர்வு: $x^2+x-12=0$ [செப். - 2021]

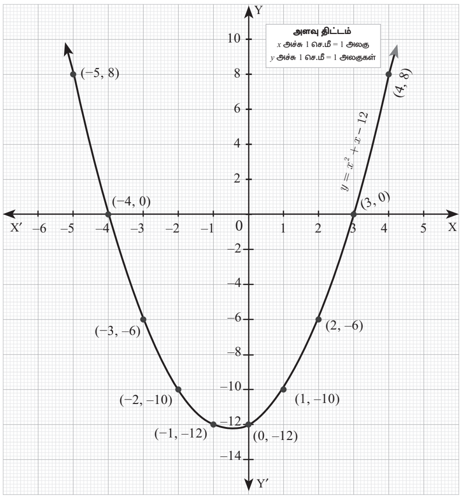
படி 1 : $y = x^2+x-12$ என்ற சமன்பாட்டின் மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துக.

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	8	0	–6	–10	–12	–12	–10	–6	0	8

படி 2: (x, y) என்ற வரிசை சோடி உடைய புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறிக்கவும்.

படி 3: பரவளையம் வரைந்து அது X–அச்சை வெட்டும் புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.

படி 4: பரவளையம் X–அச்சை (–4, 0) மற்றும் (3, 0) என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. இப்புள்ளிகளின் x ஆயத்தொலைவு –4 மற்றும் 3 ஆகும்.



இங்கு $x^2 + z - 12 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாடு X–அச்சை இருவேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. எனவே, இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் இரு சமமற்ற மெய்யெண்களாக இருக்கும்.

3. $x^2 - 8x + 16 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைந்து, தீர்வின் தன்மையைக் கூறுக. **[FRT - 2022]**

தீர்வு: பார்க்க புத்தக எடுத்துக்காட்டு எண். 3.51 (ii)

4. $y = x^2 - 4x + 3$ -யின் வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $x^2 - 6x + 9 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும். **[மே & ஆகஸ்ட் 2022]**

தீர்வு: பார்க்க புத்தக எடுத்துக்காட்டு எண். 3.55

5. வர்ஷிகா வெவ்வேறு அளவுகளில் 6 வட்டங்களை வரைந்தாள். அட்டவணையில் உள்ளவாறு, ஒவ்வொரு வட்டத்தின் விட்டத்திற்கும், அதன் சுற்றளவிற்கும் உள்ள தோராயத் தொடர்புக்கு ஒரு வரைபடம் வரையவும். அதனை பயன்படுத்தி விட்டமானது 6 செ.மீ ஆக இருக்கும் போது வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காண்க. **[ஏப்ரல் - 2023]**

விட்டம் (x) செ.மீ	1	2	3	4	5
சுற்றளவு (y) செ.மீ	3.1	6.2	9.3	12.4	15.5

தீர்வு: பார்க்க புத்தக எடுத்துக்காட்டு எண். 3.47

7. $x^2 - 8x + 16 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் தன்மையை வரைபடம் மூலம் ஆராய்க. **[Hy. - 2023]**

தீர்வு: பார்க்க புத்தக எடுத்துக்காட்டு எண். 3.51 (ii)

ஒரு பேருந்து 50 கி.மீ / மணி என்ற சீரான வேகத்தில் பயணிக்கிறது. இத்தொடர்புக்கான தூரம் – நேரம் வரைபடம் வரைந்து, பின்வருவனவற்றைக் காண்க. (i) விகிதசம மாறிலியைக் காண்க. (ii) 90 நிமிடங்களில் பயணிக்கும் தூரம் எவ்வளவு? (iii) 300 கி.மீ தூரத்தை பயணிக்க எவ்வளவு நேரம் ஆகும்? **[Qy. - 2023]**

தீர்வு: பார்க்க புத்தக எடுத்துக்காட்டு எண். 3.48

கூடுதல் வினா - விடை

1. பின்வரும் 3 மாறிகளில் அமைந்த நேரியல் சமன்பாடுகளின் தீர்வு காண்.

$x + y + z = 6;\ 2x + 3y + 4z = 20;$

$3x + 2y + 5z = 22$

தீர்வு:

$x + y + z = 6 \quad ...(1)$

$2x + 3y + 4z = 20 \quad ...(2)$

$3x + 2y + 5z = 22 \quad ...(3)$

$(1) \times (3) \Rightarrow 2x + 2y + 2z = 12$

$(3) \Rightarrow 2x + 3y + 4z = 20$

$\quad (-)\ (-)\ (-)\ (-)$

$-y - 2z = -8 \quad ...(4)$

$(1) + (3) \Rightarrow 3x + 3y + 2z = 18$

$(3) \Rightarrow 3x + 2y + 5z = 22$

$\quad (-)\ (-)\ (-)\ (-)$

$y - 2z = -4 \quad ...(5)$

$(4) + (5) \Rightarrow -y - 2z = -8$

$\Rightarrow y - 2z = -4$

$-4z = -12 \Rightarrow z = 3$

$z = 3$ என (5) ல் பிரதியிட $\Rightarrow y - 2(3) = -4$

$y = 2$

$y = 2, z = 3$ என (1) ல் பிரதியிட கிடைப்பது

$x + 2 + 3 = 6$

$x = 1$

$x = 1, y = 2, z = 3$

2. இருபடி சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் சமன்பாடுகளை தீர்க்க.

(i) $p^2x^2 + (p^2 - q^2)x - q^2 = 0$

(ii) $9x^2 - 9(a + b)x + (2a^2 + 5ab + 2b^2) = 0$

தீர்வு: (i) $p^2x^2 + (p^2 - q^2)x - q^2 = 0$ இதை

$ax^2 + bx + c = 0$

உடன் ஒப்பிட, கிடைப்பது

$a = p^2$

$b = p^2 - q^2$

$c = -q^2$

$\Delta = b^2 - 4ac = (p^2 - q^2) - 4 \times p^2 \times -q^2$

$= (p^2 - q^2)^2 + 4p^2q^2 = (p^2 + q^2)^2 > 0$

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டிற்கு மெய்யெண் தீர்வுகள் உண்டு.

$$\alpha = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(p^2 - q^2) + (p^2 + q^2)}{2p^2} = \frac{q^2}{p^2}$$

$$\beta = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(p^2 - q^2) - (p^2 + q^2)}{2p^2} = -1$$

(ii) $9x^2 - 9(a+b)x + (2a^2 + 5ab + 2b^2) = 0$ இதை

$ax^2 + bx + c = 0$ உடன் ஒப்பிட.

$a = 9$

$b = -9(a+b)$

$c = (2a^2 + 5ab + 2b^2)$

$\therefore \Delta = B^2 - 4AC$

$\Rightarrow 81(a+b)^2 - 36(2a^2 + 5ab + 2b^2)$

$\Rightarrow 9a^2 + 9b^2 - 18ab \Rightarrow 9(a-b)^2 > 0$

$\therefore$ மூலங்களின் மெய் மற்றும் அவைகள்

$$\alpha = \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{9(a+b)+3(a-b)}{18}$$

$$= \frac{12a+6b}{18} = \frac{2a+b}{3}$$

$$\beta = \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{9(a+b)-3(a-b)}{18}$$

$$= \frac{6a+12b}{18} = \frac{a+2b}{3}$$

3. மூலங்கள் சமமெனில் கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டில் k -யின் மதிப்பை காண்க.

$(k-12)x^2 + 2(k-12)x + 2 = 0$

தீர்வு: $\underset{a}{(k-12)}x^2 + \underset{b}{2(k-12)}x + \underset{c}{2} = 0$

$\Delta^2 = b^2 - 4ac = (2(k-12))^2 - 4(k-12)(2)$

$= 4(k-12)[(k-12)-2] = 4(k-12)(k-14)$

$\Delta = 0$ ஏனெனில் மூலங்கள் சமமானவை

$\Rightarrow 4(k-12)(k-14) = 0$

$k - 12 = 0$ அல்லது $k - 14 = 0$

$k = 12, 14$

4. $ad \neq bc$ எனில், சமன்பாட்டிற்கு $x^2(a^2+b^2) + 2x(ac+bd) + (c^2+d^2) = 0$ இதற்கு மெய்யெண் தீர்வு இல்லை என நிரூபி.

தீர்வு: $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Rightarrow 4(ac+bd)^2 - 4(a^2+b^2)(c^2+d^2)$

$\Rightarrow 4[(ac+bd)^2 - (a^2+b^2)(c^2+d^2)]$

$\Rightarrow 4(a^2c^2 + b^2d^2 + 2acbd - a^2c^2b^2c^2 - a^2d^2 - b^2d^2]$

$\Rightarrow 4[2acbd - a^2d^2 - b^2c^2]$

$\Rightarrow 4[a^2d^2 + b^2c^2 - 2adbc] \Rightarrow -4[ad-bc]^2$

ஆனால் $ad \neq bc$

$\therefore ad - bc \neq 0 \Rightarrow (ad-bc)^2 > 0$

$\Rightarrow -4(ad-bc)^2 < 0 \Rightarrow \Delta < 0$

இதற்கு மெய்யெண் தீர்வு இல்லை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. இரு எண்களின் கூடுதல் 15. அவற்றின் தலைகீழிகளின் கூடுதல் $\frac{3}{10}$ எனில், அந்த எண்களைக் காண்க.

தீர்வு: இரு எண்கள் α, β என்க

அவற்றின் கூடுதல் $s = \alpha + \beta = 15$ ...(1)

அவற்றின் தலைகீழிகளின் கூடுதல்

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{3}{10} \quad ...(2)$$

$$\frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta} = \frac{3}{10}$$

$$10(\alpha+\beta) = 3\alpha\beta \quad ...(3)$$

$$3\alpha\beta = 10 \times 15 = 150$$

மூலங்களின் பெருக்கல் பயன் $\alpha\beta = \frac{150}{3} = 50$ ...(4)

$\therefore$ (1) மற்றும் (4) லிருந்து

$x^2 - 15x + 50 = 0$

$(x-10)(x-5) = 0 \Rightarrow x = 10, 5$

$\therefore$ அந்த எண்கள் 10, 5.

6. ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் பெருக்கற்பலன் 12 இதனுடன் 36ஐக் கூட்டினால் அந்த எண்ணானது இலக்கங்கள் இடமாறி கிடைக்கிறது எனில் அந்த எண்ணைக் காண்.

தீர்வு: அந்த எண்ணின் பத்தாம் இட இலக்கம் $= x$ என்க.

இலக்கங்களின் பெருக்கற் பலன் $= 12$

ஒன்றுக்கான இலக்கம் $= \frac{12}{x}$

அந்த எண் $= 10x + \frac{12}{x}$

இந்த எண்ணுடன் 36 ஐக் கூட்டினால் இலக்கங்கள் இடமாறுகின்றன.

$$\therefore \quad 10x + \frac{12}{x} + 36 = 10 \times \frac{12}{x} + x$$

$$\Rightarrow 10x + \frac{12}{x} + 36 = \frac{120}{x} + x$$

$$\Rightarrow 9x - \frac{108}{x} + 36 = 0 \Rightarrow 9x^2 - 108 + 36x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-2) = 0$$

$(\because (x+6) \neq 0$ ஏனெனில் $x > 0)$

$x = -6, 2.$

பத்தாம் இட இலக்கம் குறை எண்ணாக இருக்க முடியாது. ஆகையால் $x = 2$.

அந்த எண் $10 \times 2 + \frac{12}{2} = 26$

7. ஏழு வருடங்களுக்கு முன்பு வருணின் வயது சுவாதி வயதின் வர்க்கத்தைப் போல் 5 மடங்கு. 3 வருடங்களுக்குப் பின் சுவாதியின் வயது வருணின் வயதில் ஐந்தில் இரு பங்கு எனில் அவர்களின் தற்போதைய வயதைக் காண்.

தீர்வு: ஏழு வருடங்களுக்கு முன்பு சுவாதியின் வயது $= x$ ஆண்டுகள் என்க.

வருணின் வயது $5x^2$ ஆண்டுகள் என்க.

சுவாதியின் தற்போதைய வயது $= x + 7$ ஆண்டுகள்

வருணின் தற்போதைய வயது $= (5x^2 + 7)$ ஆண்டுகள்

3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு

சுவாதியின் வயது $= x + 7 + 3$ ஆண்டுகள்

$= x + 10$ ஆண்டுகள்

வருணின் வயது $= 5x^2 + 7 + 3$ ஆண்டுகள்

$= 5x^2 + 10$ ஆண்டுகள்

3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு சுவாதியின் வயது $= \frac{2}{5}$ வருணின் வயது.

$$\therefore\ x + 10 = \frac{2}{5}(5x^2 + 10)$$

$$\Rightarrow\ x + 10 = 2x^2 + 4$$

$$\Rightarrow\ 2x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow\ 2x(x-2) + 3(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow\ (2x+3)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow\ x - 2 = 0$$

$\Rightarrow x = 2$ ($\because 2x + 3 \neq 0$ ஏனெனில் $x > 0$)

சுவாதியின் தற்போதைய வயது

$= (2 + 7)$ ஆண்டுகள்

$= 9$ ஆண்டுகள்

வருணின் தற்போதைய வயது

$= (5 \times 2^2 + 7)$ ஆண்டுகள்

$= 27$ ஆண்டுகள்

8. ஒரு சதுரங்க அட்டையில் 64 சம அளவுள்ள சதுரங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு சதுரத்தின் பரப்பு 6.25 செ.மீ². அந்த அட்டையைச் சுற்றி 2 செ.மீ அகலத்தில் ஓரம் வர்ணம் பூசப்பட்டுள்ளது எனில் சதுரங்க அட்டையின் ஒரு பக்க அளவைக் காண்.

தீர்வு: சதுரங்க அட்டையின் ஒரு பக்க அளவு x என்க

64 சதுரங்களின் பரப்பு $= (x-4)^2$

$$(x-4)^2 = 64 \times 6.25$$

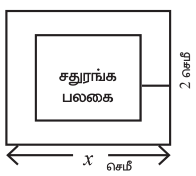
$$\Rightarrow\ x^2 - 8x + 16 = 400$$

$$\Rightarrow\ x^2 - 8x - 384 = 0$$

$$\Rightarrow\ x^2 - 24x + 16x - 384 = 0$$

$$\Rightarrow\ (x-24)(x+16) = 0$$

$\Rightarrow\ x = 24$ செ.மீ.



9. இரு அடுத்தடுத்த இயல் எண்களின் பெருக்கற்பலன் 20 எனில், அந்த எண்களைக் காண்.

தீர்வு: ஒரு இயல் எண் $= x$ என்க.

அடுத்த எண் $= x + 1$

$$x(x+1) = 20$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$(x+5)(x-4) = 0$$

$$x = -5, 4$$

$$\therefore\ x = 4$$

($\because x \neq -5$, x ஓர் இயல் எண்)

அடுத்த எண் $= 4 + 1 = 5$

அந்த எண்கள் $=$ 4, 5.

10. ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் பெருக்கற்பலன் 18. அந்த எண்ணிலிருந்து 63 ஐக் கழிப்பதால் அந்த எண்ணின் இலக்கங்கள் இடம் மாறுகின்றன எனில் அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு: ஒரு எண்ணின் பத்தாம் இட இலக்கம் $= x$ என்க

அதன் ஒன்றாம் இட இலக்கம் $= \frac{18}{x}$

$\therefore$ அந்த எண் $= 10x + \frac{18}{x}$

இலக்கங்கள் இடம் மாறுவதால் கிடைக்கும் எண்

$= 10 \times \frac{18}{x} + x$

$$\therefore \left(10x + \frac{18}{x}\right) - \left(10 \times \frac{18}{x} + x\right) = 63$$

$$\Rightarrow\ 10x + \frac{18}{x} - \frac{180}{x} - x = 0$$

$$\Rightarrow\ 9x - \frac{162}{x} - 63 = 0$$

$$\Rightarrow\ 9x^2 - 63x - 162 = 0$$

$$\Rightarrow\ x^2 - 7x - 18 = 0$$

$\Rightarrow (x-9)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 9, -2$

10 இட இலக்கம் குறை எண்ணாக இருக்க முடியாது $x = 9$.

அந்த எண் $= 10 \times 9 + \frac{18}{9} = 92$.

அலகுத் தேர்வு

நேரம் : 45 நிமிடங்கள் **மதிப்பெண்கள் : 45**

பிரிவு – அ (5 × 1 = 5)

1. மூன்று மாறிகளில் அமைந்த மூன்று நேரியல் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பிற்கு தீர்வுகள் இல்லையெனில், அத்தொகுப்பில் உள்ள தளங்கள்.

(அ) ஒரே ஒரு புள்ளியில் வெட்டுகின்றன

(ஆ) ஒரே ஒரு கோட்டில் வெட்டுகின்றன

(இ) ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருந்தும்

(ஈ) ஒன்றையொன்று வெட்டாது

2. $(2x-1)^2 = 9$ -யின் தீர்வு

(அ) -1 (ஆ) 2

(இ) $-1, 2$ (ஈ) இதில் எதுவுமில்லை

3. நிரல்கள் மற்றும் நிரைகள் சம எண்ணிக்கையில்லாத அணி

(அ) மூலைவிட்ட அணி (ஆ) செவ்வக அணி

(இ) சதுர அணி (ஈ) அலகு அணி

4. ஒரு நிரல் அணியின், நிரை நிரல் மாற்று அணி

(அ) அலகு அணி (ஆ) மூலைவிட்ட அணி

(இ) நிரல் அணி (ஈ) நிரை அணி

5. $x^2 - 2x - 24$ மற்றும் $x^2 - kx - 6$ -ன் மீ.பெ.வ $(x-6)$ எனில், k -ன் மதிப்பு

(அ) 3 (ஆ) 5 (இ) 6 (ஈ) 8

பிரிவு – ஆ (7 × 2 = 14)

1. ஐந்து, பத்து மற்றும் 20 ரூபாய் நோட்டுகளின் மொத்த மதிப்பு ₹105 மற்றும் மொத்த நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை 12 முதல் இரண்டு வகை நோட்டுகளின் எண்ணிக்கையை இடமாற்றம் செய்தால் முந்தைய மதிப்பை விட ₹20 அதிகரிக்கிறது எனில், எத்தனை ஐந்து பத்து மற்றும் இருபது நோட்டுகள் உள்ளன?

2. $p(x) = x^2 - 5x - 14$ என்ற பல்லுருப்புக் கோவையை $q(x)$ என்ற பல்லுருப்புக் கோவையால் வகுக்க $\frac{x-7}{x+2}$ எனும் விடை கிடைக்கிறது எனில் $q(x)$ -ஐக் காண்க.

3. இனியா 50 கி.கி எடையுள்ள ஆப்பிள்கள் மற்றும் வாழைப்பழங்கள் வாங்கினார். ஒரு கிலோகிராமுக்கு ஆப்பிள்களின் விலை வாழைப்பழங்களின் விலையைப் போல இரு மடங்கு ஆகும். வாங்கப்பட்ட ஆப்பிள்களின் விலை ₹ 1800 மற்றும் வாழைப்பழங்களின் விலை ₹600 எனில், இனியா வாங்கிய இருவகைப் பழங்களின் எடையைக் கிலோகிராமில் காண்க.

4. சாய்வு தளத்தில் t -வினாடிகளில் ஒரு பந்து கடக்கும் தூரம் $d = t^2 - 0.75t$ அடிகளாகும். 11.25 அடி தொலைவைக் கடக்கப் பந்து எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் எவ்வளவு?

5. 12 மீ × 16 மீ அளவுகள் கொண்ட ஒரு செவ்வக வடிவ பூங்காவைச் சுற்றி 'w' மீட்டர் அகலமுள்ள நடைபாதை அமைக்கப்படும் போது, அதன் மொத்தப் பரப்பு 285 சதுர மீட்டராக அதிகரிக்கிறது. நடைபாதையின் அகலத்தை கணக்கிடுக.

6. கீழ்க்கண்ட ஒவ்வொரு சோடி பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.சி.ம காண்க.

(i) $a^2 + 4a - 12, a^2 - 5a + 6$ இவற்றின் மீ.பெ.வ $a - 2$

7. பின்வருவனவற்றின் வர்க்கமூலம் காண்க.

$$\frac{400x^4y^{12}z^{16}}{100x^8y^4z^4}$$

பிரிவு – இ (2 × 5 = 10)

1. வகுத்தல் முறையில் பின்வரும் பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் வர்க்க மூலம் காண்க.

(i) $x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9$

(ii) $37x^2 - 28x^3 + 4x^4 + 42x + 9$

(iii) $16x^4 + 8x^2 + 1$

(iv) $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$

2. பின்வருவனவற்றில் முறையே $f(x)$ மற்றும் $g(x)$ ஆகியவற்றின் மீ.பெ.வ மற்றும் மீ.சி.ம காண்க மேலும் $f(x) \times g(x) =$ (மீ.சி.ம) × (மீ.பெ.வ) என்பதைச் சரிபார்க்க.

(i) $21x^2y, 35xy^2$ (ii) $(x^3-1)(x+1), x^3+1$

(ii) $(x^3-1)(x+1), (x^3-1)$

(iii) $(x^2y + xy^2), (x^2 + xy)$.

பிரிவு – ஈ (2 × 8 = 16)

1. $y = x^2 - 4$ வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 - x - 12 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

2. $y = x^2 + x$ -யின் வரைபடம் வரைந்து, $x^2 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

விடைகள்

பிரிவு – அ

1. (ஈ) ஒன்றையொன்று வெட்டாது
2. (இ) $-1, 2$
3. (ஆ) செவ்வக அணி
4. (ஈ) நிரை அணி
5. (ஆ) 5

பிரிவு – ஆ

1. பார்க்க : பயிற்சி எண் 3.1, வினா எண்.5
2. பார்க்க : பயிற்சி எண் 3.5, வினா எண்.5
3. பார்க்க : பயிற்சி எண் 3.6, வினா எண்.8
4. பார்க்க : பயிற்சி எண் 3.11 வினா எண்.3
5. பார்க்க : பயிற்சி எண் 3.12 வினா எண்.2
6. பார்க்க : பயிற்சி எண் 3.3 வினா எண்.2 (i)
7. பார்க்க : பயிற்சி எண் 3.7 வினா எண்.1(i)

பிரிவு – இ

1. பார்க்க : பயிற்சி எண் 3.8, வினா எண்.1
2. பார்க்க : பயிற்சி எண் 3.3 வினா எண்.1

பிரிவு – ஈ

1. பார்க்க : பயிற்சி எண் 3.15, வினா எண்.2
2. பார்க்க : பயிற்சி எண் 3.15 வினா எண்.3

4 வடிவியல்

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- **பிதாகரஸ் தேற்றத்தின் கூற்று:**

  ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

- **வடிவொத்தவைக்கான AA விதிமுறை**

  ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களுக்குச் சமமானால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் வடிவொத்தவை ஆகும். ஏனெனில் இரு முக்கோணங்களிலும் மூன்றாவது கோணம் சமமாக இருக்கும்.

- **வடிவொத்தவைக்கான SAS விதிமுறை**

  ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் மற்றொரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்திற்கு சமமாகவும், அவை உள்ளிட்ட பக்கங்களும் விகித சமமாக இருந்தால் அவ்விரண்டு முக்கோணங்களும் வடிவொத்தவை ஆகும்.

சாயுயரம் (l) $= \sqrt{r_1^2 + h^2} = \sqrt{36^2 + 24^2}$

$= \sqrt{1296 + 576} = \sqrt{1872}$

$= \sqrt{12 \times 12 \times 13} = 12\sqrt{13}$

4. 6 செ.மீ ஆரம் மற்றும் 15 செ.மீ உயரம் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவப் பாத்திரத்தில் முழுவதுமாக பனிக்கூழ் உள்ளது. அந்தப் பனிக்கூழானது, கூம்பு மற்றும் அரைக்கோளம் இணைந்த வடிவத்தில் நிரப்பப்படுகிறது. கூம்பின் உயரம் 9 செ .மீ மற்றும் ஆரம் 3 செ .மீ எனில், பாத்திரத்தில் உள்ள பனிக்கூழை நிரப்ப எத்தனைக் கூம்புகள் தேவை? [பிடிஏ - 5 & 6]

தீர்வு : h மற்றும் r என்பன முறையே உருளையின் உயரம் மற்றும் ஆரம் என்க. இங்கு, $h = 15$ செ .மீ, $r = 6$ செ .மீ

உருளையின் கனஅளவு $V = \pi r^2 h$ க. அ

$$= \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 15$$

$r_1 = 3$ செ.மீ மற்றும் $h_1 = 9$ செ.மீ என்பன கூம்பின் ஆரம் மற்றும் உயரம் ஆகும்.

$r_1 = 3$ செ.மீ என்பது அரைக்கோளத்தின் ஆரம் ஆகும்

பனிக்கூழ்க் கூம்பின் கனஅளவு = கூம்பின் கன அளவு + அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு

$$= \frac{1}{3}\pi_1^2 h_1 + \frac{2}{3}\pi r_1^3$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 9 + \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 3$$

ஒரு பனிக்கூழ்க் கூம்பின கனஅளவு $= \frac{22}{7} \times 45$

எனவே, தேவையான கூம்புகளின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{\text{உருளையின் கனஅளவு}}{\text{ஒரு பனிக்கூழ்க் கூம்பின் கனஅளவு}}$$

$$= \frac{\frac{27}{7} \times 6 \times 6 \times 15}{\frac{22}{7} \times 45} = 12$$

∴ தேவையான கூம்புகளின் எண்ணிக்கை = 12.

5. 3 மீ விட்டமும் 14 மீ ஆரமுள்ள ஒரு கிணறு உருளை வடிவில் வெட்டப்படுகிறது. அவ்வாறு வெட்டும் போது தோண்டியெடுக்கப்பட்ட மண் 4 மீ அகலமுள்ள வட்ட வடிவமாக சீராக பரப்பப்பட்டு ஒரு மேடை அமைக்கப்பட்டால் அம்மேடையின் உயரத்தைக் காண்க. [பிடிஏ - 5]

தீர்வு : மண்ணின் கன அளவு $= \pi r^2 h = \pi\left(\frac{3}{2}\right)^2 14$

மண்ணின் கன அளவு = சுற்று சுவரின் கன அளவு

$$\pi\left(\frac{3}{2}\right)^2 14 = \pi\left(\left(\frac{3}{2}+4\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right)h$$

$$\frac{9}{4} \times 14 = \left(\frac{121}{4} - \frac{9}{4}\right)h$$

$$\frac{9}{4} \times 14 = \frac{112}{4} 4$$

$$h = \frac{9 \times 14}{112} = 1.125 \text{ மீ}$$

குறிப்பு

$$\begin{array}{r} 1.125 \\ 8\overline{)\,9\,} \\ 8 \\ \hline 10 \\ 8 \\ \hline 20 \\ 16 \\ \hline 40 \\ 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

6. ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்டத்தின் சாயுயரம் 10 செ.மீ ஆகும். அதன் மேற்புற, கீழ்ப்புற வட்டப்பகுதிகளின் சுற்றளவு 28 செ.மீ, 18 செ.மீ எனில் அதன் வளைபரப்பைக் காண்க? [பிடிஏ - 6]

தீர்வு : $l = 10$ செ.மீ, $2\pi R = 28$ செ.மீ, $2\pi r = 18$ செ.மீ, TR = 14 செ.மீ, $\pi r = 9$ செ.மீ,

இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு $= (\pi R + \pi r)l$

$= (14 + 9)\, 10 = 230$ செ.மீ^{2}

அரசு தேர்வு வினா - விடை

1 மதிப்பெண்

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்.

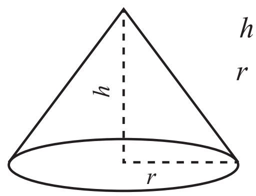
1. 24 செ.மீ. உயரமும், 6 செ.மீ ஆரமும் உடைய களிமண்ணினால் செய்யப்பட்ட ஒரு கூம்பினை ஒரு சிறுமி கோளமாக மாற்றினால், கோளத்தின் ஆரம் : [செப் - 2020]

(அ) 24 செ.மீ. (ஆ) 12 செ.மீ.

(இ) 6 செ.மீ. (ஈ) 48 செ.மீ.

[விடை: (இ) 6 செ.மீ]

குறிப்பு :



$h = 24$ செ.மீ

$r = 6$ செ.மீ

கோளத்தின் ஆரம் R என்க.

கோளத்தின் கன அளவு = கூம்பின் கன அளவு

$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow 4R^3 = (6)^2 (24)$

$\Rightarrow R^3 = \frac{6 \times 6 \times 24}{4}$

$\Rightarrow R^3 = 6 \times 6 \times 6 \Rightarrow R^3 = 6^3$

$\Rightarrow R = 6$ செ.மீ.

2. ஆரம் 3 செ.மீ மற்றும் சாயுயரம் 5 செ.மீ உடைய நேர்வட்டக் கூம்பின் உயரம் **[Hy. - 2019]**

(அ) 12 செ.மீ (ஆ) 4 செ.மீ

(இ) 13 செ.மீ (ஈ) 5 செ.மீ

[விடை: (ஆ) 4 செ.மீ]

குறிப்பு : உயரம் $= \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{25-9}$

$= \sqrt{16} = 4$ செ.மீ

3. ஒரு உருளையின் ஆரம் இரு மடங்கானால், உருவாக்கப்பட்ட உருளையின் புதிய கன அளவு கொடுக்கப்பட்ட உருளையின் கனஅளவை விட ________ மடங்காகும். **[மே - 2022]**

(அ) சமம் (ஆ) 3 (இ) 4 (ஈ) 2

[விடை: (இ) 6 செ.மீ]

குறிப்பு : அசல் கன அளவு $= \pi r^2 h$

புதிய கன அளவு $= \pi (2r)^2 h = 4\pi r^2 h$

⇒ புதிய கன அளவு கொடுக்கப்பட்ட உருளையின் கன அளவை விட 4 மடங்காகும்.

2 மதிப்பெண்கள்

1. ஒரு கோள வடிவ வளிக்கூண்டினுள் (balloon) காற்று உந்தப்படும் போது அதன் ஆரம் 12 செ.மீட்டரிலிருந்து 16 செ.மீட்டராக உயருகிறது. இரு புறப்பரப்புகளின் விகிதம் காண்க.

[Hy. - 2019; மே - 2022; Hy. - 2023]

தீர்வு : r_1 மற்றும் r_2 என்பன வளிக்கூண்டுகளின் ஆரங்கள் என்க.

இங்கு, $\frac{r_1}{r_2} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

எனவே, புறப்பரப்புகளின் விகிதம் $= \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$

$= \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

ஆகவே, புறப்பரப்புகளின் விகிதம் 9:16 ஆகும்.

2. 15 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் அலுமினியக் கோளம் உருக்கப்பட்டு 10 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றப்படுகிறது. உருளையின் உயரம் காண்க. **[Hy. - 2019]**

தீர்வு : கோளத்தின் கன அளவு = உருளையின் கன அளவு

$\frac{4\pi}{3} r_1^3 = \pi r_2^2 h$

$\frac{4}{3} \times 15 \times 15 \times 15 = 10 \times 10 \times h$

$h = 45$ செ.மீ

3. ஒருஅரைக்கோளத்தின் மீது கூம்பு அமைந்தவாறு ஒரு பொம்மை உள்ளது. அரக்கோளம் மற்றும் கூம்பு சம ஆரமுடையது. அரைக்கோளத்தின் ஆரம் 7 செ.மீ மற்றும் கூம்பின் சாயுயரம் 11 செ.மீ. எனில் பொம்மையின் வளைபரப்பு காண்க. **[Hy. - 2019]**

தீர்வு : மேற்பரப்பு $= 2\pi r^2 + \pi rl$

$= \pi r\, [2r + l]$

$= \frac{22}{7} \times 7\, [2 \times 7 + 11]$

$= 22\, [25]$

$= 550$ செ.மீ^{2}

A = 18

4. ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு 154 ச.மீ. எனில் அதன் விட்டம் காண்க. **[செப். - 2020]**

தீர்வு : கோளத்தின் ஆரம் 'r' என்க.

கோளத்தின் பரப்பு = 154 ச.மீ

$4\pi r^2 = 154$

$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154 \Rightarrow r^2 = 154 \times \frac{1}{4} \times \frac{7}{22}$

எனவே, $r^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow r = \frac{7}{2}$

ஆகவே, விட்டம் 7 மீ ஆகும்.

5. ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் அடிப்பரப்பு 1386 ச.மீ. எனில் அதன் புறப்பரப்பினைக் காண்க. **[செப். - 2020; FRT - 2024]**

தீர்வு : r என்பது அரைக்கோளத்தின் ஆரம் என்க.

இங்கு அடிப்பரப்பு $= \pi r^2$ ச. அ = 1386 ச.மீ

அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு $= 3\pi r^2$ ச. அ

$= 3 \times 1386 = 4158$

ஆகவே, அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 4158 ச.மீ ஆகும்.

6. ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையின் உயரம், உட்புற மற்றும் வெளிப்புற ஆரங்கள் முறையே 9 செ.மீ., 3 செ.மீ. மற்றும் 5 செ.மீ. ஆகும். உருளையை உருவாக்கத் தேவைப்படும் இரும்பின் கன அளவினைக் காண்க. **[செப். - 2020]**

தீர்வு : உள்ளீடற்ற உருளையின் உயரம், உட்புற ஆரம் மற்றும் வெளிப்புற ஆரம் முறையே h, r மற்றும் R என்க.

இங்கு $r = 3$ செ.மீ, R = 5 செ.மீ, $h = 9$ செ.மீ,

உள்ளீடற்ற உருளையின் கன அளவு

$= \pi(R^2 - r^2)h$ க.அ $= \frac{22}{7}(5^2 - 3^2) \times 9$

$= \frac{22}{7}(5^2 - 3^2) \times 9 = \frac{22}{7}(25 - 9) = \frac{22}{7} \times 16 \times 9$

$= \frac{22}{7} \times 144 = 452.57$ க.செ.மீ

ஆகவே, தேவையான இரும்பின் கன அளவு $= 452.57$ க.செ.மீ

7. உயரம் 2 மீ மற்றும் அடிப்பரப்பு 250 ச.மீ. கொண்ட ஓர் உருளையின் கன அளவைக் காண்க. [செப். - 2021]

தீர்வு : உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் முறையே r மற்றும் h என்க.

இங்கு, உயரம் $h = 2$ மீ, அடிப்பரப்பு $= 250$ ச.மீ

உருளையின் கனஅளவு $= \pi r^2 h$ க.அ

$=$ அடிப்பரப்பு $\times h = 250 \times 2 = 500$ மீ^{3}

எனவே, உருளையின் கனஅளவு $= 500$ க.மீ

8. இரு நேர்வட்டக் கூம்பின் உயரங்களின் விகிதம் 1 : 2 மற்றும் அவற்றின் அடிப்பக்கச் சுற்றளவின் விகிதம் 3 : 4 எனில், அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க. [செப். - 2021]

தீர்வு : r_1 மற்றும் h_1 என்பன முறையே கூம்பு 1 –இன் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க.

r_2 மற்றும் h_2 என்பன முறையே கூம்பு 2 –இன் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க.

$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{2}$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) $\Rightarrow h_1 = \frac{1}{2} h_2$

$\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow r_1 = \frac{3}{4} r_2$

இரண்டு கூம்புகளின் கனஅளவு விகிதம்

$$= \frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2} = \frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^2 r_2^2 . \frac{1}{2} h_2}{r_2^2 h_2}$$

$$= \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{32}$$

$\therefore$ தேவையான விகிதம் $= 9 : 32$

9. 704 ச.செ.மீ மொத்தப் புறப்பரப்பு கொண்ட ஒரு கூம்பின் ஆரம் 7 செ.மீ எனில், அதன் சாயுயரம் காண்க. [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு : பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 7.6

10. 88 ச.செ.மீ வளைபரப்புடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் உயரம் 14 செ.மீ எனில், உருளையின் விட்டம் காண்க. [ஜூன் - 2023]

தீர்வு : பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 7.2

5 மதிப்பெண்கள்

1. ஓர் உள்ளீடற்ற பித்தளை கோளத்தின் உள் விட்டம் 14 செ.மீ, தடிமன் 1 மி.மீ மற்றும் பித்தளையின் அடர்த்தி 17.3 கிராம்/க.செ.மீ எனில், கோளத்தின் எடையைக் கணக்கிடுக. [அ.மா.வி - 2019]

தீர்வு : r, R என்பன முறையே உள்ளீடற்ற கோளத்தின் உள் ஆரம் மற்றும் வெளி ஆரம் என்க.

இங்கு உள்விட்டம் $d = 14$ செ.மீ;

உள் ஆரம் $r = 7$ செ.மீ;

தடிமன் $= 1$ மி.மீ $= \frac{1}{10}$ செ.மீ

வெளி ஆரம் $R = 7 + \frac{1}{10} = \frac{71}{10} = 7.1$ செ.மீ.

உள்ளீடற்ற கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{4}{3}\pi (R^3 - r^3)$ க.அ

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} (357.91 - 343) = 62.48$ க.செ.மீ

ஆனால், 1 க.செ.மீ பித்தளையின் எடை $= 17.3$ கி

மொத்த எடை $= 17.3 \times 62.48 = 1080.90$ கி

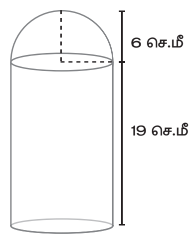
$\therefore$ எனவே, மொத்த எடை 1080.90 கிராம் ஆகும்.

2. ஓர் உருளையின் மீது ஓர் அரைக்கோளம் இணைந்தவாறு உள்ள ஒரு பொம்மையின் மொத்த உயரம் 25 செ.மீ. ஆகும். அதன் விட்டம் 12 செ.மீ. எனில், பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க. [செப். - 2021]

தீர்வு : r மற்றும் h என்பன முறையே உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க.

இங்கு, விட்டம் $d = 12$ செ.மீ அதாவது,

ஆரம் $r = 6$ செ.மீ



மொத்த உயரம் $h = 25$ செ.மீ

எனவே, உருளையின் உயரம் $= 25 - 6 = 19$ செ.மீ

பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = உருளையின் வளைபரப்பு + அரைக் கோளத்தின் வளைபரப்பு + உருளையின் அடிப்பரப்பு

$= 2\pi rh + 2\pi r^2 + \pi r^2 = \pi r (2h + 3r)$ ச.அ

$= \frac{22}{7} \times 6 \times (38 + 18) = \frac{22}{7} \times 6 \times 56 = 1056$

ஆகவே, பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 1056 ச.செமீ ஆகும்

3. ஓர் உருளை வடிவப் பீப்பாயின் உயரம் 20 செ.மீ மற்றும் அடிப்புற ஆரம் 14 செ.மீ எனில் அதன் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க. [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு : பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 7.1

4. அருள் தனது குடும்ப விழாவிற்கு 150 நபர்கள் தங்குவதற்கு ஒரு கூடாரம் அமைக்கிறார். கூடாரத்தின் அடிப்பகுதி உருளை வடிவிலும் மேற்பகுதி கூம்பு வடிவிலும் உள்ளது. ஒருவர் தங்குவதற்கு 4 ச.மீ அடிப்பகுதி பரப்பும் 40 க.மீ காற்றும் தேவைப்படுகிறது. கூடாரத்தில் உருளையின் உயரம் 8 மீ எனில் கூம்பின் உயரம் காண்க. [ஏப்ரல் - 2023]

தீர்வு : பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 7.26

8. இரண்டு முறையான பகடைகள் உருட்டப்படும் பொழுது முக மதிப்புகளின் பெருக்கல் 6 ஆகவோ அல்லது முக மதிப்புகளின் வித்தியாசம் 5 ஆகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு: இரு முறையான பகடைகள் உருட்டப்படும் போது கூறுவெளி

$$S = \{(1,1)(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(2,2)(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(3,1),(3,2),(3,3)(3,4),(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4)(4,5),(4,6),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5)(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$$

$n(S) = 36$

முக மதிப்புகளின் பெருக்கல் 6 கிடைக்கும் நிகழ்வு 'A' என்க.

$A = \{(1,6),(2,3),(3,2),(6,1)\}$

$n(A) = 4$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36}$$

முக மதிப்புகளின் வித்தியாசம் 5 ஆக இருக்கும் நிகழ்வு 'B' என்க.

$B = \{(1,6),(6,1)\}$

$n(B) = 2$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{36}$$

$A \cap B = \{(1,6),(6,1)\}$

$n(A \cap B) = 2$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{2}{36}$$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{36} + \frac{2}{36} - \frac{2}{36} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$\therefore$ தேவையான நிகழ்தகவு $= \frac{1}{9}$

9. இரண்டு குழந்தைகள் உள்ள ஒரு குடும்பத்தில், குறைந்தது ஒரு பெண்ணாவது இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு: $S = \{BB, BG, GB, GG\}$

$n(S) = 4$

A என்பது குறைந்தபட்சம் ஒரு பெண் குழந்தையுள்ள குடும்பத்தின் நிகழ்தகவு என்க.

$\therefore A = \{BG, GB, GG\}$ [ஒரு பெண் (அ) 2 பெண்கள்]

$n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

ஒரு பெண் உள்ள குடும்பத்துக்கான நிகழ்வு $\frac{3}{4}$.

10. ஒரு பையில் 5 வெள்ளை மற்றும் சில கருப்பு பந்துகள் உள்ளன. பையிலிருந்து கருப்பு பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது வெள்ளைப்பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைப் போல் இரு மடங்கு எனில், கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு: பையிலுள்ள கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை x என்க.

பையிலிருந்து கருப்பு பந்து எடுக்கும் நிகழ்வு A என்க.

$n(A) = x$

பையிலுள்ள மொத்த பந்துகள் $= 5 + x$

$n(S) = 5 + x$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{x}{5+x}$$

வெள்ளைப் பந்து எடுக்கும் நிகழ்வு 'B' என்க.

$n(B) = 5$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{5+x}$$

கணக்கின்படி $\frac{x}{5+x} = 2\left(\frac{5}{5+x}\right) \Rightarrow \frac{x(5+x)}{5+x} = 2 \times 5$

$x = 10$

$\therefore$ கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 10$

11. ஒரு மாணவன் இறுதித் தேர்வில் ஆங்கிலம் மற்றும் தமிழில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.5, ஒன்றிலும் தேர்ச்சி அடையாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.1 ஆங்கிலத் தேர்வில் தேர்ச்சி அடைவதற்கான நிகழ்தகவு 0.75 எனில், தமிழ் தேர்வில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு: A என்பது தமிழில் தேர்வு பெறும் நிகழ்தகவு என்க, B என்பது ஆங்கிலத்தில் தேர்வு பெறும் நிகழ்தகவு

$P(A) = x$ என்க

கொடுக்கப்பட்ட $P(B) = 0.75$

$P(A \cap B) = 0.5$ மற்றும்

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.1$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) \Rightarrow 1 - P(A \cup B) = 0.1$

$\Rightarrow 1 - 0.1 = P(A \cup B) \Rightarrow P(A \cup B) = 0.9$

கூட்டல் தேற்றப்படி,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\Rightarrow 0.9 = x + 0.75 - 0.5$

$\Rightarrow 0.9 - 0.75 + 0.5 = x$

$\Rightarrow x = 1.4 - 0.75$

$\Rightarrow x = 0.65 \Rightarrow x = \frac{65}{100}$

$\Rightarrow x = \frac{13}{20}$

எனவே, தமிழில் தேர்வு பெற நிகழ்தகவு $\frac{13}{20}$.

பிடிஎ தேர்வு வினா – விடை

1 மதிப்பெண்

1. முதல் பத்து பகா எண்களின் வீச்சு [பிடிஎ - 2]

(அ) 9 (ஆ) 20 (இ) 27 (ஈ) 5

[விடை: (இ) 27]

குறிப்பு: முதல் 10 பகா எண்கள்
2, 3, 5, 11, 13, 17, 19, 23, 29
வீச்சு = 29 – 2 = 27

2. முதல் 'n' இயல் எண்களின் சராசரி [பிடிஎ - 2]

(அ) $\frac{n(n+1)}{2}$ (ஆ) $\frac{n}{2}$

(இ) $\frac{n+1}{2}$ (ஈ) 5 [விடை: (இ) $\frac{n+1}{2}$]

குறிப்பு: சராசரி $= \frac{\frac{n^2(n+1)}{2}}{n^2} = \frac{n+1}{2}$

3. ஒரு நாணயத்தை மூன்று முறை சுண்டும் சோதனையில் 3 தலைகள் அல்லது 3 பூக்கள் கிடைக்க நிகழ்தகவு [பிடிஎ - 4]

(அ) $\frac{1}{8}$ (ஆ) $\frac{1}{4}$ (இ) $\frac{3}{8}$ (ஈ) $\frac{1}{2}$

[விடை: (ஆ) $\frac{1}{4}$]

குறிப்பு: $P(HHH) + P(TTT) = \frac{1}{8}+\frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

4. ஒரு சீரான பகடை ஒரு முறை உருட்டப்படும் போது கிடைக்கும் எண். பகா எண் அல்லது பகு எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு. [பிடிஎ - 6]

(அ) 1 (ஆ) 0 (இ) $\frac{5}{6}$ (ஈ) $\frac{1}{6}$

[விடை: (இ) $\frac{5}{6}$]

குறிப்பு:
$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
பகா $= \{2, 3, 5\}$
பகு $= \{4,6\}$
பகா $\cup$ பகு $= \frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$

2 மதிப்பெண்கள்

1. 20 தரவுப் புள்ளிகள் கொடுக்கப்பட்ட விவரத்தின் திட்டவிலக்கம் $\sqrt{6}$ ஆகும். ஒவ்வொரு தரவுப் புள்ளியும் 3ஆல் பெருக்கப்பட்டால் கிடைக்கும். தரவுப் புள்ளிகளின் திட்டவிலக்கம் மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரி காண்க. [பிடிஎ - 1]

தீர்வு: திட்ட விலக்கம் $= 3 \times \sqrt{6}$
பரிதி = திட்ட விலக்கம்^{2} = 54

2. ஒரு புள்ளி விவரங்களின் சராசரியானது 25.6 மற்றும் அதன் மாறுபாட்டுக் கெழுவானது 18.75 எனில், அதன் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க. [பிடிஎ- 3]

தீர்வு: $n = 4$
சராசரி $\bar{x} = 25.6,$
மாறுபாட்டுக் கெழு, C.V. $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$
$18.75 = \frac{\sigma}{25.6} \times 100$
இதிலிருந்து, $\sigma = 4.8$

3. ஒரு தரவின் வீச்சு 13.67 மற்றும் மிகப் பெரிய மதிப்பு 70.08 எனில் மிகச் சிறிய மதிப்பைக் காண்க. [பிடிஎ - 4]

தீர்வு: வீச்சு, R = 13.67
மிகப் பெரிய மதிப்பு, L = 70.08
வீச்சு, R = L – S
13.67 = 70.08 – S
S = 70.08 – 13.67 = 56.41
எனவே , மிகச் சிறிய மதிப்பு 56.41.

4. கொடுக்கப்பட்ட பரவலின் வீச்சு காண்க. [பிடிஎ - 5]

வயது (வருடங்களில்)	16-18	18-20	20-22	22-24	24-26	26-28
ஆரஞ்சு பழங்களின் எண்ணிக்கை	0	4	6	8	2	2

தீர்வு: இங்கு மிகப் பெரிய மதிப்பு L = 28
மிகச் சிறிய மதிப்பு S = 18
வீச்சு R = L – S
R = 28 – 18
= 10 வருடங்கள்

5. A மற்றும் B ஆகிய இரு விண்ணப்பதாரர்கள் IIT -யில் சேர்வதற்காகக் காத்திருப்பவர்கள். இவர்களில் A தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.5, A மற்றும் B இருவரும் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.3 எனில், B தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான அதிகபட்ச நிகழ்தகவு 0.8 என நிரூபிக்க.

[பிடிஎ - 6; ஏப்ரல் - 2023]

தீர்வு: $P(A) = 0.5, P(A\cap B) = 0.3$
$P(A\cup B) \leq 1$ என அறிவோம்.
$P(A) + P(B) – P(A\cap B) \leq 1$
$0.5 + P(B) – 0.3 \leq 1$
$P(B) \leq 1 – 0.2$
$P(B) \leq 0.8$
எனவே, B தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான அதிகபட்ச நிகழ்தகவு 0.8 ஆகும்.

5 மதிப்பெண்கள்

1. வகுப்புத் தேர்வில் மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவர்களின் மதிப்பெண்ணிற்குத் திட்ட விலக்கம் காண்க. [பிடிஏ - 1; FRT - 2024]

x	4	6	8	10	12
f	7	3	5	9	5

தீர்வு: ஊகச்சராசரி, A = 8 என்க.

x_i	f_i	$d_i = x_i - A$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
4	7	–4	–28	112
6	3	–2	–6	12
8	5	0	0	0
10	9	2	18	36
12	5	4	20	80
	N = 20		$\Sigma f_i d_i = 4$	$\Sigma f_i d_i^2 = 240$

திட்ட விலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{N}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{240}{29} - \left(\frac{4}{29}\right)^2} = \sqrt{\frac{240 \times 29 - 16}{29 \times 29}} = \sqrt{\frac{6944}{29 \times 29}} \simeq 2.87$$

தொடர்நிகழ்வெண் பரவலின் திட்ட விலக்கத்தினைக் கணக்கிடுதல்

(i) சராசரி முறை
திட்ட விலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}}$ இங்கு, x_i என்பது i-ஆவது இடைவெளியின் மைய மதிப்பு f_i என்பது i- ஆவது இடைவெளியின் நிகழ்வெண்.

(ii) எளிய முறை (அல்லது) படி விலக்க முறை
கணக்கீட்டைச் சுலபமாகச் செய்யக் கீழ்க்கண்ட சூத்திரம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு, A என்பது ஊகச் சராசரி, x_i என்பது i –ஆம் இடைவெளியின் மைய மதிப்பு, மேலும் c என்பது இடைவெளியின் அகலம் ஆகும்.

$$d_i = \frac{x_i - A}{c} \Rightarrow \sigma = c \times \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{N}\right)^2}$$

2. 50 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில், 28 பேர் NCC-யிலும், 28 பேர் NSS-லும் மற்றும் 10 பேர் NCC மற்றும் NSS-லும் சேர்கிறார்கள். ஒரு மாணவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப் படுகிறார் . அவர்

(i) NCC -யில் இருந்து, ஆனால் NSS-ல் இல்லாமல்

(ii) NSS-ல் இருந்து, ஆனால் NCC-யில் இல்லாமல்

(iii) ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

[பிடிஏ - 1 & 4; Hy. - 2023]

தீர்வு: மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை $n(S) = 50$.

A மற்றும் B ஆகியவை முறையே NCC மற்றும் NSS –யில் சேர்ந்த மாணவர்கள் என்க.

$n(A) = 28$, $n(B) = 30$, $n(A \cap B) = 18$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{28}{50}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{28}{50}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{10}{50}$$

(i) NCC யில் சேர்ந்து NSS-யில் சேராமல் உள்ள மாணவர்களைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A)P(A \cap B) = \frac{28}{50} - \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

(ii) NSS –யில் சேர்ந்து NCC-யில் சேராமல் உள்ள மாணவர்களைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(\bar{A} \cap B) = P(A)P(A \cap B) = \frac{30}{50} - \frac{10}{50} = \frac{6}{25}$$

(iii) ஏதாவது ஒன்றில் மட்டுமே சேர்ந்த மாணவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு
P(A மட்டும் அல்லது B மட்டும்)

$$= P[(A \cap \bar{B}) \cup P(\bar{A} \cap B)]$$

$$= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{5} + \frac{6}{25} = \frac{11}{25}$$

(குறிப்பு : $(A \cap \bar{B})$, $(\bar{A} \cap B)$ஆகியவை ஒன்றை யொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள்)

3. 18, 20, 15, 12, 25 ஆகியவற்றின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க. [பிடிஏ - 3]

தீர்வு:

x_i	x_i^2
18	324
20	400
15	225
12	144
25	625
$\Sigma x_i = 90$	$\Sigma x_i^2 = 1718$

$n = 5$

சராசரி $\bar{x} = \frac{90}{5}$

$= 18$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{1718}{5} - 18^2} = \sqrt{3 + 3.6 - 324}$$

$$= \sqrt{19.6} = 4.43$$

மாறுபாட்டு கெழு $= \frac{\sigma}{x} \times 100\% = \frac{4.43}{18} \times 100\% = 24.6\%$

4. ஒரு குடும்பத்தில் குறிப்பிட்ட வாரத்தில் உட்கொள்ளப்பட்ட கொய்யா மற்றும் ஆரஞ்சு பழங்களின் எண்ணிக்கைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. [பிடிஏ - 4]

கொய்யா பழங்களின் எண்ணிக்கை	3	5	6	4	3	5	4
ஆரஞ்சு பழங்களின் எண்ணிக்கை	1	3	7	9	2	6	2

இங்கு எந்த பழம் சீராக உட்கொள்ளப்பட்டது

தீர்வு: முதலில் கொய்யா மற்றும் ஆரஞ்சு பழங்களின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைத் தனித்தனியாக காணவேண்டும்.

கொய்யாப் பழங்களின் மாறுபாட்டுக் கெழு:

இங்கு, $n = 7$

x_i	x_i^2
3	3
5	25
6	36
4	16
3	9
5	25
4	16
$\Sigma x_i = 0$	$x_i^2 = 136$

சராசரி $\overline{x_1} = 4.29$

திட்ட விலக்கம் $\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2}$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{136}{7} - \left(\frac{30}{7}\right)^2}$$

$$= \sqrt{19.43 - 18.40} \simeq 1.01$$

கொய்யாப் பழங்களின் மாறுபாட்டுக் கெழு

$$C.V_1 = \frac{\sigma_1}{x_1} \times 100\% = \frac{1.01}{4.29} \times 100\%$$

$$= 23.54\%$$

ஆரஞ்சுப் பழங்களின் மாறுபாட்டுக் கெழு

இங்கு, $n = 7$

x_i	x_i^2
3	3
5	25
6	36
4	16
3	9
5	25
4	16
$\Sigma x_i = 0$	$x_i^2 = 136$

சராசரி $\overline{x_2} = \frac{30}{7} = 4.29$

திட்ட விலக்கம் $\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2}$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{184}{7} - \left(\frac{30}{7}\right)^2}$$

$$= \sqrt{26.29 - 18.40} = 2.81$$

ஆரஞ்சுப் பழங்களின் மாறுபாட்டுக் கெழு

$$C.V_2 = \frac{\sigma_2}{x_2} \times 100\% = \frac{2.81}{4.29} \times 100\% = 65.50\%$$

$C.V_1 = 23.54\%$, $C.V._2 = 65.50\%$. இங்கு, $C.V_1 < C.V._2$ ஆக இருப்பதால், ஆரஞ்சை விட கொய்யாப் பழங்கள் சீராக உட்கொள்ளப்படுகின்றன என்ற முடிவிற்கு வரலாம்.

5. பின்வரும் அட்டவணையில் ஒரு பள்ளியின் பத்தாம் வகுப்பு மாணவர்களின் உயரம் மற்றும் எடைகளின் சராசரி மற்றும் விலக்க வர்க்க சராசரி ஆகிய மதிப்புகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. [பிடிஏ - 6]

	உயரம்	எடை
சராசரி	155 செ.மீ	46.50 கி.கி
விலக்க வர்க்கச் சராசரி	72.25 செ.மீ^{2}	28.09 கி.கி^{2}

தீர்வு: இரண்டு தரவுகளை ஒப்பிட, முதலில் இரண்டிற்கும் மாறுபாட்டு கெழு காண வேண்டும் சராசரி $\overline{x_1} = 155$ செ.மீ, விலக்க வர்க்கச் சராசரி $\sigma_1^2 = 72.25$ செ.மீ^{2}

எனவே திட்ட விலக்கம் $\sigma_1 = 8.5$

மாறுபாட்டுக் கெழு $C.V_1 = \frac{\sigma_1}{x_1} \times 100\%$

$C.V_1 = \frac{8.5}{155} \times 100\% = 5.48\%$ (உயரங்களுக்கானது)

சராசரி $\overline{x_2} = 46.50$ கி.கி

விலக்க வர்க்கச் சராசரி $\sigma_2^2 = 28.09$ கி.கி^{2}

திட்ட விலக்கம் $\sigma_2 = 5.3$ கி.கி

மாறுபாட்டுக் கெழு $C.V_2 = \frac{\sigma_2}{x_2} \times 100\%$

$C.V_2 = \frac{5.3}{46.50} \times 100\% = 11.40\%$ (எடைகளுக்கானது)

$C.V_1 = 5.48\%$ மற்றும் $C.V_2 = 11.40\%$

$C.V_2 > C.V_1$ என்பதால், மாணவர்களின் எடையானது, உயரத்தை விட அதிக மாறுபாட்டுடன் உள்ளது.

அரசு தேர்வு வினா - விடை

1 மதிப்பெண்

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்.

1. "PROBABILITY"என்ற சொல்லின் எழுத்துகளிலிருந்து ஒரு எழுத்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அது உயிரெழுத்து இல்லாமலிருக்க நிகழ்தகவு [அ.மா.வி - 2019]

(அ) $\frac{1}{5}$ (ஆ) $\frac{2}{3}$ (இ) $\frac{1}{3}$ (ஈ) $\frac{3}{5}$

[விடை: (ஆ) $\frac{2}{3}$]

குறிப்பு:

$$S = \{P, R, O, B, A, I, L, T, Y\}$$
$$V = \{A, I, O\}$$
$$P(V) = \frac{3}{9} \Rightarrow P(\overline{V}) = 1 - \frac{3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

2. ஒரு தரவின் திட்டவிலக்கமானது 5. ஒவ்வொரு மதிப்பையும் 2 -ஆல் பெருக்கினால் கிடைக்கும் புதிய தரவின் விலக்கவர்க்கச் சராசரியானது [Hy. - 2019]

(அ) 3 (ஆ) 100 (இ) 10 (ஈ) 225

[விடை: (ஆ) 100]

குறிப்பு: $\sigma = 5$

ஒவ்வொரு மதிப்பும் 2 ஆல் பெருக்கப்பட்டால் திட்ட விலக்கமும் 2 ஆல் வகுக்கப்படும்.

$$\sigma_1 = 5 \times 2 = 10$$

புதிய பரிதி $\sigma_1^2 = 10^2 = 100$

3. குறிப்பிட்ட தரவுப் புள்ளிகளின் கூடுதல் மற்றும் சராசரி ஆகியவை முறையே 407 மற்றும் 11 எனில், தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையானது : [ஏப்ரல் - 2023]

(அ) 37 (ஆ) 4477

(இ) 396 (ஈ) 418 **[விடை: (அ) 37]**

குறிப்பு: கொடுக்கப்பட்டது : தரவுப்புள்ளிகளின் கூடுதல் 407.

சராசரி 11.

∴ தரவுப்புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{தரவுப்புள்ளிகளின் கூடுதல் மதிப்பு}}{\text{தரவுப்புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$11 = \frac{407}{\text{தரவுப்புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$\text{தரவுப்புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை} = \frac{407}{11} = 37$$

4. கொடுக்கப்பட்ட n தரவுகளில் $\Sigma(X - \overline{X}) =$ [Hy. - 2023]

(அ) ΣX (ஆ) $\overline{X}$ (இ) $n\overline{X}$ (ஈ) 0

[விடை: (ஈ) 0]

2 மதிப்பெண்கள்

1. 2, 5, 8, 11, 14, 6, 12 மற்றும் 10 ஆகியவை 8 மாணவர்கள் ஒரு மாதத்தில் படித்த புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை ஆகும். இவ்விவரத்திற்கு திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க. [Qy. - 2019]

தீர்வு: $\Sigma x = 68$; $\Sigma x^2 = 690$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{14} \cong 3.74$$

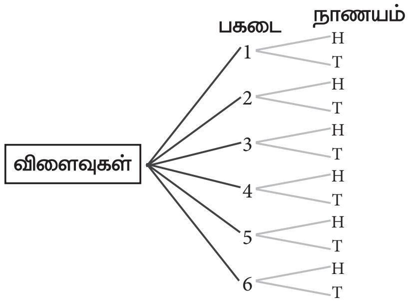
2. ஒரு நாணயம் இரண்டு முறை சுண்டப்படுகிறது எனில், சரியாக ஒரு தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? [Hy. - 2019]

தீர்வு:

$$n = 4$$
$$A = \{HT, TH\}$$
$$P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

3. ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் ஒரு நாணயமும் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலை கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க. [செப். - 2021; ஜூன் - 2023]

தீர்வு:



கூறுவெளி, S = {1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T};

$$n(S) = 12$$

A ஆனது ஒற்றைப்படை எண் மற்றும் தலைக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{1H, 3H, 5H\}; n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

4. இரண்டு நாணயங்கள் ஒன்றாகச் சுண்டப்படுகின்றன. இரண்டு நாணயங்களிலும் வெவ்வேறு முகங்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? [மே - 2022]

தீர்வு: பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 8.20

5. தரவின் சராசரியானது 25.6 மற்றும் அதன் மாறுபாட்டுக் கெழுவானது 18.75 எனில், அதன் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க. [Hy. - 2023]

தீர்வு: பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 8.15

6. $P(A) = 0.37$, $P(B) = 0.42$, $P(A\cap B) = 0.09$ எனில் $P(A\cup B)$ -ஐக் காண்க. [Hy. - 2023; FRT - 2024]

தீர்வு: பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 8.25

7. கொடுக்கப்பட்ட தரவுப் புள்ளிகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக்கெழு ஆகியவற்றைக் காண்க: 25, 67, 48, 53, 18, 39, 44. [FRT - 2024]

தீர்வு: பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 8.1

5 மதிப்பெண்கள்

1. நீல நிறம் மற்றும் சாம்பல் நிறம் கொண்ட இரு பகடைகள் ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகின்றன. இதன் அனைத்து விளைவுகளையும் எழுதுக. பகடைகளின் மீது விழும் எண்களின் கூடுதல் கீழ்வருமாறு கிடைக்க நிகழ்தகவு என்ன?
(i) 8 (ii) 13 (iii) 12-க்குச் சமமாகவும் அதை விட குறைவாகவும் [அ.மா.வி - 2019]

தீர்வு: S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

(i) கூடுதல் 8 = {(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)}

$$P(\text{கூடுதல் } 8) = \frac{5}{36}$$

(ii) கூடுதல் 13 = { }

P(கூடுதல் 13) = 0

(iii) 2-க்குச் சமமாகவும் அதை விட குறைவாகவும் = S

P(12-க்குச் சமமாகவும் அதை விட குறைவாகவும்)

$$= \frac{36}{36} = 1$$

2. இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. இரண்டு முக மதிப்புகளும் சமமாக இருக்க அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. [Hy. - 2019; FRT - 2024]

தீர்வு: இரண்டு பகடைகள் ஒன்றாக உருட்டப்படும் பொழுது அதன் கூறுவெளியில் 6 × 6 = 36 உறுப்புகள் இருக்கும். எனவே

$$n(S) = 36$$

A –ஆனது இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்புகள் மற்றும் B –ஆனது இரண்டு பகடைகளின் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4–ஆக கிடைக்கப்பெறும் நிகழ்ச்சிகள் என்க.

எனவே, A = {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)}
B = {(1,3),(2,2),(3,1)}

ஆகவே, $A \cap B = \{(2,2)\}$

எனவே, $n(A) = 6$, $n(B) = 3$, $n(AB) = 1$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

$$P(A\cap B) = \frac{n(A\cap B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$$

எனவே, P (ஒரே முக மதிப்புகள் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 கிடைக்க) = $P(A\cup B)$

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B).$$

$$= \frac{6}{36}+\frac{3}{36}-\frac{1}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

எனவே, தேவையான நிகழ்தகவு $\frac{2}{9}$ ஆகும்.

3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களின் திட்ட விலக்கம் காண்க. [Hy. - 2019]

x	10	15	18	20	25
f	3	2	5	8	2

தீர்வு: எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட சராசரி, A = 18

x_i	f_i	$d_i = x_i - A$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
10	3	–8	–24	192
15	2	–3	–6	18
18	5	0	0	0
20	8	2	16	32
25	2	7	14	98
	N = 20		$\Sigma f_i d_i = 0$	$\Sigma f_i d_i^2 = 340$

$$\text{திட்ட விலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_i d_i}{N}\right)^2}$$

$$\text{எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட சராசரி} = \sqrt{\frac{340}{20} - 0} = \sqrt{17} \approx 4.12$$

4. இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. கிடைக்கப் பெறும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் (i) 4 -க்குச் சமமாக (ii) 10 -ஐ விட அதிகமாக (iii) 13 -ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க. **[செப். - 2021]**

தீர்வு: இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படும்பொழுது, கூறுவெளியானது

S = { (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6) (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6) (3, 1), (3, 2), (3, 3),
(3, 4), (3, 5), (3, 6) (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6) (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6) };

எனவே, n (S) = 36

(i) A ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4–ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

A = {(1, 3), (2, 2), (3, 1)}; n(A) = 3.

முகமதிப்புகளின் கூடுதல் 4 கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

(ii) B ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 10–ஐ விட பெரிய எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

B = {(5, 6), (6, 5), (6, 6)}; n(B) = 3

கூடுதல் 10 ஐ விட பெரிதாக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

(iii) C ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 13–ஐ விட குறைவான இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க. எனவே C = S.

ஆகவே, $n(C) = n(S) = 36$

ஆகையால், முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 13 -ஐ விடக் குறைவானதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{36}{36} = 1.$

5. 50 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில், 28 பேர் NCCயிலும் 30 பேர் NSS-லும் மற்றும் 18 பேர் NCC மற்றும் NSSலும் சேர்கிறார்கள். ஒரு மாணவர் சமவாய்ப்பு முறையிலும் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர்

(i) NCC -யில் இருந்து, ஆனால் NSS-ல் இல்லாமல்

(ii) NSS -யில் இருந்து, ஆனால் NCC-ல் இல்லாமல்

(iii) ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க. **[மே - 2022]**

தீர்வு: பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு 8.31

கூடுதல் வினாக்கள்

1. 30, 80, 60, 70, 20, 40, 50 இவற்றின் திட்டவிலக்கம் காண்க.

தீர்வு:

x	x^2
30	900
80	6400
60	3600
70	4900
20	400
40	1600
50	2500
$\Sigma x = 350$	$\Sigma x^2 = 20300$

$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{20300}{7} - \left(\frac{350}{7}\right)^2}$

$= \sqrt{400} = 20$

2. 5, 10, 15, 20, 25 என்ற எண்களின் திட்டவிலக்கம் காண். மேலும் 3 என்ற எண்ணை ஒவ்வொரு தரவுடன் கூட்டகிடைக்கும் எண்களின் திட்டவிலக்கம் காண்.

தீர்வு:

x	$d' = \frac{x-15}{5}$	d'^2
5	–2	4
10	–1	1
15	0	0
20	1	1
25	2	4
	$\Sigma d = 0$	$\Sigma d'^2 = 10$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{75}{5} = 15$$

$$d' = \frac{x-\bar{x}}{c} = \frac{x-A}{c}$$

A என்பது ஊகச்சராசரி, C என்பது பொதுக் காரணி

இங்கு A = 15, C = 5

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\Sigma d'^2}{n}\right) - \left(\frac{\Sigma d'}{n}\right)^2} \times c$$

$$= \sqrt{\frac{10}{5} - 0} \times c = \sqrt{2} \times 5 = 5\sqrt{2}$$

3 ஐ ஒவ்வொரு தரவுடன் கூட்டக் கிடைப்பது 8, 13, 18, 23, 28 என்ற புதிய மதிப்புகள்

x	$d' = \frac{x-18}{5}$	d'^2
8	–2	4
13	–1	1
18	0	0
23	1	1
28	2	4
	$\Sigma d' = 0$	$\Sigma d'^2 = 10$

$\therefore \sigma = \sqrt{\left(\frac{\Sigma d'^2}{n}\right) - \left(\frac{\Sigma d'}{n}\right)^2} \times c$

$= \sqrt{\frac{10}{5} - 0} \times 5$

$= \sqrt{2} \times 5 = 5\sqrt{2}$

திட்டவிலக்கம் மாறவில்லை

$\therefore$ ஒரு எண்ணை கூட்டினாலோ, கழித்தாலோ திட்டவிலக்கம் மாறாது

3. 5 மாணவர்கள் 50 மதிப்பெண் தேர்வில் எடுத்த மதிப்பெண்கள் 20, 25, 30, 35, 40 அவற்றின் திட்டவிலக்கம் காண். மதிப்பெண்களை 100-க்கு மாற்றம் செய்தால் புதிய எண்களின் திட்டவிலக்கம் காண்.

தீர்வு: ஊகச்சாரசரி A = 30

C = 5

x	$d' = \frac{x-30}{5}$	d'^2
20	–2	4
25	–1	1
30	0	0
35	1	1
40	2	4
	$\Sigma d' = 0$	$\Sigma d'^2 = 10$

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\Sigma d'^2}{n}\right) - \left(\frac{\Sigma d'}{n}\right)^2} \times c$$

$$= \sqrt{\frac{10}{5} - 0} \times 5$$

$$= \sqrt{2} \times 5 = 5\sqrt{2}$$

மதிப்பெண்களை 100க்கு மாற்றம் செய்தால் ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணையும் 2 ஆல் பெருக்க வேண்டும். $\therefore$ புதிய மதிப்புகள் 40, 50, 60, 70, 80.

A = 60, C = 10 என்க.

x	$d' = \frac{x-60}{10}$	d'^2
40	–2	4
50	–1	1
60	0	0
70	1	1
80	2	4

$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\Sigma d'^2}{n}\right) - \left(\frac{\Sigma d'}{n}\right)^2} \times c$

$= \sqrt{\frac{10}{5} - 0} \times 10 = \sqrt{2} \times 10$

$= 10\sqrt{2}$

$\therefore$ புதிய திட்டவிலக்கம், முதல் திட்டவிலக்கத்தை 2 ஆல் பெருக்கக் கிடைக்கிறது.

4. $\Sigma x = 99$, $n = 9$, $\Sigma(x-10)^2 = 79$எனில், (i) Σx^2 (ii) $\Sigma(x-\overline{x})^2$ ஐக் காண்க.

தீர்வு: $n = 9, \Sigma x = 99, \overline{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{99}{9} = 11$

$\Sigma(x-10)^2 = 79$

$\Sigma x^2 - 20x + 100 = 79$

$\Sigma x^2 - 20\Sigma x + 100 \times 9 = 79$

$\Sigma x^2 - 20 \times 99 + 900 = 79$

$\Sigma x^2 = 79 + 1980 - 900$

$= 1159$

$\Sigma(x-\overline{x})^2 = \Sigma(x-11)^2$

$= \Sigma(x^2 - 22x + 121)$

$= \Sigma x^2 - 22\Sigma x + 121 \times 9$

$= 1159 - 22 \times 99 + 1089$

$= 70$

$\therefore \Sigma x^2 = 1159, \Sigma(x-\overline{x})^2 = 70$

5. 16, 13, 17, 21, 18 என்ற மதிப்புகளின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்.

தீர்வு: சராசரி $\overline{x} = \frac{16+13+17+21+18}{5} = \frac{85}{5} = 17$

x	$d = x - 17$	d^2
16	–1	1
13	–4	16
17	0	0
21	4	16
18	1	1
	$\Sigma d = 0$	$\Sigma d^2 = 34$

$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}} = \sqrt{\frac{34}{5}} = \sqrt{6.8} = 2.61$

மாறுபாட்டுக் கெழு

$CV = \frac{\sigma}{\overline{x}} \times 100 = \frac{2.61}{17} \times 100 = 15.35\%$

6. ஒரு விவரத்தின் மாறுபாட்டுக் கெழு 69%, திட்டவிலக்கம் 15.6 எனில், சராசரியைக் காண்.

தீர்வு:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$\Rightarrow \quad \bar{x} = \frac{\sigma}{CV} \times 100$$

$$\bar{x} = \frac{15.6}{6.9} \times 100 = 22.6$$

7. ஒரு விவரத்தின் S.D 21.2, சராசரி 36.6 அதன் மாறுபாட்டக் கெழு காண்க.

தீர்வு:

$$\sigma = 21.2, \bar{x} = 36.6$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{21.2}{36.6} \times 100 = 57.92\%$$

8.

குழு A	**50**	**20**	**10**	**30**	**30**
குழு B	**40**	**60**	**20**	**20**	**10**

எந்த குழு அதிக சீர்மைத்தன்மை கொண்டுள்ளது.

தீர்வு:

குழு A		
x_1	$d_1 = x - 28$	d_1^2
50	22	484
20	–8	64
10	–18	324
30	2	4
30	2	4
140	$\Sigma d = 0$	880

$$\bar{x}_1 = \frac{140}{5} = 28$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}} = \sqrt{\frac{880}{5}} = \sqrt{176} = 13.27$$

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} \times 100$$

$$CV_1 = \frac{13.27}{28} \times 100 = 47.39\%$$

குழு B		
x_2	$d_2 = x - 30$	d^2
40	10	100
60	30	900
20	–10	100
20	–10	100
10	–20	400
150	$\Sigma d = 0$	1600

$$\bar{x}_2 = \frac{150}{5} = 30$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}} = \sqrt{\frac{1600}{5}}$$

$$= \sqrt{320} = 17.89$$

$$CV_1 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} \times 100$$

$$CV_2 = \frac{17.89}{30} \times 100 = 59.63\%$$

∴ குழு A அதிக சீர்மைத் தன்மை கொண்டுள்ளது.

அலகுத் தேர்வு

நேரம் : 45 நிமிடங்கள் **மதிப்பெண் : 25**

பிரிவு – அ (5 × 1 = 5)

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது பரவல் அளவை இல்லை
(அ) வீச்சு (ஆ) திட்டவிலக்கம்
(இ) கூட்டுச்சராசரி (ஈ) விலக்க வர்க்க சராசரி

2. ஒரு தரவின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு முறையே 4 மற்றும் 87.5% எனில் திட்டவிலக்கமானது
(அ) 3.5 (அ) 3 (இ) 4.5 (ஈ) 2.5

3. ஒரு புத்தகத்திலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பக்கம் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பக்க எண்ணின் ஒன்றாம் இட மதிப்பானது 7 ஐ விட குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவானது
(அ) $\frac{3}{10}$ (ஆ) $\frac{7}{10}$ (இ) $\frac{3}{9}$ (ஈ) $\frac{7}{9}$

4. கமலம் குலுக்கல் போட்டியில் கலந்து கொண்டாள். அங்கு மொத்தம் 135 சீட்டுகள் விற்கப்பட்டன. கமலம் வெற்றி பெறுவதற்கான வாய்ப்பு $\frac{1}{9}$ எனில், கமலம் வாங்கிய சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை.
(அ) 5 (ஆ) 10 (இ) 15 (ஈ) 20

5. ஒரு பணப்பையில் ₹2000 நோட்டுகள் 10 ம், ₹500 நோட்டுகள் 15 ம் ₹200 நோட்டுகள் 25 ம் உள்ளன. ஒரு நோட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகின்றது எனில், அந்த நோட்டு ₹500 நோட்டாகவோ அல்லது ₹200 நோட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?
(அ) $\frac{1}{5}$ (ஆ) $\frac{3}{10}$ (இ) $\frac{2}{3}$ (ஈ) $\frac{4}{5}$

பிரிவு – ஆ (5 × 2 = 10)

1. ஒரு தரவின் வீச்சு மற்றும் மிகச் சிறிய மதிப்பு ஆகியன முறையே 36.8 மற்றும் 13.4 எனில், மிகப்பெரிய மதிப்பைக் காண்க.
2. 8 மாணவர்கள் ஒரு நாளில் வீட்டுப்பாடத்தை முடிப்பதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவுகள் (நிமிடங்களில்) பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 38, 40, 47, 44, 46, 43, 49, 53. இத்தரவின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.
3. ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிழ்தகவு என்ன?
4. செல்சியஸில் குறிக்கப்பட்ட வெப்பநிலை தரவின் திட்டவிலக்கமானது 5. இந்த வெப்பநிலை தரவை ஃபாரன்ஹீட் ஆக மாற்றும் பொழுது கிடைக்கும் தரவின் விலக்க வர்க்கச் சராசரியைக் காண்க.
5. இரண்டு முறையான பகடைகள் உருட்டப்படும்போது முக மதிப்புகளில் பெருக்கல் 6 ஆகவோ அல்லது முக மதிப்புகளின் வித்தியாசம் 5 ஆகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

பிரிவு – இ (2 × 5 = 10)

1. வைரஸ் காய்ச்சலைப் பற்றி கருத்துக் கணிப்பில், பாதிக்கப்பட்ட மக்களின் எண்ணிக்கை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

வயது (வருடங்களில்)	0 - 10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
பாதிக்கப்பட்ட மக்களின் எண்ணிக்கை	3	5	16	18	12	7	4

இத்தரவின் திட்டவிலக்கம் காண்க.

2. ஒரு நிகழ்வெண் பரவல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

x	k	$2k$	$3k$	$4k$	$5k$	$6k$
f	2	1	1	1	1	1

அட்டவணையில், k ஒரு மிகை முழு. விலக்கவர்க்கச் சராசரியானது 160 எனில், k ன் மதிப்பைக் காண்க.

விடைகள்

பிரிவு – அ

1. (இ) கூட்டுச்சராசரி

2. (அ) 3.5

3. (ஆ) $\frac{7}{10}$

4. (இ) 15

5. (ஈ) $\frac{4}{5}$

பிரிவு – ஆ

1. பார்க்க : பயிற்சி எண் 8.1, வினா எண்.6

2. பார்க்க : பயிற்சி எண் 8.2, வினா எண்.6

3. பார்க்க : பயிற்சி எண் 8.3, வினா எண்.4

4. பார்க்க : பயிற்சி அலகுப் பயிற்சி 8 வினா எண்.4

5. பார்க்க : பயிற்சி அலகுப் பயிற்சி 8 வினா எண்.8

பிரிவு – இ

1. பார்க்க : பயிற்சி எண். 8.1, வினா எண்.11

2. பார்க்க : பயிற்சி அலகுப் பயிற்சி 8 வினா எண்.3

10 ஆம் **வகுப்பு**

உடனடித் தேர்வு - ஜுன் - 2023

பதிவு எண்.

PART - III

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம்] **கணிதம்** (விடைகளுடன்) **[மொத்த மதிப்பெண்கள் : 100**

அறிவுரைகள் : (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாக அச்சுப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதனை சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின் அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாக தெரிவிக்கவும்.

(2) **நீலம்** அல்லது **கருப்பு** மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

குறிப்பு : இவ்வினாத்தாள் **நான்கு** பகுதிகளை கொண்டது.

பகுதி - I

குறிப்பு : (i) **அனைத்து** வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்

(ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும். **$14 \times 1 = 14$.**

1. A = {1, 2, 3, 4, 5} -லிருந்து B என்ற கணத்திற்கு 1024 உறவுகள் உள்ளது எனில் B -ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை :

(அ) 3 (ஆ) 2 (இ) 4 (ஈ) 8

2. $7^{4k} \equiv$ ______ (மட்டு 100)

(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4

3. $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{14}$ ... என்ற தொடர்வரிசையின் அடுத்த உறுப்பு :

(அ) $\frac{1}{15}$ (ஆ) $\frac{1}{16}$ (இ) $\frac{1}{18}$ (ஈ) $\frac{1}{20}$

4. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது $y^2 + \frac{1}{y^2}$ -க்குச் சமம் இல்லை.

(அ) $\frac{y^4+1}{y^2}$ (ஆ) $\left(y+\frac{1}{y}\right)^2$ (இ) $\left(y-\frac{1}{y}\right)^2+2$ (ஈ) $\left(y+\frac{1}{y}\right)^2-2$

5. ஒரு நேரிய சமன்பாட்டின் வரைபடம் ஒரு .... ஆகும்.

(அ) நேர்க்கோடு (ஆ) வட்டம் (இ) பரவளையம் (ஈ) அதி பரவளையம்

6. ΔABC -யில் DE || BC, AB = 3.6 செ.மீ. AC = 2.4 செ.மீ. மற்றும் AD = 2.1 செ.மீ. எனில், AE -யின் நீளம் :

(அ) 1.4 செ.மீ. (ஆ) 1.8 செ.மீ. (இ) 1.2 செ.மீ. (ஈ) 1.05 செ.மீ

7. வட்டத்தின் வெளிப்புற புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு எத்தனை தொடுகோடுகள் வரையலாம்?

(அ) ஒன்று (ஆ) இரண்டு

(இ) முடிவற்ற எண்ணிக்கை (ஈ) பூஜ்ஜியம்

8. $x = 11$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாடானது :

(அ) X - அச்சுக்கு இணை (ஆ) Y - அச்சுக்கு இணை

(இ) ஆதிப்புள்ளி வழிச் செல்லும் (ஈ) (0,11) என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும்

9. கோட்டுத்துண்டு PQ யின் சாய்வு $\frac{1}{\sqrt{3}}$ எனில், PQ -க்கு செங்குத்தான இரு சம வெட்டியின் சாய்வு ________.

(அ) $\sqrt{3}$ (ஆ) $-\sqrt{3}$ (இ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ஈ) 0

10. $\tan\theta\operatorname{cosec}^2\theta - \tan\theta$ ன் மதிப்பு :

(அ) $\sec\theta$ (ஆ) $\cot^2\theta$ (இ) $\sin\theta$ (ஈ) $\cot\theta$

11. ஓர் அரைக் கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு அதன் ஆரத்தினுடைய வர்க்கத்தின்______மடங்காகும்.

(அ) π (ஆ) 4π (இ) 3π (ஈ) 2π

12. 15 செ.மீ உயரமும் 16 செ.மீ விட்டமும் கொண்ட ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு :

(அ) 60π ச.செ.மீ (ஆ) 68π ச.செ.மீ (இ) 120π ச.செ.மீ (ஈ) 136π ச.செ.மீ

13. 8, 8, 8, 8, 8, . . . 8 ஆகிய தரவின் வீச்சு :

(அ) 0 (ஆ) 1 (இ) 8 (ஈ) 3

14. p சிவப்பு, q நீல, r பச்சை நிறக் கூழாங்கற்கள் உள்ள ஒரு குடுவையில் இருந்து ஒரு சிவப்பு கூழாங்கல் எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது :

(அ) $\frac{q}{p+q+r}$ (ஆ) $\frac{p}{p+q+r}$ (இ) $\frac{p+q}{p+q+r}$ (ஈ) $\frac{p+r}{p+q+r}$

பகுதி - II

குறிப்பு : எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் **28** க்கு **கட்டாயமாக** விடையளிக்கவும்.

10 × 2 = 20

15. $\mathbb{R}$ என்ற ஒரு உறவு $\{(x, y) / y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் கண்டறிக.

16. $f(x) = x - 6, g(x) = x^2$ எனில் $fog = gof$ என்பது சரியா என சோதிக்க.

17. முதல் 10 இயல் எண்களால் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய சிறிய எண் எது?

18. 9, 3, 1,… என்ற பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் 8-வது உறுப்பைக் காண்க.

19. $15x^2 + 11x + 2 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் தன்மையைக் கூறுக.

20. $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ எனில், $(A^T)^T = A$ என்பதனைச் சரிபார்க்க.

21. ΔABC -யில் AB = 4 செ.மீ, AC = 6 செ.மீ, BD = 1.6 செ.மீ. மற்றும் CD = 2.4 செ.மீ. எனில் AD ஆனது $\angle A$-யின் இருசமவெட்டி ஆகுமா எனச் சோதிக்கவும்.

22. $(5, \sqrt{5})$ மற்றும் ஆதிப்புள்ளி ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

23. $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta \sin^2\theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

24. 88 ச.செ.மீ வளைபரப்புடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் உயரம் 14 செ.மீ எனில், உருளையின் விட்டம் காண்க.

25. ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு 11088 க.செ.மீ. ஆகும். கூம்பின் உயரம் 24 செ.மீ. எனில், அதன் ஆரம் காண்க.

26. முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க.

27. ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் ஒரு நாணயமும் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலை கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க.

28. $3x - 7y = 12$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாகவும் (6, 4). என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

பகுதி - III

குறிப்பு : **எவையேனும் 10** வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண். 42 க்கு **கட்டாயமாக** விடையளிக்கவும்.

10 × 5 = 50

29. $A=\{x \in \mathbb{W} \mid x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3, 5\}$எனில் $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பதை சரிபார்க்க.

30. $3 + 33 + 333 + ... n$ உறுப்புகள் வரை என்ற தொடர் வரிசையின் கூடுதல் காண்க.

31. ரேகாவிடம் 10 செ.மீ, 11 செ.மீ, 12 செ.மீ, 24 செ.மீ என்ற பக்க அளவுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காகிதங்கள் உள்ளன. இந்த வண்ணக் காகிதங்களைக் கொண்டு எவ்வளவு பரப்பை அடைத்து அலங்கரிக்க முடியும்.

32. $3x - 2y + z = 2$, $2x + 3y - z = 5$,$x + y + z = 6$ என்ற மூன்று மாறிகளில் அமைந்த நேரிய சமன்பாட்டு தொகுப்பினைத் தீர்க்க.

33. $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் வர்க்க மூலத்தை வகுத்தல் முறையில் காண்க.

34. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$ என நிறுவுக.

35. பிதாகரஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபிக்க.

36. $(-9, -2)$, $(-8, -4)$, $(2, 2)$ மற்றும் $(1, -3)$ ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

37. $A(-4, 2)$ மற்றும் $B(6, -4)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் மையக் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

38. $\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} + \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} = 2\sec\theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

39. 16 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உலோகப்பந்து, உருக்கப்பட்டு 2 செ.மீ ஆரமுள்ள சிறு பந்துகளாக்கப்பட்டால், எத்தனை பந்துகள் கிடைக்கும்?

40. 24, 26, 33, 37, 29, 31 ஆகியவற்றின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

41. இரண்டு பகடைகள் ஒரு முறை உருட்டப்படுகின்றன. முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப்படை எண் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆகக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

42. இரு கப்பல்கள் கலங்கரை விளக்கத்தின் இரு பக்கங்களிலும் கடலில் பயணம் செய்கின்றன. இரு கப்பல்களிலிருந்து கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 45° ஆகும். கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் 200 மீ எனில், இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

பகுதி - IV

குறிப்பு : **அனைத்து** வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். **2 × 8 = 16**

43. (அ) கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR –க்கு ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{3}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{3}{5} < 1$)

(அல்லது)

(ஆ) 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 10 செ.மீ. தொலைவிலுள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரண்டு தொடுகோடுகள் வரையவும். மேலும் தொடுகோட்டின் நீளங்களைக் கணக்கிடுக.

44. (அ) $y = \frac{1}{2}x$ என்ற நேரிய சமன்பாட்டின் சார்பின் வரைபடம் வரைக. விகிதசம மாறிலியை அடையாளம் கண்டு, அதனை வரைபடத்துடன் சரிபார்க்க . மேலும் (i) $x = 9$ எனில் y ஐக் காண்க. (ii) $y = 7.5$ எனில் x –ஐக் காண்க.

(அல்லது)

(ஆ) $y = x^2 - 4$ என்ற வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 - x - 12 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

*****

விடைகள்

பகுதி - I

1. (ஆ) 2
2. (அ) 1
3. (இ) $\frac{1}{18}$
4. (ஆ) $\left(y+\frac{1}{y}\right)^2$
5. (அ) நேர்க்கோடு
6. (அ) 1.4 செ.மீ
7. (ஆ) இரண்டு
8. (ஆ) Y அச்சுக்கு இணை
9. (ஆ) $-\sqrt{3}$
10. (ஈ) $\cot\theta$
11. (இ) 3π
12. (ஈ) 136π ச.செ.மீ
13. (அ) 0
14. (ஆ) $\frac{p}{p+q+r}$

பகுதி - II

15. $\mathbb{R} = \{(x, y) / y = x + 3\}$ மற்றும் $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

$x = 0$ எனில், $y = 0 + 3 = 3$ $[\because y = x + 3]$

$x = 1$ எனில், $y = 1 + 3 = 4$

$x = 2$ எனில், $y = 2 + 3 = 5$

$x = 3$ எனில், $y = 3 + 3 = 6$

$x = 4$ எனில், $y = 4 + 3 = 7$

$x = 5$ எனில், $y = 5 + 3 = 8$

$\therefore \mathbb{R} = \{(0, 3), (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)\}$

$\therefore \mathbb{R}$இன் மதிப்பகம் $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ [$\mathbb{R}$ இல் உள்ள எல்லா முதல் உறுப்பு]

$\mathbb{R}$ இன் வீச்சகம் $= \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ [$\mathbb{R}$ இல் உள்ள எல்லா இரண்டாம் உறுப்பு]

16. $f(x) = x - 6,\ g(x) = x^2$

$fog(x) = f(g(x)) = f(x^2)$ $[\because g(x) = x^2]$

$= x^2 - 6$ ...(1)

[இங்கு $f(x) = x - 6$இல், x ஐ x^2 என மாற்ற]

$$gof(x) = g(f(x)) = g(x-6) \quad [\because f(x) = x-6]$$

$$= (x-6)^2 \quad [\text{இங்கு } g(x) = x^2 \text{இல், } x \text{ ஐ } x-6 \text{ என மாற்ற}]$$

$$= x^2 - 12x + 36 \quad \ldots (2)$$

$$[\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$$fog(x) \neq gof(x)$$

17. முதல் 10 இயல் எண்களால் வகுபடக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் 2520 ஆகும்.

குறிப்பு :

$1 = 1$	$6 = 2^1 + 3^1$
$2 = 2^1$	$7 = 7^1$
$3 = 3^1$	$8 = 2^3$
$4 = 2^2$	$9 = 3^2$
$5 = 5^1$	$10 = 2^1 \times 5^1$

$\therefore$ மீ.பொ.ம (1, 2, 3, ..., 10)

$= 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

$= 8 \times 9 \times 5 \times 7$

$= 2520$

18. 8-வது உறுப்பைக் காண $t_n = ar^{n-1}$ என்ற n -வது சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தலாம்.

முதல் உறுப்பு $a = 9$,பொது விகிதம் $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$$t_8 = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{8-1} = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{1}{243}$$

எனவே, பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் 8-வது உறுப்பு $\frac{1}{243}$.

19. $15x^2 + 11x + 2 = 0 \quad \ldots(1)$

$ax^2 + bx + c = 0. \quad \ldots(2)$

(1), (2) ஐ ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது,

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 11^2 - 4 \times 15 \times 2$$

$$= 121 - 120 = 1 > 0.$$

$\therefore$ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமில்லை.

20. $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{bmatrix}, A^T = \begin{bmatrix} 5 & -\sqrt{17} & 8 \\ 2 & 0.7 & 3 \\ 2 & \frac{5}{2} & 1 \end{bmatrix}$

$(A^T)^T = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{bmatrix} = A.$ $\therefore$ நிரூபிக்கப்பட்டது.

21. கொடுக்கப்பட்ட AB = 4 செ.மீ.

AC = 6 செ.மீ.

BD = 1.6 செ.மீ.

CD = 2.4 செ.மீ.

ABT மூலம் $\frac{BD}{DC} = \frac{1.6\times10}{2.4\times10} = \frac{\cancel{16}^{2}}{\cancel{24}_{3}} = \frac{2}{3}$

$\frac{AB}{AC} = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{6}_{3}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

$\therefore$ AD ஆனது ΔABC யில் $\angle A$ -ன் இருசமவெட்டி ஆகும்.

22. இரு புள்ளிகள் தரப்பட்டால் சாய்வு $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$\underset{x_1 \quad y_1}{(5, \sqrt{5})}, \underset{x_2 \quad y_2}{(0, \quad 0)} \quad \therefore m = \frac{0-\sqrt{5}}{0-5} = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

23. $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta - \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}.\cos^2\theta$

$= \tan^2\theta\,(1 - \cos^2\theta) = \tan^2\theta\sin^2\theta$

24. r மற்றும் h என்பன முறையே திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க. இங்கு, உருளையின் வளைபரப்பு = 88 ச.செ.மீ

$2\pi rh = 88$

$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 14 = 88$ (உயரம் h =14 செ.மீ)

$2r = \frac{88\times7}{22\times14} = 2$

ஆகவே, உருளையின் விட்டம் = 2 செ.மீ.

25. கூம்பின் உயரம் மற்றும் ஆரம், h மற்றும் r என்க.

இங்கு, h = 24 செ.மீ, கன அளவு = 11088 க.செ.மீ

$\frac{1}{3}\pi r^2 h = 11088$

$\frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times r^2\times24 = 11088$

$r^2 = 441$

ஆகவே, கூம்பின் ஆரம் r = 21 செ.மீ

26. முதல் n இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம்

$= \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$

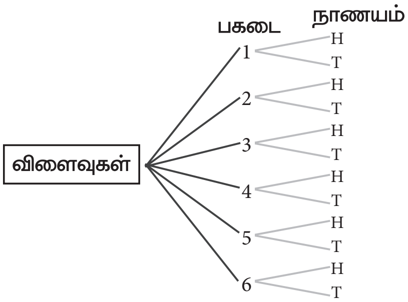
$\therefore$ முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம்

$= \sqrt{\frac{21^2-1}{12}} = \sqrt{\frac{441-1}{12}} = \sqrt{\frac{440}{12}}$

$= \sqrt{36.66} \cong 6.05$

முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம் = 6.05

27. கூறுவெளி,



S = {1H,1T,2H,2T,3H,3T,4H,4T,5H,5T,6H,6T};

n (S) = 12

A ஆனது ஒற்றைப்படை எண் மற்றும் தலைக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

A = {1H, 3H, 5H}; n(A) = 3; $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

28. $3x - 7y - 12 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $3x - 7y + k = 0$.
இந்த நேர்க்கோடானது (6, 4) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதால்,

$$3(6) - 7(4) + k = 0$$
$$k = 28 - 18 = 10$$

எனவே, தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $3x - 7y + 10 = 0$.

பகுதி - III

29. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

$A = \{x \in \mathbb{W} \mid x < 2\} = \{0, 1\}$ [2ஐ விட குறைவான முழுக்கள்]

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 4\} = \{2, 3, 4\}$ [2 லிருந்து 4 வரையிலான இயல் எண்கள்]

$C = \{3, 5\}$

LHS = $A \times (B \cup C)$

$B \cup C = \{2, 3, 4\} \cup \{3, 5\} = \{2,3,4,5\}$

$A \times (B \cup C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times B) \cup (A \times C)$

$(A \times B) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1,3), (1, 4)\}$

$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1,5)\}$

$(A \times B) \cup (A \times C) = (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2),(1, 3), (1, 4), (0, 5), (1, 5)\}$ ...(2)

(1) = (2), LHS = RHS

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

30. கொடுக்கப்பட்ட தொடர் 3 + 33 + 333 + ...+ n உறுப்புகள்

S_n = 3 + 33 + 333 + ...+ n உறுப்புகள் என்க.

= 3(1 + 11 + 111 + ...+ n உறுப்புகள்) [3ஐ பொதுவில் எடுக்க]

= $\frac{3}{9}$ (9 + 99 + 999 + ...to n உறுப்புகள்) [முழுமைக்கும் 9 ஆல் பெருக்கி வகுக்க]

= $\frac{1}{3}$ [(10 –1) + (100 – 1) + (1000 – 1) + ...n உறுப்புகள்]

[$\because$ 9 = 10 – 1, 99 = 100 – 1, 999 = 1000 – 1 மற்றும் பிற]

= $\frac{1}{3}$ [(10 + 10^2 + 10^3 + ...n உறுப்புகள்) – n] [எல்லா அடைப்புக் குறியிலிருந்தும் முதல் மற்றும் இரண்டாம் உறுப்புகளை தனித்தனியே பிரிக்க]

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n\right) = \frac{1}{3}\left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n\right]$$

3 + 33 + 333 + ...+ n உறுப்புகள் = $\frac{10(10^n - 1)}{27} - \frac{n}{3}$

குறிப்பு:
இங்கு $a = 10$,
$r = 10$
$\therefore S_n = a\frac{(r^n - 1)}{r - 1}$

31. அலங்கரிக்க கூடிய பரப்பு $10^2 + 11^2 + 12^2 + \ldots + 24^2$

$= (1^2 + 2^2 + \ldots + 24^2) - (1^2 + 2^2 + \ldots + 9^2)$

$$= \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)_{n=24} - \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)_{n=9}$$

$$= \frac{\cancel{24}^{4}\times 25\times 49}{\cancel{6}} - \frac{\cancel{9}^{3}\times \cancel{10}^{5}\times 19}{\cancel{6}_{\cancel{2}}}$$

$= 4900 - 285 = 4615$

$\therefore$ அவளால் 4615 செ.மீ^{2} பரப்பை அலங்கரிக்க முடியும்.

32.

$$\begin{aligned} 3x - 2y + z &= 2 && \ldots(1)\\ 2x + 3y - z &= 5 && \ldots(2)\\ x + y + z &= 6 && \ldots(3) \end{aligned}$$

(1) மற்றும் (2)ஐக் கூட்ட,

$$\begin{aligned} 3x - 2y + z &= 2 &&\\ 2x + 3y - z &= 5 && (+)\\ \hline 5x + y &= 7 && \ldots(4) \end{aligned}$$

(2) மற்றும் (3)ஐக் கூட்ட,

$$\begin{aligned} 2x + 3y - z &= 5 &&\\ x + y + z &= 6 && (+)\\ \hline 3x + 4y &= 11 && \ldots(5) \end{aligned}$$

$4 \times (4) - (5)$

$$\begin{aligned} 20x + 4y &= 28 &&\\ 3x + 4y &= 11 && (-)\\ \hline 17x &= 17 && \Rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

$x = 1$ என (4)-யில் பிரதியிட, $5 + y = 7 \Rightarrow y = 2$

$x = 1$, $y = 2$ என (3)-யில் பிரதியிட, $1 + 2 + z = 6 \Rightarrow z = 3$

எனவே, $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$

33. $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$

	$11x^2 - 9x - 12$
$11x^2$	$121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$
	$121x^4$
	(−)
$22x^2 - 9x$	$-198x^3 - 183x^2$
	$-198x^3 + 81x^2$
	(+) (−)
$22x^2 - 18x$	$-264x^2 + 216x + 144$
-12	$-264x^2 + 216x + 144$
	(+) (−) (−)
	0

$\therefore \sqrt{121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144}$

$= 11x^2 - 9x - 12$

34. L.H.S $= A^2 - 5A + 7I_2$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (9-1) & (3+2) \\ (-3-2) & (-1+4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$5A = 5\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix}$$

$$7I_2 = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - 5A + 7I_2 = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

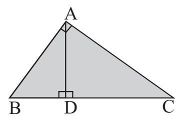
எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

35. **கூற்று :** ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

நிரூபணம் கொடுக்கப்பட்டது : $\Delta ABC, \angle A = 90^\circ$

நிரூபிக்க : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

அமைப்பு : $AD \perp BC$ வரைக.



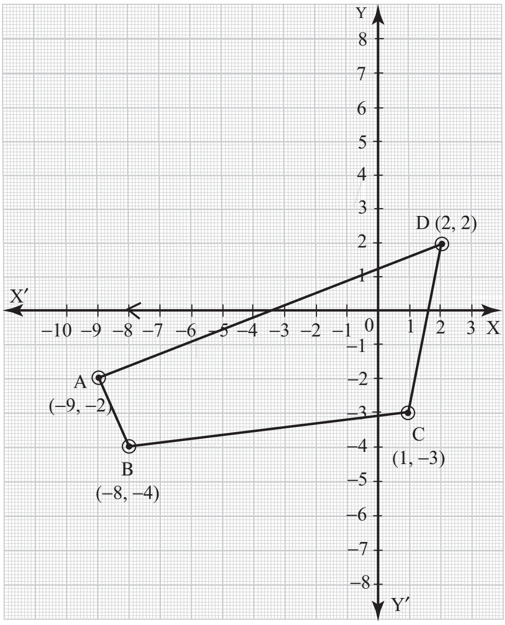
எண்	கூற்று	காரணம்
1.	ΔABC மற்றும் ΔABD- ஐ ஒப்பிடுக. $\angle B$ பொதுவானது $\angle BAC = \angle BAC\ 90^\circ$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta ABD$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta ABD$ $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$ $AB^2 = BC \times BD$ ... (1)	$\angle BAC = 90^\circ$ கொடுக்கப்பட்டது மற்றும் $\angle BDA = 90^\circ$ அமைப்பிலிருந்து AA விதிமுறைப்படி
2.	ΔABC மற்றும் ΔADC-ஐ ஒப்பிடுக $\angle C$ பொதுவானது $\angle BAC = \angle ADC\ 90^\circ$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta ABD$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta ADC$ $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$ $AC^2 = BC \times DC$ ... (2)	$\angle BAC = 90^\circ$ கொடுக்கப்பட்டது மற்றும் $\angle CDA = 90^\circ$ அமைப்பிலிருந்து AA விதிமுறைப்படி

(1) மற்றும் (2) -ஐக் கூட்ட நாம் பெறுவது,

$$AB^2 + AC^2 = BC \times BD + BC \times DC$$
$$= BC(BD + DC) = BC \times BC$$
$$AB^2 + AC^2 = BC^2.$$

தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

36.



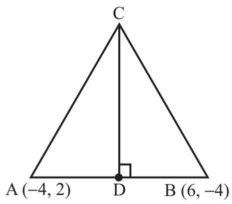
$$A\begin{pmatrix}-9 & -2\\ x_1 & y_1\end{pmatrix}, B\begin{pmatrix}-8, & -4\\ x_2 & y_2\end{pmatrix}, C\begin{pmatrix}1, & -3\\ x_3 & y_3\end{pmatrix}, D\begin{pmatrix}2, & 2\\ x_4 & y_4\end{pmatrix}$$

நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -9 & -8 & 1 & 2 & -9 \\ -2 & -4 & -3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{1}{2}[(36+24+2-4)-(16-4-6-18)] = \frac{1}{2}[58-(-12)] = \frac{1}{2}(70) = 35$ சதுர அலகுகள்

37. நடுப்புள்ளி $M(x, y) = \frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}$



AB யின் நடுப்புள்ளி D

$\Rightarrow D = \left(\frac{-4+6}{2}, \frac{2+(-4)}{2}\right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{-2}{2}\right) = (1, -1)$

ABயின் சாய்வு $= \frac{-4-2}{6-(-4)} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}$

$\therefore$ CDயின் சாய்வு $= \frac{-1}{-3/5} = \frac{5}{3}$ $[\because CD \perp AB]$

$\therefore$ CD யின் சமன்பாடு

$y-(-1) = \frac{5}{3}(x-1)$

$3(y+1) = 5x-5 \Rightarrow 3y+3 = 5x-5$

$5x - 3y - 8 = 0$ தேவையான கோட்டின் சமன்பாடு ஆகும்.

38.

$$\text{L.H.S} = \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} = \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} \times \frac{\sqrt{1+\sin\theta}}{\sqrt{1+\sin\theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}} = \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$= \sec\theta + \tan\theta \quad \text{... (1)}$$

$$\sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} = \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} \times \frac{\sqrt{1-\sin\theta}}{\sqrt{1-\sin\theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}} = \frac{1-\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}} = \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$= \sec\theta - \tan\theta \quad \text{... (2)}$$

$$(1) + (2) \Rightarrow \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} + \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} = \sec\theta + \tan\theta + \sec\theta - \tan\theta$$

$$= 2\sec\theta = \text{R.H.S}$$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

39. சிறிய உலோகப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை n என்க.

சிறிய மற்றும் பெரிய உலோகப் பந்துகளின் ஆரங்கள் முறையே r மற்றும் R என்க.

இங்கு, R = 16 செ.மீ, r = 2 செ.மீ.

தற்போது n × (ஒரு சிறிய உலோகப் பந்தின் கனஅளவு) = பெரிய உலோகப் பந்தின் கனஅளவு

$$n\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{4}{3}\pi r R^3$$

$$n\left(\frac{4}{3}\pi \times 2^3\right) = \frac{4}{3}\pi \times 16^3$$

$$8n = 4096$$ எனவே $n = 512$

ஆகவே, சிறிய உலோகப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை 512 ஆகும்.

40.

x	$d = x - \overline{x}$	d^2
24	–6	36
26	–4	16
33	3	9
37	7	49
29	–1	1
31	1	1
180	$\Sigma d = 0$	112

$$\overline{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{180}{6} = 30$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}} = \sqrt{\frac{112}{6}} = \sqrt{18.66} = 4.32$$

∴ மாறுபாட்டுக் கெழு $\text{C.V} = \frac{\sigma}{x} \times 100\%$

$$\text{C.V} = \frac{4.32}{30} \times 100\% = 14.4\%$$

41. இரண்டு பகடைகள் ஒரு முறை உருட்டுவதால்

$$S = \begin{Bmatrix} (1,1), & (1,2), & (1,3), & (1,4), & (1,5), & (1,6) \\ (2,1), & (2,2), & (2,3), & (2,4), & (2,5), & (2,6) \\ (3,1), & (3,2), & (3,3), & (3,4), & (3,5), & (3,6) \\ (4,1), & (4,2), & (4,3), & (4,4), & (4,5), & (4,6) \\ (5,1), & (5,2), & (5,3), & (5,4), & (5,5), & (5,6) \\ (6,1), & (6,2), & (6,3), & (6,4), & (6,5), & (6,6) \end{Bmatrix}$$

$$n(S) = 36$$

முதல் பகடையில் இரட்டைப் படை எண் கிடைப்பது A என்க.

$$A = \begin{Bmatrix} (2,1), & (2,2), & (2,3), & (2,4), & (2,5), & (2,6) \\ (4,1), & (4,2), & (4,3), & (4,4), & (4,5), & (4,6) \\ (6,1), & (6,2), & (6,3), & (6,4), & (6,5), & (6,6) \end{Bmatrix}$$

$$n(A) = 18 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36}$$

முகமதிப்புகளின் கூடுதல் 8 கிடைப்பது B என்க.

$$B = \{(2, 6), (3,5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$$

$$n(B) = 5$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

$$(A \cap B) = \{(2, 6), (4, 4), (6, 2)\}$$

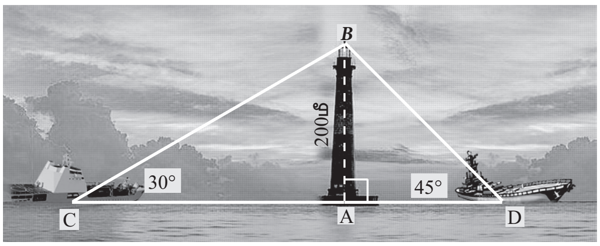
$$n(A \cap B) = 3$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{18}{36} + \frac{5}{36} - \frac{3}{36} = \frac{18+5-3}{36} = \frac{\cancel{20}^{5}}{\cancel{36}_{9}} = \frac{5}{9}$$

42. கலங்கரை விளக்கம் AB என்க. C மற்றும் D என்பன இரு கப்பல்கள் இருக்கும் இடங்கள் என்க.



மேலும், AB = 200 மீ. $\angle ACB = 30°$, $\angle ADB = 45°$

செங்கோண ΔBAC –ல்

$$\tan 30° = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{200}{AC} \Rightarrow AC = 200\sqrt{3} \qquad ...(1)$$

செங்கோண ΔBAD-ல் $\tan 45° = \frac{AB}{AD}$

$$1 = \frac{200}{AD} \Rightarrow AD = 200 \quad ...(2)$$

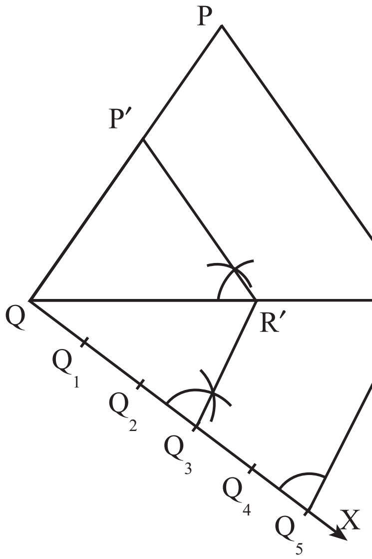
Now, $CD = AC + AD = 200\sqrt{3} + 200$ [(1) , (2)-லிருந்து]

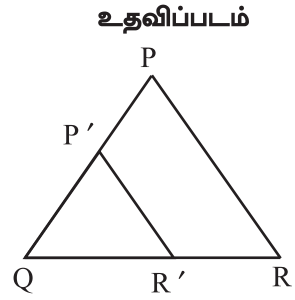
$CD = 200(\sqrt{3} + 1) = 200 \times 2.732 = 546.4$

இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு 546.4 மீ ஆகும்.

பகுதி - IV

43. (அ) PQR ஆனது கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ஆகும். PQR என்ற முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்கு $\frac{3}{5}$ அளவுடைய ஒத்த பக்கங்களின் மற்றொரு முக்கோணத்தை அமைப்போம்.





வரைதலின் படிகள்

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக் கொண்டு ΔPQR வரைக.
2. QRஎன்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு, QX என்ற கதிரை P என்ற முனைப் புள்ளிக்கு எதிர் திசையில் வரைக.
3. QX-யின் மீது Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 மற்றும் Q_5 என்ற 5 புள்ளிகளை ($\frac{3}{5}$ -யில் 3 மற்றும் 5 ஆகியவற்றில் பெரியது 5 என்பதால்) $QQ_1 = Q_1Q_2 = Q_2Q_3 = Q_3Q_4 = Q_4Q_5$ என்றவாறு குறிக்கவும்.
4. Q_5R -ஐ இணைத்து Q_3-யிலிருந்து (3-வது புள்ளி, அதாவது $\frac{3}{5}$-யில் 3 மற்றும் 5 ஆகியவற்றில் சிறியது) Q_5R-க்கு இணையாக ஒரு கோடு வரைக. இது QR-ஐ R′-யில் சந்திக்கிறது.
5. R′ -லிருந்து RP-க்கு இணையாக வரையப்படும் கோடு QP-ஐ P′-யில் சந்திக்கிறது.

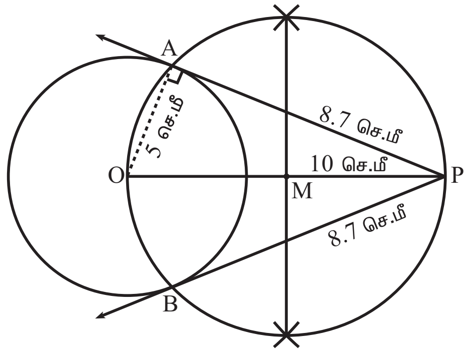
$\Delta P'QR'$ -யின் பக்கங்கள் ΔPQR -ன் ஒத்த பக்கங்களின் அளவில் 5-ல் 3 பங்கு ஆகும்.

$\Delta P'QR'$ ஆனது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

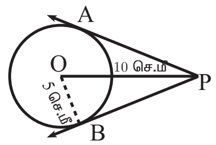
(அல்லது)

(ஆ) ஆரம் = 5 செ.மீ.

வட்டத்தின் மையத்திற்கும் வெளியில் உள்ள புள்ளிக்கும் இடையே உள்ள தூரம் = 10 செ.மீ.



உதவிப்படம்



வரைமுறை :

படி : 1 O-வை மையமாகக் கொண்டு, 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக.

படி : 2 O விலிருந்து 10 செ.மீ தொலைவில் P என்ற புள்ளியைக் குறித்து OP யை வரைக.

படி : 3 OP க்கு மையக்குத்துக்கோடு வரைக. அது OP ஐ M -ல் சந்திக்கட்டும்.

படி : 4 M ஐ மையமாகவும் MO ஆரமாகவும் கொண்டு வரையப்படும் வட்டமானது முந்தைய வட்டத்தை A மற்றும் B யில் வெட்டுகிறது.

படி : 5 AP மற்றும் BP யை இணைக்கவும். AP மற்றும் BP தேவையான தொடுகோடுகள் ஆகும். தொடுகோட்டின் நீளம் PA = PB = 8.7 செ.மீ.

சரிபார்த்தல் :

ΔOPA யில் $\angle OAP = 90°$; $PA = \sqrt{OP^2 - OA^2}$

$PA = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{100-25} = \sqrt{75} \cong$ 8.7 செ.மீ. (தோராயமாக)

44. (அ)

x	2	4	6	8
$y = \frac{1}{2}x$	1	2	3	4

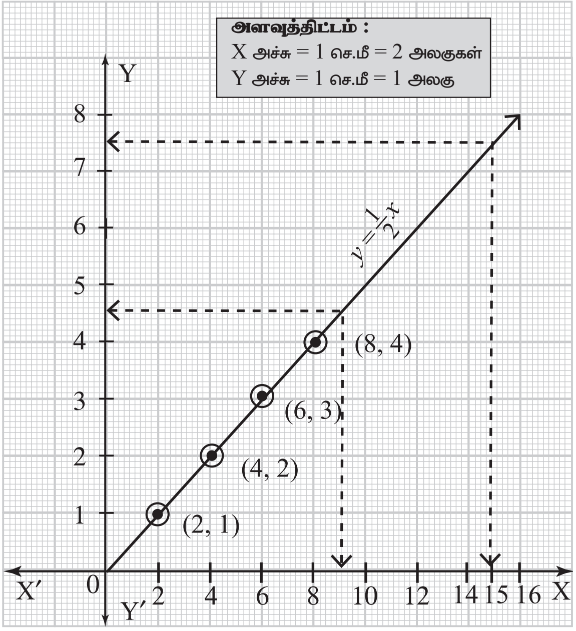
மேலுள்ள அட்டவணையிலிருந்து x அதிகரிக்கும் போது y யும் அதிகரிப்பதை காண்கிறோம். ஆகையால் இது நேர்மாறு ஆகும்.

நாம் பெறுவது $y \alpha x$ (i.e.) $y = kx \Rightarrow \frac{y}{x} = k$, இங்கு k ஒரு விகிதசம மாறிலியாகும்.

அட்டவணையிலிருந்து நாம் பெறுவது $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = k.$

$\therefore$ நாம் பெறுவது $k = \frac{1}{2}.$

(2, 1), (4, 2), (6, 3) மற்றும் (8, 4) என்ற புள்ளிகளை குறிக்கவும் மற்றும் அவைகளை இணைக்கவும்.



∴ உறவு $y = \frac{1}{2}x$ படத்தில் உள்ளவாறு நேர்க்கோட்டை வெளிப்படுத்தும்.

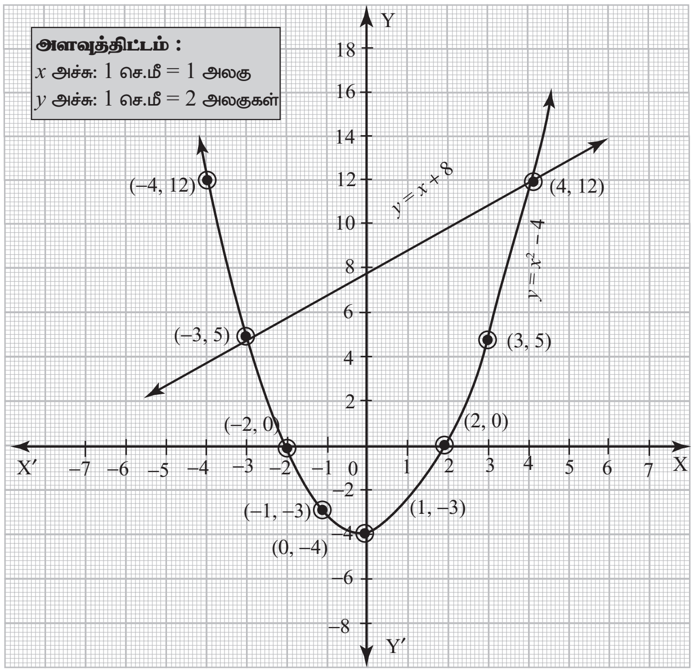
படத்திலிருந்து நாம் காண்பது,

(i) $x = 9$ எனில் $y = 4.5$ (ii) $y = 7.5$ எனில் $x = 15$

(அல்லது)

(ஆ) படி 1 : $y = x^2 - 4$ என்ற சமன்பாட்டின் மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துக.

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
– 4	–4	–4	–4	–4	–4	–4	–4	–4	–4
$x^2 - 4$	12	5	0	–3	–4	–3	0	5	12



படி 2 : $x^2 - x - 12 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்பதற்கு, முதலில்

$y = x^2 - 4$ லிருந்து

$x^2 - x - 12 = 0$ ஐ கழிக்க வேண்டும்.

எனவே,

$$\begin{aligned} x^2 - 4 &= y \\ x^2 - x - 12 &= 0 \\ (-)\ (+)\ (+) &\quad (-) \\ \hline x + 8 &= y \end{aligned}$$

$y = x + 8$ என்பது நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு ஆகும்.

படி 3 : $y = x + 8$ நேர்க்கோட்டின் மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துக.

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
$x + 8$	4	5	6	7	8	9	10	11	12

படி 4 : $y = x^2 - 4$ என்ற பரவளையம் மற்றும் $y = x + 8$ என்ற நேர்க்கோடு வெட்டும் புள்ளிகள் $(-3, 5)$ மற்றும் $(4, 12)$. இப்புள்ளிகள் x -ஆயத்தொலைவுகள் – 3 மற்றும் 4 ஆகும். எனவே சமன்பாடு $x^2 - x - 12 = 0$ -யின் தீர்வுகள் – 3 மற்றும் 4 ஆகும்.

☸☸☸☸☸