SURA'S
திருத்தியமைக்கப்பட்ட புதிய 2023 பாடநூலின்படி
தயாரிக்கப்பட்ட சுரா-வின் 2023-24 பதிப்பு
ENGLISH மற்றும் தமிழ் மீடியம்
10th Std
School Guides
100% SUCCESS
Available in All Leading Bookshops
call @
8124201000
8124301000
Buy@surabooks.com
2023-24 EDITION
Available on
surabooks.com
Limited stock Only
சுராவின் தமிழ் உரைநூல்
SMART ENGLISH
MATHEMATICS
SCIENCE
SOCIAL SCIENCE
சுராவின் கணக்கு
சுராவின் அறிவியல்
சுராவின் சமூக அறிவியல்
SMART ENGLISH with Bilingual approach
தமிழ் விளக்கங்களுடன்

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

சுராவின்

கணக்கு

10ஆம் வகுப்பு

இலவசம்
சுய மதிப்பீடு
பயிற்சி நூல்

புதிய பாடப்புத்தகத்தின்படி தயாரிக்கப்பட்டது

சிறப்பம்சங்கள்

- பாடப்பகுதிகளிலுள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் முழுமையான, எளிமையான விடைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- ஒவ்வொரு பாடத்திலும் மிகுதியான அளவில் கூடுதல் வினா விடைகள் தரப்பட்டுள்ளன.
- ஒவ்வொரு பாடத்தின் இறுதியிலும் அலகுத் தேர்வு வினாத்தாள் விடைகளுடன் தரப்பட்டுள்ளது.
- மாதிரி வினாத்தாள்கள் 1 முதல் 6 வரை (PTA) வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- அரசு மாதிரி வினாத்தாள் 2019 **[Govt. MQP- 2019]**, காலாண்டு பொதுத்தேர்வு 2019 **[QY- 2019]**, அரையாண்டு பொதுத்தேர்வு 2019 **[HY- 2019]**, அரசு துணைத்தேர்வு செப்டம்பர் 2020 & 2021 **[செப் - 2020 & 2021]**, முதல் மற்றும் இரண்டாம் திருப்புதல் தேர்வு 2022 **[FRT & SRT- 2022]**, அரசு பொதுத் தேர்வு மே 2022 **[மே - 2022]** மற்றும் உடனடித் தேர்வு ஆகஸ்ட் 2022 **[ஆகஸ்ட் - 2022]** வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- உடனடித் தேர்வு ஆகஸ்ட் 2022 வினாக்கள் விடைகளுடன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

சுரா பப்ளிகேஷன்ஸ்
சென்னை

For Orders Contact

80562 94222 / 81242 01000 / 81243 01000
96001 75757 / 78718 02000 / 98409 26027

orders@surabooks.com

PH: 9600175757 / 8124201000

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

பொருளடக்கம்

பாட எண்	பாடத் தலைப்பு	பக்க எண்.
1	உறவுகளும் சார்புகளும்	1 - 26
2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	27 - 64
3	இயற்கணிதம்	65 - 136
4	வடிவியல்	137 - 176
5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	177 - 206
6	முக்கோணவியல்	207 - 232
7	அளவியல்	233 - 254
8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	255 - 284
உடனடித் தேர்வு ஆகஸ்ட் - 2022 வினாத்தாள் விடைகளுடன்		285 - 300

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

TO ORDER WITH US

SCHOOLS and TEACHERS:

We are grateful for your support and patronage to **'SURA PUBLICATIONS'**
Kindly prepare your order in your School letterhead and send it to us.
For Orders contact: 81242 01000 / 81243 01000

DIRECT DEPOSIT

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **36550290536**
Bank Name	: **STATE BANK OF INDIA**
Bank Branch	: Padi
IFSC	: SBIN0005083

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **21000210001240**
Bank Name	: **UCO BANK**
Bank Branch	: Anna Nagar West
IFSC	: UCBA0002100

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **6502699356**
Bank Name	: **INDIAN BANK**
Bank Branch	: Asiad Colony
IFSC	: IDIB000A098

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **1154135000017684**
Bank Name	: **KVB BANK**
Bank Branch	: Anna Nagar
IFSC	: KVBL0001154

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **13240200032412**
Bank Name	: **FEDERAL BANK**
Bank Branch	: Anna Nagar
IFSC	: FDRL0001324

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **50200031530945**
Bank Name	: **HDFC BANK**
Bank Branch	: Cenotaph Road, Teynampet
IFSC	: HDFC0001216

A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **446205000010**
Bank Name	: **ICICI BANK**
Bank Branch	: Anna Nagar
IFSC	: ICIC0004462

After Deposit, please send challan and order to our address.
email to : orders@surabooks.com / Whatsapp : 81242 01000.

G Pay **For Google Pay : 98409 26027**

For PhonePe : 98409 26027

DEMAND DRAFT / CHEQUE

Please send Demand Draft / cheque in favour of **'SURA PUBLICATIONS'** payable at **Chennai**. The Demand Draft / cheque should be sent with your order in School letterhead.

STUDENTS :

Order via Money Order (M/O) to

SURA PUBLICATIONS
1620, 'J' Block, 16th Main Road, Anna Nagar, Chennai - 600 040.
Phones : 044-4862 9977, 044-4862 7755.
Mobile : 96001 75757 / 81242 01000 / 81243 01000.
email : orders@surabooks.com Website : www.surabooks.com

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம் 1

உறவுகளும் சார்புகளும்

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- A உடன் B -க்கான கார்டீசியன் பெருக்கலை $A\times B = \{(a,b)$ அனைத்து $a \in A,\ b \in B\}$ என வரையறுக்கலாம்.
- A-லிருந்து B-க்கான உறவு R ஆனது, AB-யின் உட்கணமாகும். அதாவது, $R \subseteq A\times B$.
- X லிருந்து Y க்கான உறவு f-ல் ஒவ்வொரு $x \in X$ க்கும் ஒரே ஒரு $y \in Y$ உண்டு எனில், அதை சார்பு என்கிறோம்.
- ஒரு சார்பைப் பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்
  (i) அம்புக் குறிபடம் (ii) அட்டவணை முறை
  (iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் (iv) வரைபட முறை
- சில வகையான சார்புகளாவன
  (i) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு (ii) மேல் சார்பு
  (iii) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு (iv) உட்சார்பு (iv) வரைபட முறை
- சமனிச் சார்பு $f(x) = x$.
- தலைகீழ்ச் சார்பு $f(x) = \dfrac{1}{x}$
- மாறிலிச் சார்பு $f(x) = c$.
- நேரியச் சார்பு $f(x) = ax + b,\ a \neq 0$.
- இருப்படிச் சார்பு $f(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$.
- முப்படிச் சார்பு (கனச்சார்பு) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ a \neq 0$.
- A, B மற்றும் C ஆகியவை மூன்று வெற்றில்லா கணங்கள், $f : A \to B$, $g : B \to C$ ஆகியவை இரண்டு சார்புகள் எனில், $g\ o\ f : A \to C$ என்ற f மற்றும் g சார்புகளின் சேர்ப்பை $gof\,(x) = g(f(x))$ (அனைத்து $x \in A$) என வரையறுக்கலாம்.
- f, g ஆகியவை ஏதேனும் இரு சார்புகள் எனில், பொதுவாக $f\ o\ g \neq g\ o\ f$.
- f, g மற்றும் h ஏதேனும் மூன்று சார்புகள் எனில் $f\ o\ (g\ o\ h) = (f\ o\ g)\ o\ h$.

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or Available at All Leading Bookstores

பயிற்சி 1.1

1. பின்வருவனவற்றிற்கு A × B, A × A மற்றும் B ×A ஐக் காண்க.
(i) A = {2,−2,3} மற்றும் B ={1,−4}
(ii) A= B ={*p*, *q*}
(iii) A= {*m*, *n*} ; B = ϕ [பிடிஏ - 1; FRT - 2022]

தீர்வு. (i) A = {2, –2, 3}, B = {1, –4}
A × B = {(2, 1), (2, –4), (–2, 1), (–2, –4), (3, 1), (3, –4)}
A × A = {(2, 2), (2, –2), (2, 3), (–2, 2), (–2, –2), (–2, 3), (3, 2), (3, –2), (3, 3)}
B × A = {(1, 2), (1, –2), (1, 3), (–4, 2), (–4, –2), (–4, 3)}
(ii) A = B = {(*p*, *q*)
A × B = {(*p*, *p*), (*p*, *q*), (*q*, *p*), (*q*, *q*)}
A × A = {(*p*, *p*), (*p*, *q*), (*q*, *p*), (*q*, *q*)}
B × A = {(*p*, *p*), (*p*, *q*), (*q*, *p*), (*q*, *q*)}
(iii) A = {*m*,*n*}; B = ϕ
A × B = { }
A × A = {(*m*,*m*), (*m*,*n*), (*n*, *m*), (*n*, *n*)}
B × A = { }

2. A = {1, 2, 3}, மற்றும் B = {*x* | *x* என்பது 10-ஐ விடச் சிறிய பகா எண்} எனில், A × B மற்றும் B × A ஆகியவற்றைக் காண்க. [மே - 2022]

தீர்வு. A = {1, 2, 3}, B = {2, 3, 5, 7}
A × B = {(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)}
B × A = {(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (7, 1), (7, 2), (7, 3)}

3. B × A={(−2, 3),(−2, 4),(0, 3),(0, 4),(3, 3), (3, 4)} எனில், A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க. [Qy..-2019]

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட B × A = {(–2, 3), (–2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)}
இங்கு B = { –2, 0, 3}
[எல்லா வரிசைச் சோடிகளின் முதல் உறுப்பு]
மற்றும் A = {3, 4}
[எல்லா வரிசைச் சோடிகளின் இரண்டாம் உறுப்பு]

4. A ={5, 6}, B = {4, 5, 6}, C ={5, 6, 7}எனில், A × A = (B × B)∩(C × C) எனக் காட்டுக. [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு. A = {5, 6}, B = {4, 5, 6},C = {5, 6, 7}
A × A = {(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)} ...(1)
B × B = {(4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)} ...(2)
C × C = {(5, 5), (5, 6), (5, 7), (6, 5), (6, 6), (6, 7), (7, 5), (7, 6), (7, 7)} ...(3)
(B × B) ∩ (C × C) = {(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)} ...(4)
(1) = (4)
A × A = (B × B) ∩ (C × C)
எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. A ={1, 2, 3}, B = {2, 3, 5}, C = {3, 4} மற்றும் D = {1, 3, 5}, எனில் (A∩C) × (B∩D) = (A × B) ∩ (C × D) என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும். [Qy. - 2019]

தீர்வு. LHS = {(A ∩ C) × (B ∩ D)
A ∩ C = {3}
B ∩ D = {3, 5}
(A ∩ C) × (B ∩ D) = {(3, 3) (3, 5)} ...(1)
RHS = (A × B) ∩ (C × D)
A × B = {(1,2),(1,3),(1,5),(2,2),(2,3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5)}
C × D ={(3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)}
(A × B) ∩ (C × D) = {(3, 3), (3, 5)} ...(2)
∴ (1) = (2) எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. A={*x* ∈ 𝕎 |*x* < 2}, B = {*x*∈ ℕ |1 < *x* ≤ 4} மற்றும் C = {3, 5}எனில் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க.
(i) A × (B∪C) =(A × B)∪(A × C) [பிடிஏ - 2]
(ii) A×(B∩C) = (A × B)∩(A × C) [பிடிஏ - 5; செப். - 2021]
(iii) (A∪B) × C = (A×C)∪(B × C)

தீர்வு.
(i) **A × (B ∪ C) = (A × B) ∪ (A × C)**
A = {*x* ∈ 𝕎 |*x* < 2}= {0, 1}
[2ஐ விட குறைவான முழுக்கள்]
B = {*x*∈ ℕ |1 < *x* ≤ 4}={2, 3, 4}
[2 லிருந்து 4 வரையிலான இயல் எண்கள்]
C = {3, 5}
LHS = A × (B ∪ C)
B ∪ C = {2, 3, 4} ∪ {3, 5}={2,3,4,5}
A × (B ∪ C) = {(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4),(1, 5)}...(1)
RHS = (A × B) ∪(A × C)
(A × B) = {(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1,3), (1, 4)}
(A × C) = {(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1,5)}
(A × B) ∪ (A × C) = (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (0, 5), (1, 5)} ...(2)
(1) = (2), LHS = RHS
எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

(ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

LHS = $A \times (B \cap C)$

$(B \cap C) = \{3\}$

$A \times (B \cap C) = \{(0, 3), (1, 3)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times B) \cap (A \times C)$

$(A \times B) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$

$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(0, 3), (1, 3)\}$ ...(2)

$(1) = (2) \Rightarrow$ LHS = RHS.

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

LHS = $(A \cup B) \times C$

$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$(A \cup B) \times C = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3,3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times C) \cup (B \times C)$

$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$(B \times C) = \{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$

$(A \times C) \cup (B \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$ ...(2)

$(1) = (2) \therefore$ LHS = RHS. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

7. A என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், கீழ்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க.

(i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ [செப். - 2020]

(ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

[பிடிஏ - 1; மே - 2022]

தீர்வு. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{2, 3, 5, 7\}$;

$C = \{2\}$

[$\because$ ஒரே இரட்டைப்படை பகா எண் 2 மட்டுமே ஆகும்]

(i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$

LHS = $(A \cap B) \times C$

$A \cap B = \{2, 3, 5, 7\}$

$(A \cap B) \times C = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times C) \cap (B \times C)$

$(A \times C) = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$

$(B \times C) = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$

$(A \times C) \cap (B \times C) = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ...(2)

$(1) = (2)$

$\therefore$ LHS = RHS. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

LHS = $A \times (B - C)$

$(B - C) = \{3, 5, 7\}$

$A \times (B - C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times B) - (A \times C)$

$(A \times B) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 2), (7, 3), (7, 5), (7,7)\}$

$(A \times C) = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$

$(A \times B) - (A \times C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$ ...(2)

$(1) = (2) \Rightarrow$ LHS = RHS. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

பயிற்சி 1.2

1. $A = \{1,2,3,7\}$ மற்றும் $B = \{3,0,-1,7\}$. எனில், பின்வருவனவற்றில் எவை A-லிருந்து B-க்கான உறவுகளாகும்? [செப். - 2021]

(i) $\mathbb{R}_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$

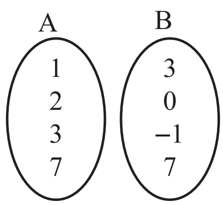
(ii) $\mathbb{R}_2 = \{(-1, 1)\}$

(iii) $\mathbb{R}_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$ [FRT - 2022]

(iv) $\mathbb{R}_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட கணம் $A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும் $B = \{3, 0, -1, 7\}$ ஆகும்.

(i) $R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$



$1 \notin B$ என்பதால் 2 மற்றும் 7 ஐ ஒன்றோடு தொடர்பிட முடியாது.

$\therefore R_1$ உறவில்லை.

(ii) $R_2 = \{(-1, 1)\}$

-1ஐ ஒன்றோடு தொடர்பிட முடியாது ஏனெனில் $-1 \notin A$ மற்றும் $1 \notin B$

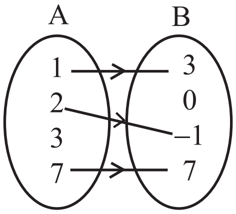
$\therefore R_2$ உறவில்லை

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

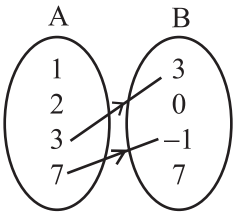
This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

(iii) $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$



2 ஐ –1ம், 7 ஐ 7ம் மற்றும் 1 ஐ 3ம் தொடர்பிடுவதால். R_3 உறவாகும்.

(iv) $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$



(7, –1) மற்றும் (3, 3) ஜோடி உண்டு.

$0 \notin A$ ஆதலால் (0,3). மற்றும் (0, 7) ஜோடி இல்லை.

$\therefore R_4$ உறவில்லை.

2. A={1, 2, 3, 4,...,45} மற்றும் R என்ற உறவு "A - யின் மீது ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கப்பட்டால். ℝ -ஐ A × A -யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும் ℝ-க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க. [செப். - 2021]

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட கணம் A ={1, 2, 3, 4, . . . 45}

$\therefore A \times A = \{(1, 1)\ (1, 2)\ (1,3)\ \ldots\ (1, 45)\ (2, 1)\ (2, 2)\ \ldots\ (2, 45) \ldots (45, 1)\ (45, 2)\ (45, 3)\ \ldots\ (45, 45)\}$ ... (1)

R ஓர் எண்ணின் வர்க்கம் என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$\therefore R = \{(1,1)\ (2,4)\ (3,9)\ (4,16)\ (5, 25)\ (6,36)\}$... (2)

[∵ 1இன் வர்க்கம் 1, 2 இன் வர்க்கம் 4 மற்றும் பிற]

(1) மற்றும் (2)லிருந்து, A × A இன் உட்கணம் R ஆகும்.

$\therefore R \subset A \times A$

R க்கான மதிப்பகம் = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

[(2)ல் உள்ள எல்லா வரிசை சோடிகளின் முதல் உறுப்பு]

R இன் வீச்சகம் = {1, 4, 9, 16, 25, 36}

[(2)ல் உள்ள எல்லா வரிசை சோடிகளின் இரண்டாம் உறுப்பு]

3. ℝ என்ற ஒரு உறவு $\{(x, y) / y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் கண்டறிக. [பிடிஏ - 5]

தீர்வு. $ℝ = \{(x, y) / y = x + 3\}$ மற்றும் $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

$x = 0$ எனில், $y = 0 + 3 = 3$ [$\because y = x + 3$]
$x = 1$ எனில், $y = 1 + 3 = 4$
$x = 2$ எனில், $y = 2 + 3 = 5$
$x = 3$ எனில், $y = 3 + 3 = 6$
$x = 4$ எனில், $y = 4 + 3 = 7$
$x = 5$ எனில், $y = 5 + 3 = 8$

$\therefore ℝ = \{(0, 3),(1, 4),(2, 5),(3, 6),(4, 7), (5, 8)\}$

$\therefore$ ℝஇன் மதிப்பகம் = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

[ℝ இல் உள்ள எல்லா முதல் உறுப்பு]

ℝ இன் வீச்சகம் = {3, 4, 5, 6, 7, 8}

[ℝ இல் உள்ள எல்லா இரண்டாம் உறுப்பு]

4. கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும் (1) அம்புக்குறி படம் (2) வரைபடம் (3) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.

(i) $\{(x, y) | x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}$

(ii) $\{(x, y) | y = x + 3$, x, y ஆகியவை இயல் எண்கள் $< 10\}$ [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு. (i) $R = \{(x, y) | x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}$ மற்றும் $y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

$x = 2$ எனில், $y = \frac{x}{2} = \frac{2}{2} = 1$

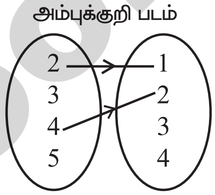
[$\because x = 2y \Rightarrow y = \frac{x}{2}$]

$x = 3$ எனில், $y = \frac{3}{2}$

$x = 4$ எனில், $y = \frac{4}{2} = 2$

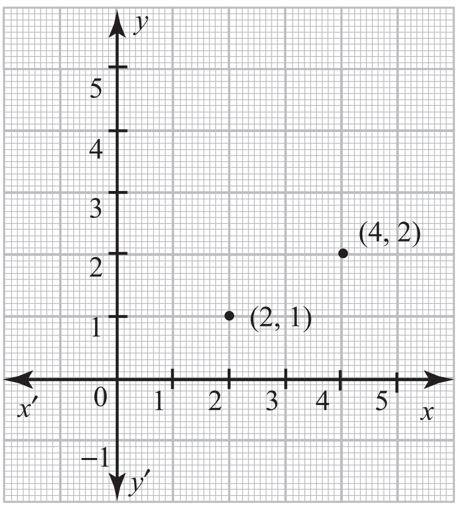
$x = 5$ எனில், $y = \frac{5}{2}$

(1) அம்புக்குறி படம்



$(3, \frac{3}{2})$ மற்றும் $(5, \frac{5}{2})$ ஜோடி இல்லை

(2)



(3) பட்டியல் முறை : R = {(2, 1), (4, 2)}

(ii) $R = \{(x, y) | y = x + 3$,

x மற்றும் y இயல் எண்கள் < 10

$x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

[$\because x$ மற்றும் y 10ஐ விட குறைவான இயல் எண்கள்]

கொடுக்கப்பட்ட $y = x + 3$

$x = 1$ எனில், $y = 1 + 3 = 4$
$x = 2$ எனில், $y = 2 + 3 = 5$
$x = 3$ எனில், $y = 3 + 3 = 6$

www.surabooks.com

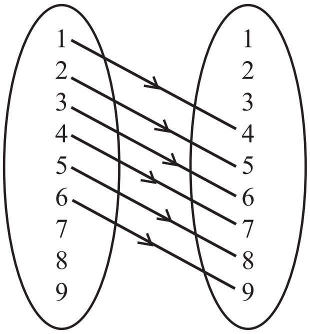
orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

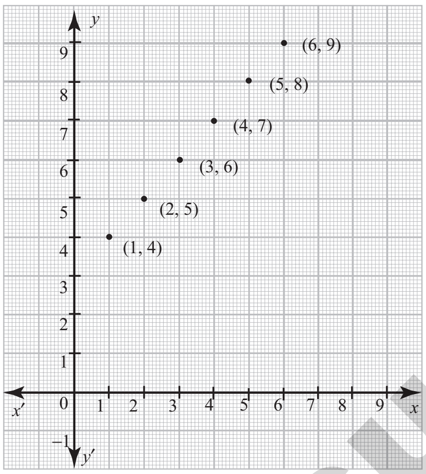
$x = 4$ எனில், $y = 4 + 3 = 7$
$x = 5$ எனில், $y = 5 + 3 = 8$
$x = 6$ எனில், $y = 6 + 3 = 9$
$x = 7$ எனில், $y = 7 + 3 = 10$
$x = 8$ எனில், $y = 8 + 3 = 11$ $[10, 11, 12 \notin y]$
$x = 9$ எனில், $y = 9 + 3 = 12$

R = {(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)}

(1)



(2)



(3) R = {(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)}

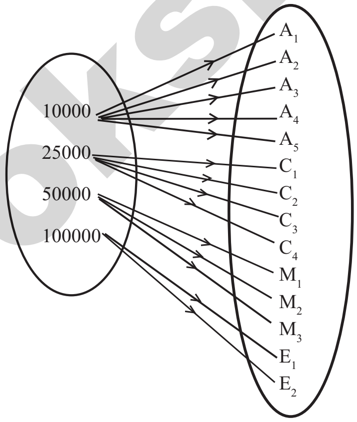
5. ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளர்கள் (A), எழுத்தர்கள் (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E). ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ₹10,000, ₹25,000, ₹50,000 மற்றும் ₹1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4 மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள்; C_1, C_2, C_3, C_4 ஆகியோர் எழுத்தர்கள்; M_1, M_2, M_3 ஆகியோர்கள் மேலாளர்கள் மற்றும் E_1, E_2 ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர். $x \mathbb{R} y$ என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில் $\mathbb{R}$ என்ற உறவை , வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அம்புக்குறி படம் மூலமாவும் குறிப்பிடுக.

தீர்வு.
A – உதவியாளர்கள் → A_1, A_2, A_3, A_4, A_5
C – எழுத்தர்கள் → C_1, C_2, C_3, C_4
M – மேலாளர்கள் → M_1, M_2, M_3
E – நிர்வாகிகள் → E_1, E_2

xRy என்ற உறவில் x என்பது உதவியாளர்களுக்கு ₹10,000, எழுத்தர்களுக்கு ₹25,000, மேலாளர்களுக்கு ₹50,000 மற்றும் நிர்வாகிகளுக்கு ₹1,00,000 கொடுக்கப்படும் ஊதியமாகும்.

(a) ∴R = {(10,000, A_1), (10,000, A_2), (10,000, A_3), (10,000, A_4), (10,000, A_5), (25,000, C_1), (25,000, C_2), (25,000, C_3), (25,000, C_4) (50,000, M_1), (50,000, M_2), (50,000, M_3), (1,00,000, E_1), (1,00,000, E_2)}

(b) அம்புக்குறி படம் :



பயிற்சி 1.3

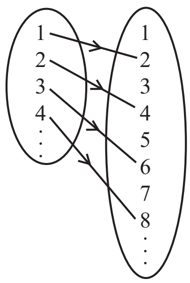
1. $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}$ மற்றும் $y = 2x\}$ ஆனது $\mathbb{N}$-ன் மீதான ஓர் உறவு என்க. மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க. இந்த உறவு சார்பாகுமா?

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}$ மற்றும் $y = 2x\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$x = 1$ எனில், $y = 2(1) = 2$
$x = 2$ எனில், $y = 2(2) = 4$
$x = 3$ எனில், $y = 2(3) = 6$
$x = 4$ எனில், $y = 2(4) = 8$ மற்றும் பிற

R = {(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10),...}

R இன் மதிப்பகம் = {1, 2, 3, 4,...},
R இன் துணை மதிப்பகம் = {1, 2, 3, 4,...},
R இன் வீச்சகம் = {2, 4, 6, 8,...}



மதிப்பகத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பும் துணை மதிப்பகம் ஏதேனும் ஒரு உறுப்போடு தொடர்பிடுவதால் இந்த உறவு சார்பாகும்.

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

2. X = {3, 4, 6, 8} என்க. $\mathbb{R}$ ={(x, f(x)) |x ∈ X, $f(x) = x^2 + 1$} என்ற உறவானது X -லிருந்து $\mathbb{N}$ -க்கு ஒரு சார்பாகுமா?

தீர்வு. $x = \{3, 4, 6, 8\} [\because x \in X]$

$R = \{(x, f(x)) \mid x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$

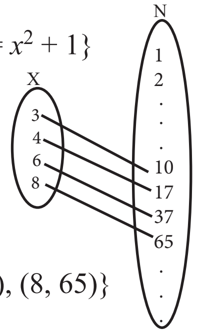
$f(x) = x^2 + 1$

$f(3) = 3^2 + 1 = 10$

$f(4) = 4^2 + 1 = 17$

$f(6) = 6^2 + 1 = 37$

$f(8) = 8^2 + 1 = 65$



$R = \{(3, 10), (4, 17), (6, 37), (8, 65)\}$

ஆம், இது ஒரு சார்பாகும்.

ஏனெனில் X இன் எல்லா உறுப்புகளும் $\mathbb{N}$ இன் உறுப்புகளோடு தொடர்புபடுத்தப்படுவதால் இது சார்பாகும்.

3. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f : x \to x^2 - 5x + 6$, எனில்,

(i) $f(-1)$ (ii) $f(2a)$

(iii) $f(2)$ (iv) $f(x - 1)$

ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f : x \to x^2 - 5x + 6$.

(i) $f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) + 6 = 1 + 5 + 6 = 12$

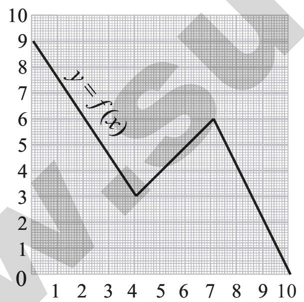
(ii) $f(2a) = (2a)^2 - 5(2a) + 6 = 4a^2 - 10a + 6$

(iii) $f(2) = 2^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$

(iv) $f(x - 1) = (x - 1)^2 - 5(x - 1) + 6$

$= x^2 - 2x + 1 - 5x + 5 + 6 = x^2 - 7x + 12$

4. கொடுக்கப்பட்ட வரைபடத்தில் $f(x)$ -யின் மூலமாக, $f(9) = 2$ என்பது தெளிவாகிறது.



(i) பின்வரும் சார்புகளின் மதிப்புகளைக் காண்க

(அ) $f(0)$ (ஆ) $f(7)$

(இ) $f(2)$ (ஈ) $f(10)$

(ii) x-இன் எம்மதிப்பிற்கு $f(x) = 1$ ஆக இருக்கும்?

(iii) வரைபடத்தில் (1) மதிப்பகம் (2) வீச்சகம் காண்க.

(iv) f என்ற சார்பில் 6-ன் நிழல் உரு என்ன?

தீர்வு. வரைபடத்திலிருந்து

(i) (அ) $f(0) = 9$ (ஆ) $f(7) = 6$

(இ) $f(2) = 6$ (ஈ) $f(10) = 0$

(ii) $x = 9.5$ இல் $f(x) = 1$

(iii) $f(x)$ -ன் மதிப்பகம்

$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$= \{x \mid 0 \le x \le 10, x \in \mathbb{R}\}$

$f(x)$ -ன் வீச்சகம் $= \{x \mid 0 \le x \le 9, x \in \mathbb{R}\}$

$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

(iv) f என்ற சார்பில் 6-ன் நிழல் உரு 5. ஏனெனில் $x = 6$ யில் கோடு வரைந்தால் அது வரைபடத்தை 5இல் சந்திக்கிறது.

5. $f(x) = 2x + 5$ என்க. $x \neq 0$ எனில், $\dfrac{f(x+2) - f(2)}{x}$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு. $f(x) = 2x + 5, x \neq 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$f(x) = 2x + 5$

$\Rightarrow f(x + 2) = 2(x + 2) + 5$

$= 2x + 4 + 5 = 2x + 9$

$\Rightarrow f(2) = 2(2) + 5 = 4 + 5 = 9$

$\therefore \dfrac{f(x+2) - f(2)}{x} = \dfrac{2x + 9 - 9}{x} = \dfrac{2x}{x} = 2$

6. ஒரு சார்பு f ஆனது $f(x) = 2x - 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

(i) $\dfrac{f(0) + f(1)}{2}$ -ஐக் காண்க.

(ii) $f(x) = 0$ எனில், x ஐக் காண்க

(iii) $f(x) = x$ எனில் x ஐக் காண்க

(iv) $f(x) = f(1 - x)$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு. $f(x) = 2x - 3$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

(i) $\dfrac{f(0) + f(1)}{2}$

$f(0) = 2(0) - 3 = -3$

$f(1) = 2(1) - 3 = -1$

$\therefore \dfrac{f(0) + f(1)}{2} = \dfrac{-3 - 1}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2$

(ii) $f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0$

$2x = 3$

$x = \dfrac{3}{2}$

(iii) $f(x) = x \Rightarrow 2x - 3 = x \Rightarrow 2x - x = 3$

$x = 3$

(iv) $f(x) = f(1 - x)$

$2x - 3 = 2(1 - x) - 3$

$2x - 3 = 2 - 2x - 3$

$2x + 2x = 2 - \cancel{3} + \cancel{3}$

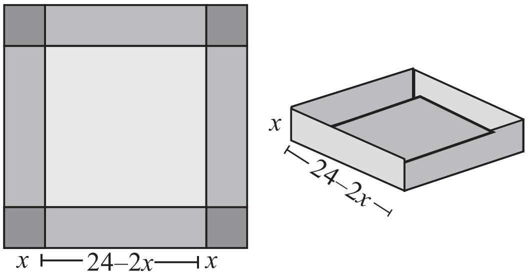
$4x = 2 \Rightarrow x = \dfrac{\cancel{2}}{\cancel{4}\,2}$

$x = \dfrac{1}{2}$

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

7. 24 செ.மீ பக்க அளவுள்ள சதுர வடிவத் துண்டிலிருந்து நான்கு மூலைகளிலும் சம அளவுள்ள சதுரங்களை வெட்டி படத்தில் உள்ளவாறு மேல்புறம் திறந்த ஒரு பெட்டி செய்யப்படுகிறது. இந்தப் பெட்டியின் கன அளவு V எனில், V -ஐ x -ன் சார்பாகக் குறிப்பிடுக.



தீர்வு. பெட்டியின் கன அளவு = கன செவ்வகத்தின் கன அளவு

= நீளம் × அகலம் × உயரம்

= $l \times b \times h$ கண மூலங்கள்

இங்கு $l = 24 - 2x$

$b = 24 - 2x$

$h = x$

$\therefore V = (24 - 2x)(24 - 2x) \times x$

$= (576 - 48x - 48x + 4x^2)x$

$V = 4x^3 - 96x^2 + 576x$ செ.மீ^{3}

8. f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $f(x^2) = (f(x))^2$ எனில் x -ஐக் காண்க.

தீர்வு. $f(x) = 3 - 2x$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மேலும் $f(x^2) = [f(x)]^2$

$f(x^2) = 3 - 2x^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

[x ஐ x^2 என மாற்ற] ... (1)

$[f(x)]^2 = (3 - 2x)^2 = 9 - 12x + 4x^2$ ... (2)

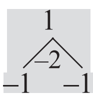
$[\because (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$\Rightarrow 9 - 12x + 4x^2 = 3 - 2x^2$

$\Rightarrow 9 - 12x + 4x^2 - 3 + 2x^2 = 0$

$\Rightarrow 6x^2 - 12x + 6 = 0$



6ஆல் வகுக்க கிடைப்பது $x^2 - 2x + 1 = 0$

காரணிபடுத்த கிடைப்பது $(x - 1)(x - 1) = 0$

$\Rightarrow x = 1$

9. ஒரு விமானம் 500 கி.மீ/மணி வேகத்தில் பறக்கிறது. விமானம் 'd' தொலைவு செல்வதற்கு ஆகும் காலத்தை t (மணியில்) -ன் சார்பாக வெளிப்படுத்துக.

தீர்வு. வேகம் $= \dfrac{\text{கடந்த தூரம்}}{\text{எடுத்துக்கொண்ட நேரம்}}$

$\Rightarrow$ கடந்த தூரம் = வேகம் × நேரம்

$\Rightarrow d = 500 \times t$ [$\because$ நேரம் = t மணி]

$\Rightarrow d = 500\,t.$

10. அருகில் உள்ள அட்டவணையில் நான்கு நபர்களின் முன்னங்கைகளின் நீளம் மற்றும் அவர்களுடைய உயரங்களின் தகவல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவர், உயரம் (y) மற்றும் முன்னங்கை நீளம் (x) -க்கான உறவை $y = ax + b$ எனக் கண்டுபிடித்தார். இங்கு a மற்றும் b ஆகியவை மாறிலிகள். [பிடிஏ - 4]

முன்னங்கைகளின் நீளம் (செ.மீ) 'x'	உயரம் (அங்குலம்) 'y'
35	56
45	65
50	69.5
55	74

(i) இந்த உறவானது சார்பாகுமா என ஆராய்க.

(ii) a மற்றும் b -ஐக் காண்க.

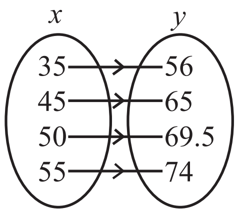
(iii) முன்னங்கைகளின் நீளம் 40 செ.மீ எனில் அந்த நபரின் உயரத்தைக் காண்க.

(iv) உயரம் 53.3 அங்குலம் எனில் அந்த நபரின், முன்னங்கையின் நீளத்தைக் காண்க.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $y = ax + b$ ...(1)

(i) கொடுக்கப்பட்ட வரிசைச் சோடிகள்

R = {(35, 56) (45, 65) (50, 69.5) (55, 74)}



கொடுக்கப்பட்ட x இன் எல்லா உறுப்புகளும் yயின் ஏதேனும் உறுப்புகளோடு தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளதால், கொடுக்கப்பட்ட தொடர்பு சார்பாகும்.

(ii) (35, 56) மற்றும் (45, 65) என்ற இரண்டு வரிசைச் சோடிகளைக் கருதுக.

$\begin{matrix} x & y \\ (35, & 56) \end{matrix}$ என $y = ax + b$ இல் பிரதியிட கிடைப்பது

$56 = a(35) + b$ ... (1)

அதைப்போல (45, 65) என $y = ax + b$, யில் பிரதியிட கிடைப்பது

$65 = a(45) + b$ ...(2)

(2) – (1) → $65 = 45a + b$

$\ 56 = 35a + b$ [(–) (–) (–)]

பிரதியிட $9 = 10a$

$\Rightarrow a = \dfrac{9}{10} = 0.9$

$a = 0.9$ என (1) ல் பிரதியிட கிடைப்பது

$56 = 35(0.9) + b$

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

$\Rightarrow \quad 56 = 31.5 + b$

$\Rightarrow \quad b = 56 - 31.5 = 24.5$

$y = ax + b$ ஆதலால் கிடைப்பது

$y = 0.9x + 24.5$

(iii) முன்னங்கைகளின் நீளம் $x = 40$ செ.மீ,

$y = 0.9\,(40) + 24.5$

$\Rightarrow \quad y = 36 + 24.5 = 60.5$ அங்குலம்

$\therefore$ தேவையான நபரின் உயரம் 60.5 அங்குலங்கள்.

(iv) உயரம் $y = 53.3$ அங்குலங்கள்,

$53.3 = 0.9x + 24.5 \quad [\because y = 0.9x + 24.5]$

$\Rightarrow \quad 53.3 - 24.5 = 0.9x$

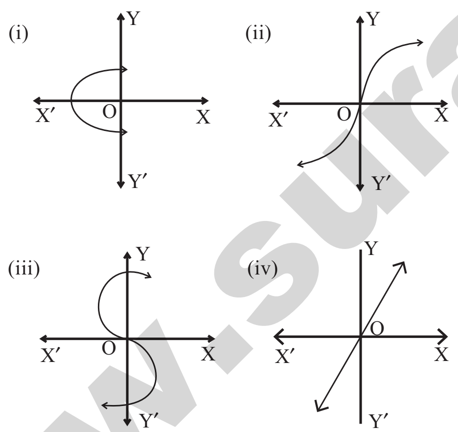
$\Rightarrow \quad 28.8 = 0.9x$

$\Rightarrow \quad x = \dfrac{28.8 \times 10}{0.9 \times 10}$

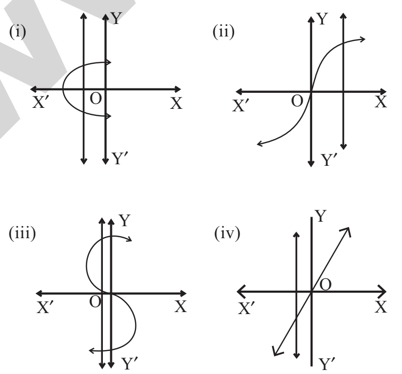
$\Rightarrow \quad x = \dfrac{288}{9} = 32$ செ.மீ

பயிற்சி 1.4

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட வரைபடங்கள் சார்பைக் குறிக்கின்றனவா எனத் தீர்மானிக்கவும் விடைகளுக்கான காரணத்தையும் கொடுக்கவும்.



தீர்வு.



(i) குத்துக் கோடு வரைபடத்தில் வளைவரையை இரு புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் இது ஒரு சார்பினைக் குறிக்காது.

(ii) குத்துக்கோடு வளைவரையை ஒரே புள்ளியில் வெட்டுவதால் இது சார்பாகும்.

(iii) குத்துக்கோடு வளைவரையை 3 புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது. எனவே இது சார்பல்ல.

(iv) வளைவரை குத்துக்கோட்டை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கிறது. எனவே இது சார்பாகும்.

2. $f : A \to B$ என்ற சார்பானது $f(x) = \dfrac{x}{2} - 1$, என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு, $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$ ஆக இருக்கும் போது சார்பு f-ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க.

(i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

(ii) அட்டவணை

(iii) அம்புகுறி படம்

(iv) வரைபடம்

தீர்வு. $f : A \to B$

$A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$

$f(x) = \dfrac{x}{2} - 1$,

$f(2) = \dfrac{2}{2} - 1 = 0$

$f(4) = \dfrac{4}{2} - 1 = 1$

$f(6) = \dfrac{6}{2} - 1 = 2$

$f(10) = \dfrac{10}{2} - 1 = 4$

$f(12) = \dfrac{12}{2} - 1 = 5$

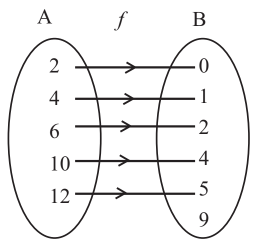
(i) வரிசைச் சோடிகளின் கனம்.

$= \{(2, 0), (4, 1), (6, 2), (10, 4), (12, 5)\}$

(ii) அட்டவணை.

x	2	4	6	10	12
$f(x)$	0	1	2	4	5

(iii) அம்புக்குறி படம்



This is Only for Sample for Full Book Order Online or Available at All Leading Bookstores

அலகுத் தேர்வு

நேரம் : 45 நிமிடங்கள் — மதிப்பெண்கள் : 25

பகுதி - அ $5 \times 1 = 5$

1. $R = \{(x, x^2) \mid x$ ஆனது 13 -ஐ விடக்குறைவான பகா எண்கள்$\}$ என்ற உறவின் வீச்சகமானது
   (அ) $\{2,3,5,7\}$ (ஆ) $\{2,3,5,7,11\}$
   (இ) $\{4,9,25,49,121\}$ (ஈ) $\{1,4,9,25,49,121\}$
2. $A=\{a, b, p\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{p, q, r, s\}$ எனில் $n[(A\cup C) \times B]$ ஆனது.
   (அ) 8 (ஆ) 20 (இ) 12 (ஈ) 16
3. $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{4,8,9,10\}$ என்க. சார்பு $f : A\rightarrow B$ ஆனது $f = \{(1, 4),(2, 8),(3, 9),(4, 10)\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் f என்பது
   (அ) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு
   (ஆ) சமனிச் சார்பு
   (இ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு
   (ஈ) உட்சார்பு
4. $g = \{(1, 1),(2, 3),(3, 5),(4, 7)\}$ என்ற சார்பானது $g(x) = \alpha x + \beta$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் α மற்றும் β -வின் மதிப்பானது
   (அ) $(-1, 2)$ (ஆ) $(2, -1)$
   (இ) $(-1, -2)$ (ஈ) $(1,2)$
5. $A= \{1, 2, 3, 4, 5\}$ -லிருந்து B என்ற கணத்திற்கு 1024 உறவுகள் உள்ளது எனில் B -ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை
   (அ) 3 (ஆ) 2 (இ) 4 (ஈ) 8

பகுதி - ஆ $5 \times 2 = 10$

1. $A=\{1, 2, 3, 4,...,45\}$ மற்றும் R என்ற உறவு "A - யின் மீது ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கப்பட்டால். $\mathbb{R}$-ஐ $A \times A$ -யின் உட்கணமாக எழுதுக. $\mathbb{R}$ -க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க.
2. $f = \{(x, y)|x, y \in \mathbb{N}$ மற்றும் $y = 2x\}$ ஆனது $\mathbb{N}$-ன் மீதான ஓர் உறவு என்க. மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க. இந்த உறவு சார்பாகுமா?
3. f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $f(x^2)= (f(x))^2$ எனில் x -ஐக் காண்க.
4. $A,B,C \subseteq \mathbb{N}$ மற்றும் $f : A\rightarrow B$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x + 1$ எனவும் மற்றும் $g : B \rightarrow C$ ஆனது $g(x) = x^2$ எனவும் வரையறுக்கப்பட்டால், fog மற்றும் gof -யின் வீச்சகத்தைக் காண்க.
5. $A = \{-1, 1\}$ மற்றும் $B =\{0, 2\}$ என்க. மேலும் $f :A \rightarrow B$ ஆனது $f(x) = ax + b$ மற்றும் $f(-1) = 0$, $f(1) = 2$ என வரையறுக்கப்பட்ட மேல் சார்பு எனில், a மற்றும் b -ஐக் காண்க.

பகுதி - இ $2 \times 5 = 10$

1. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான ஆனால் மேல்சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.
2. $f=\{(1, 2),(2, 2),(3, 2), (4,3), (5,4)\}$ என்ற சார்பினை
   (i) அம்புகுறி படம்
   (ii) அட்டவணை
   (iii) வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்கவும்

விடைகள்

பகுதி - அ

1. (இ) $\{4,9,25,49,121\}$
2. (இ) 12
3. (இ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு
4. (ஆ) $(2, -1)$
5. (ஆ) 2

பகுதி - ஆ

1. பார்க்க பயிற்சி எண் 1.2; கேள்வி எண்.2
2. பார்க்க பயிற்சி எண் 1.3; கேள்வி எண்.1
3. பார்க்க பயிற்சி எண் 1.3; கேள்வி எண்.8
4. பார்க்க பயிற்சி எண் 1.5; கேள்வி எண்.5
5. பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.4; கேள்வி எண்.8

பகுதி - இ

1. பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.4; கேள்வி எண்.4
2. பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.4; கேள்வி எண்.3

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

2 எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- **யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றம் :** a மற்றும் b இரு மிகை முழுக்கள் எனில், $a = bq + r$, $0 \leq r < b$ என்றவாறு q, r எனும் தனித்த மிகை முழுக்கள் கிடைக்கும்.
- **அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றம் :** எல்லாப் பகு எண்களும் தனித்த பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாகக் காரணிப்படுத்த இயலும், பகா எண்களின் வரிசை மாறலாம்.
- **கூட்டுத் தொடர்வரிசை :**
  - (i) கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் பொதுவடிவம் $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \ldots$ n -வது உறுப்பு $t_n = a + (n - 1)d$
  - (ii) கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$
  - (iii) கடைசி உறுப்பு l (n வது உறுப்பு) கொடுக்கப்பட்டால் $S_n = \frac{n}{2}[a + l]$
- **பெருக்குத் தொடர்வரிசை :**
  - (i) பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் பொது வடிவம் $a, ar, ar^2, \ldots, ar^{n-1}$.
    n-வது உறுப்பு $t_n = ar^{n-1}$
  - (ii) பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$
    இங்கு, $r \neq 1$
  - (iii) $r = 1$ எனில், $S_n = na$
  - (iv) பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முடிவுறா உறுப்புகள் வரை கூடுதல் $a + ar + ar^2 + S_\infty = \frac{a}{1 - r}$,
    இங்கு, $-1 < r < 1$.
- **சிறப்புத் தொடர்கள் :**
  - (i) முதல் n இயல் எண்களின் கூடுதல் $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
  - (ii) முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
  - (iii) முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$
  - (iv) முதல் n ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல் $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2$

www.surabooks.com
orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

பயிற்சி 2.1

1. 3 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 2 -ஐத் தரக்கூடிய அனைத்து மிகை முழுக்களையும் காண்க.

தீர்வு. யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றம்

$a = bq + r, 0 \le r < b.$

$a = 3q + 2$ இங்கு $q = 0, 1, 2, 3...$

$q = 0$ எனில், $a = 3(0) + 2 = 2$

$q = 1$ எனில், $a = 3(1) + 2 = 5$

$q = 2$ எனில், $a = 3(2) + 2 = 8$

$q = 3$ எனில், $a = 3(3) + 2 = 11$

3ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 2-ஐத் தரக்கூடிய மிகை முழுக்கள் 2, 5, 8, 11, ...

2. ஒரு நபரிடம் 532 பூந்தொட்டிகள் உள்ளன. அவர் வரிசைக்கு 21 பூந்தொட்டிகள் வீதம் அடுக்க விரும்பினார். எத்தனை வரிசைகள் முழுமை பெறும் எனவும் மற்றும் எத்தனை பூந்தொட்டிகள் மீதமிருக்கும் எனவும் காண்க. [பிடிஏ - 1]

தீர்வு. யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறை,

$a = bq + r, \; 0 \le r < b.$

இங்கு $532 = 21q + r$ ... (1)

$\Rightarrow 532 = 21(25) + 7$ ... (2)

$\therefore q = 25$, மற்றும் $r = 7$

[(1) மற்றும் (2)-ஐ ஒப்பிட]

$\therefore$ 21) 532 (25
42
112
105
7

$\therefore$ முழுமை பெறும் வரிசைகள் = 25 மற்றும் மீதமுள்ள பூந்தொட்டிகள் = 7.

3. தொடர்ச்சியான இரு மிகை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் 2 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

தீர்வு. $(n-1), n$ என்பன இரு அடுத்தடுத்த மிகை முழுக்கள் என்க, அவற்றின் பெருக்கற்பலன் $= (n-1)n$.

$\Rightarrow (n-1)(n) = n^2 - n.$

எந்த ஒரு மிகை முழுவும் $2q$ அல்லது $2q+1$ என்ற வடிவில் அமையும். q என்பது ஏதேனும் ஒரு முழு.

நிலை I : $n = 2q$ எனில்,

$n^2 - n = (2q)^2 - 2q = 4q^2 - 2q = 2q(2q-1)$

$\Rightarrow n^2 - n = 2r$, இங்கு $r = q(2q-1)$

$\Rightarrow n^2 - n$ என்பது 2 ஆல் வகுபடும்

நிலை II: $n = 2q + 1$ எனில்

இங்கு $n^2 - n = (2q+1)^2 - (2q+1)$

$= (2q+1)(2q+1-1) = 2q(2q+1)$

$\Rightarrow n^2 - n = 2r$, இங்கு $r = q(2q+1)$.

$\Rightarrow n^2 - n$ என்பது 2 ஆல் வகுபடும்.

எனவே, $(n^2 - n)$ ஆனது அனைத்து மிகைமுழுக்கள் n -ற்கும் 2 -ஆல் வகுபடும். நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. a, b மற்றும் c என்ற மிகை முழுக்களை 13 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிகள் முறையே 9, 7, 10 எனில் $a + b + c$ ஆனது 13 ஆல் வகுபடும் என நிரூபி.

தீர்வு. 13ஆல் a வகுக்கப்பட்டால் மீதி 9.

யூக்ளிடின் வகுத்தல் தேற்றத்தின்படி,

$a = bq + r, 0 \le r < b$

$\Rightarrow a = 13q + 9$ ... (1)

அதை போல மிகை முழுக்கள் b மற்றும் c ஐ 13ஆல் வகுத்தால் மீதி 7 மற்றும் 10.

$\therefore b = 13q + 7$ ... (2)

மற்றும் $c = 13q + 10$ ... (3)

(1), (2) மற்றும் (3) ஐ கூட்ட கிடைப்பது,

$a + b + c = 13q + 9 + 13q + 7 + 13q + 10$

$= 39q + 26 = 13(3q + 2)$

இது 13 ஆல் வகுபடும்.

$\therefore a + b + c$ ஆனது 13 ஆல் வகுபடும்.

5. எந்த மிகை முழுவின் வர்க்கத்தையும் 4 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 0 அல்லது 1 மட்டுமே கிடைக்கும் என நிறுவுக.

தீர்வு. x ஒரு முழு என்க. x இன் வர்க்கம் x^2 ஆகும்.

நிலை (i) : x ஒரு இரட்டைப்படை எண் என்க.

$\Rightarrow x = 2q$ [$\because x$ ஒரு இரட்டைப்படை]

இங்கு q ஏதேனும் ஒரு முழு என்க.

$\Rightarrow x^2 = (2q)^2 = 4q^2 \Rightarrow x^2 = 4(q^2)$

$\Rightarrow x^2$ என்பது 4 ஆல் வகுபடும்.

$\therefore x^2$ என்பது 4 ஆல் வகுப்பட்டால் மீதி 0 கிடைக்கும்.

நிலை (ii) : x ஒரு ஒற்றைப்படை முழு என்க.

$\therefore x = 2k + 1$

ஏதேனும் ஒரு முழு k என்க.

$\therefore x^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$

$= 4k(k+1) + 1$

$= 4q + 1$ இங்கு $q = k(k+1)$

$\Rightarrow x^2 = 4q + 1$ ஐ 4 ஆல் வகுத்தால் கிடைக்கும் மீதி 1 ஆகும்.

நிலை (i) மற்றும் நிலை (ii) லிருந்து எந்த மிகை முழுவின் வர்க்கத்தையும் 4 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 0 அல்லது 1 மட்டுமே கிடைக்கும் என நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழி முறையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க.

(i) 340 மற்றும் 412

(ii) 867 மற்றும் 255

(iii) 10224 மற்றும் 9648

(iv) 84, 90 மற்றும் 120

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

தீர்வு. (i) 340, 412 -ன் மீ.பொ.வ வை யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி காண்போம்.

$412 = 340 \times 1 + 72$

இங்கு மீதி $72 \neq 0$

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$340 = 72 \times 4 + 52$

இங்கு மீதி $52 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$72 = 52 \times 1 + 20$

இங்கு மீதி $20 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$52 = 20 \times 2 + 12$

இங்கு மீதி $12 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$20 = 12 \times 1 + 8$

இங்கு மீதி $8 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$12 = 8 \times 1 + 4$

இங்கு மீதி $4 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$8 = \boxed{4} \times 2 + 0$

இங்கு மீதி 0.

எனவே 340 மற்றும் 412 -ன் மீ.பொ.வ = 4

(ii) 867 மற்றும் 255 -ன் மீ.பொ.வ வைக் காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த நாம் பெறுவது

$867 = 255 \times 3 + 102$

இங்கு மீதி $102 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$255 = 102 \times 2 + 51$

இங்கு மீதி $51 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$102 = \boxed{51} \times 2 + 0$

இங்கு மீதி 0

எனவே 867 மற்றும் 255 -ன் மீ.பொ.வ 51 ஆகும்.

(iii) 10224, 9648-ன் மீ.பொ.வ வை யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி காண்போம்.

$10224 = 9648 \times 1 + 576$

இங்கு மீதி $576 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$9648 = 576 \times 16 + 432$

இங்கு மீதி $432 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$576 = 432 \times 1 + 144$

இங்கு மீதி $144 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$432 = \boxed{144} \times 3 + 0$

இங்கு மீதி 0

எனவே 10224 மற்றும் 9648 -ன் மீ.பொ.வ = 144.

(iv) 84, 90 மற்றும் 120 -ன் மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த நாம் பெறுவது.

$90 = 84 \times 1 + 6$

இங்கு மீதி $6 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$84 = 6 \times 14 + 0$

இங்கு மீதி 0

எனவே 84 மற்றும் 90ன் மீ.பொ.வ 6.

மீண்டும் 6, 120 -ன் மீ.பொ.வ வைக் காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$120 = \boxed{6} \times 20 + 0$

இங்கு மீதி 0.

எனவே 84, 90 மற்றும்120 -ன் மீ.பொ.வ 6 ஆகும்.

7. 1230 மற்றும் 1926 ஆகிய எண்களை வகுக்கும் போது மீதி 12 -ஐத் தரக்கூடிய மிகப்பெரிய எண்ணைக் காண்க. [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு. தேவையான எண்ணானது

$1230 - 12 = 1218$ மற்றும்

$1926 - 12 = 1914$ இவற்றின் மீ.பொ.வ ஆகும்.

எனவே 1218, 1914-ன் மீ.பொ.வ வைக் காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$1914 = 1218 \times 1 + 696$

இங்கு மீதி $696 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$1218 = 696 \times 1 + 522$

இங்கு மீதி $522 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$696 = 522 \times 1 + 174$

இங்கு மீதி $174 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$522 = 174 \times 3 + 0$

இங்கு மீதி 0

$\therefore$ எனவே 1218 மற்றும் 1914 -ன் மீ.பொ.வ 174.

தேவையான எண்ணானது 174.

8. 32 மற்றும் 60 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி d என்க. $d = 32x + 60y$ எனில் x மற்றும் y என்ற முழுக்களைக் காண்க.

தீர்வு. $d = 32x + 60y$ ... (i)

32, 60 -ன் மீ.பொ.வ வைக் காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$60 = 32 \times 1 + 28$ ...(ii)

இங்கு மீதி $28 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$32 = 28 \times 1 + 4$ ...(iii)

இங்கு மீதி $4 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$28 = \boxed{4} \times 7 + 0$ ...(iv)

இங்கு மீதி 0

எனவே 32, 60 -ன் மீ.பொ.வ 4 ஆகும்.

(iii) -லிருந்து நாம் பெறுவது

$32 = 28 \times 1 + 4$

$\Rightarrow \quad 4 = 32 - 28$

$\Rightarrow \quad 4 = 32 - (60 - 32)$

$[\because 28 = (60 - 32) \times 1]$

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

$\Rightarrow \quad 4 = 32 - 60 + 32$

$\Rightarrow \quad 4 = 32 \times 2 + (-1) \times 60 \quad ... (v)$

$\therefore \quad x = 2$ மற்றும் $y = -1$

[$\because$ (v) மற்றும் (i)-ஐ ஒப்பிட]

9. ஒரு மிகை முழுவை 88 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 61 கிடைக்கிறது. அதே மிகை முழுவை 11 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.

தீர்வு. ஒரு மிகை முழுவை x என்க

$x = 88 \times y + 61$

$61 = 11 \times 5 + 6$

($\because$ 88, 55 என்பன 11ஆல் மீதியின்றி வகுபடும்)

$\therefore$ இங்கு மீதி 6.

10. எந்த இரு அடுத்தடுத்த மிகை முழுக்கள் சார்பகா எண்கள் என நிறுவுக.

தீர்வு. n மற்றும் $n + 1$ இரு அடுத்தடுத்த முழுக்கள் என்க.

மீ.பொ.வ $(n, n + 1) = p$ என்க

$\Rightarrow p$ ஆல் n வகுபடும் ... (1)

மற்றும் p ஆல் $(n + 1)$ வகுபடும் ... (2)

$\Rightarrow p$ ஆல் $(n + 1 - n)$ வகுபடும் [(2)லிருந்து – (1)]

$\Rightarrow p$ ஆல் 1 வகுபடும்

1 ஐ 1 தவிர வேறு எந்த எண்ணும் வகுக்காது

$\Rightarrow p = 1$

$\therefore$ மீ.பொ.வ $(n, n + 1) = 1$.

$\Rightarrow n$ மற்றும் $(n + 1)$ சார்பகா எண்கள்.

பயிற்சி 2.2

1. n ஓர் இயல் எண் எனில், எந்த n மதிப்புகளுக்கு 4^n ஆனது 6 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்?

தீர்வு. $4^n = (2 \times 2)^n = 2^n \times 2^n$

2 ஆனது 4^n -ன் ஓர் காரணி.

எனவே, 4^n ஆனது எப்பொழுதும் இரட்டை எண் மற்றும் 4, 6 -ல் முடியும் எண்கள்.

$\therefore$ n ஆனது இரட்டை எண் எனில் 4^n ஆனது 6 -ல் முடியும்.

$\therefore$ $n = 2, 4, 6, 8$

உதாரணங்கள்:

$4^2 = 16$	$4^3 = 64$
$4^4 = 256$	$4^5 = 1,024$
$4^6 = 4,096$	$4^7 = 16,384$
$4^8 = 65,536$	$4^9 = 262,144$

2. m மற்றும் n இயல் எண்கள் எனில், எந்த m யின் மதிப்புகளுக்கு $2^n \times 5^m$ என்ற எண் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்? [செப். - 2020]

தீர்வு. $2^n \times 5^m$

2^n ஆனது n -ன் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் இரட்டை எண்ணாக உள்ளது.

5^m ஆனது m -ன் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் ஒற்றையாகவும் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடிகிறது.

ஆனால் $2^n \times 5^m$ எப்பொழுதும் இரட்டை எண்ணாகவும் 0 -ல் முடியும் எண்ணாகவும் உள்ளது.

[$\because$ இரட்டைப்படை எண் X ஒற்றைப்படை = இரட்டைப்படை எண்]

$\therefore$ $2^n \times 5^m$ ஆனது m -ன் எம்மதிப்பிற்கும் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியாது.

3. 252525 மற்றும் 363636 என்ற எண்களின் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு. 252525, 363636 இவற்றின் மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த,

$363636 = 252525 \times 1 + 111111$

இங்கு மீதி $111111 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$252525 = 111111 \times 2 + 30303$

இங்கு மீதி $30303 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$111111 = 30303 \times 3 + 20202$

இங்கு மீதி $20202 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$30303 = 20202 \times 1 + 10101$

இங்கு மீதி $10101 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$20202 = \boxed{10101} \times 2 + 0$

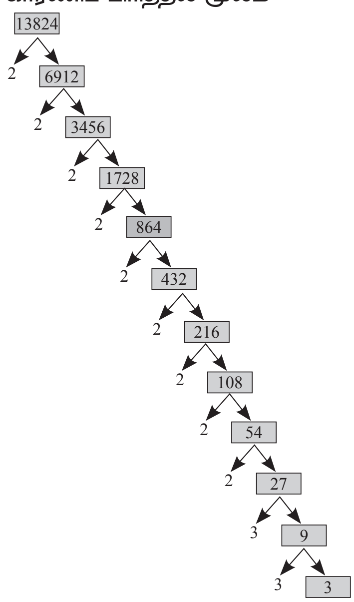
இங்கு மீதி 0.

10101 ஆனது 363636 மற்றும் 252525 இவற்றின் மீ.பொ.வ ஆகும்.

4. $13824 = 2^a \times 3^b$ எனில், a மற்றும் b -யின் மதிப்புக் காண்க. [மே - 2022]

தீர்வு. $13824 = 2^a \times 3^b$ எனில்

காரணிப் பிரித்தல் மூலம்



www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or Available at All Leading Bookstores

$13824 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= 2^9 \times 3^3 = 2^a \times 3^b$

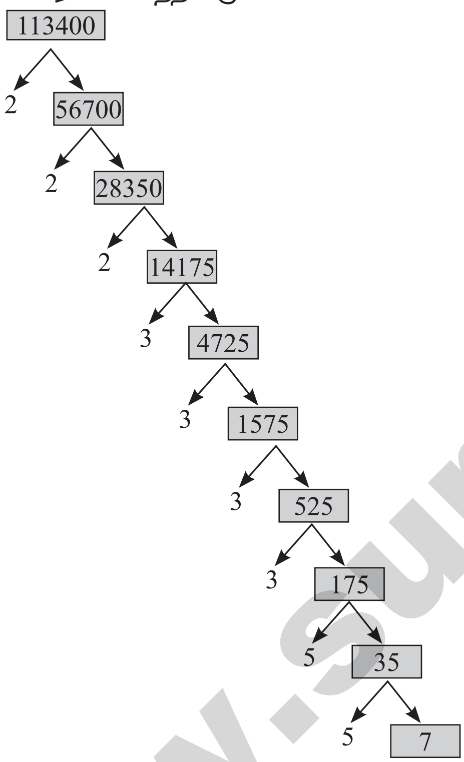
$\therefore \quad a = 9, b = 3.$

5. $p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times p_3^{x_3} \times p_4^{x_4} = 113400$ இங்கு p_1, p_2, p_3, p_4 என்பன ஏறு வரிசையில் அமைந்த பகா எண்கள் மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 என்பன முழுக்கள் எனில் p_1, p_2, p_3, p_4 மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு. $p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times p_3^{x_3} \times p_4^{x_4} = 113400$ எனில்

p_1, p_2, p_3, p_4 என்பன ஏறுவரிசையில் அமைந்த பகா எண்கள் மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 என்பன முழுக்கள்.

∴ காரணிப்பிரித்தல் மூலம்



$113400 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$

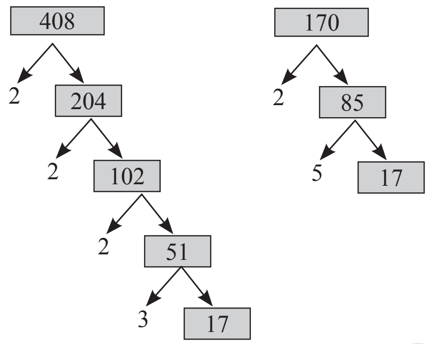
$= 2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1$

$= p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times p_3^{x_3} \times p_4^{x_4}$

$\therefore p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, p_4 = 7, x_1 = 3, x_2 = 4, x_3 = 2, x_4 = 1.$

6. அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி 408 மற்றும் 170 என்ற எண்களின் மீ.பொ.ம மற்றும் மீ.பொ.வ காண்க

தீர்வு. அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி 408 மற்றும் 170-ன் மீ.பொ.வ மற்றும் மீ.பொ.ம -வைக் காண்போம்.



$408 = 2^3 \times 3^1 \times 17^1$

$170 = 2^1 \times 5^1 \times 17^1$

408, 107 -ன் பொது பகா காரணிகள்	மிகப்பெரிய அடுக்கு
2	1
17	1

∴ மீ.பொ.வ $= 2^1 \times 17^1 = 34.$

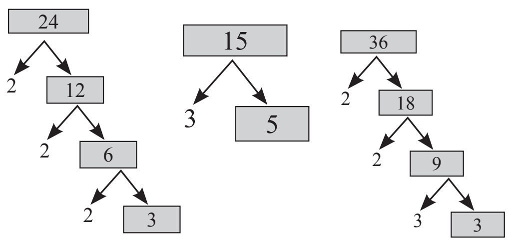
408, 107 -ன் பகா காரணிகள்	மிகப்பெரிய அடுக்கு
2	3
3	1
5	1
17	1

∴ மீ.பொ.ம $= 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 17^1 = 2040$

∴ மீ.பொ.ம = 2040, மீ.பொ.வ = 34

7. 24,15,36 ஆகிய எண்களால் மீதியின்றி வகுபடும் மிகப்பெரிய ஆறிலக்க எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு. 24, 15, 36 இவற்றின் மீ.பொ.ம காண



$24 = 2^3 \times 3$

$15 = 3 \times 5$

$36 = 2^2 \times 3^2$

24, 15, 36 -ன் பகாக் காரணிகள்	மிகப்பெரிய அடுக்குகள்
2	3
3	2
5	1

∴ மீ.பொ.ம $= 2^3 \times 3^2 \times 5^1$

$= 8 \times 9 \times 5 = 360$

மிகப்பெரிய இலக்க எண் 999999.

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

$\therefore$ 999999 -ஐ 360 ஆல் வகுத்தால் நமக்கு கிடைப்பது
$999999 = 360\,(2777) + 279\ [a = bq + r]$
$\Rightarrow$ மீதி = 279
$\therefore 999999 - 279 = 99720$
$\therefore$ 24, 15, 36 ஆல் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய மிகப்பெரிய ஆறு இலக்க எண் 999720 ஆகும்.

8. 35, 56 மற்றும் 91 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 7 -ஐத் தரக்கூடிய மிகச் சிறிய எண் எது?

தீர்வு.
$$35 = 5 \times 7$$
$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$$
$$91 = 7 \times 13$$
35, 56, 91 ன் மீ.பொ.ம $= 5 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 13$
$= 3640$
$\therefore 3640 + 7 = 3647$

$\therefore$ 35, 56, 91 ஆல் வகுக்கப்படும் பொழுது மீதி 7 வரக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் 3647 ஆகும்.

9. முதல் 10 இயல் எண்களால் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய சிறிய எண் எது? [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு. முதல் 10 இயல் எண்களால் வகுபடக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் 2520 ஆகும்.

குறிப்பு :

$1 = 1$		$6 = 2^1 + 3^1$
$2 = 2^1$		$7 = 7^1$
$3 = 3^1$		$8 = 2^3$
$4 = 2^2$		$9 = 3^2$
$5 = 5^1$		$10 = 2^1 \times 5^1$

$\therefore$ மீ.பொ.ம (1, 2, 3, ..., 10)
$= 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$
$= 8 \times 9 \times 5 \times 7$
$= 2520$

பயிற்சி 2.3

1. பின்வரும் சமன்பாடுகளை நிறைவு செய்யக்கூடிய குறைந்த பட்ச மிகை முழு x -ன் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $71 \equiv x$ (மட்டு 8)
(ii) $78 + x \equiv 3$ (மட்டு 5)
(iii) $89 \equiv (x + 3)$ (மட்டு 4)
(iv) $96 \equiv \frac{x}{7}$ (மட்டு 5)
(v) $5x \equiv 4$ (மட்டு 6) [பிடிஎ - 2]

தீர்வு. (i) $71 \equiv x$ (மட்டு 8)
$71 \equiv 7$ (மட்டு 8)
$\therefore x = 7$: [71 – 7 = 64 ஆனது 8 ல் வகுபடும்]

(ii) $78 + x \equiv 3$ (மட்டு 5)
$\Rightarrow 78 + x - 3 = 5n$ இங்கு n ஒரு முழு.
$75 + x = 5n$
$75 + x$ என்பது 5 -ன் மடங்கு.
75 + 5 = 80. 80 ஆனது 5 ன் மடங்கு.
$\therefore$ x -ன் குறைந்தபட்ச மிகை முழு மதிப்பு = 5 ஆகும்.

(iii) $89 \equiv (x + 3)$ (மட்டு 4)
$89 - (x + 3) = 4n$ இங்கு n ஒரு முழு
$89 - x - 3 = 4n$
$86 - x = 4n$
$86 - x$ ஆனது 4 -ன் மடங்கு என்பதால்
86 – 2 = 84. 84 ஆனது 4 -ன் மடங்கு
$\therefore$ x -ன் குறைந்தபட்ச மிகை முழு மதிப்பு = 2 ஆகும்.

(iv) $96 \equiv \frac{x}{7}$ (மட்டு 5)
$96 - \frac{x}{7} = 5n$ (இங்கு n ஓர் முழு)
$\frac{672 - x}{7} = 5n$
$672 - x = 35n$
$672 - x$ ஆனது 35 -ன் மடங்கு என்பதால்.
672 – 7 = 665.
665 ஆனது 35 -ன் மடங்கு
$\therefore x = 7$

(v) $5x \equiv 4$ (மட்டு 6)
$5x \equiv 4$ (மட்டு 6).
$5x - 4 = 6n$
$5x - 4$ ஆனது 6-ன் மடங்கு என்பதால் $5(2) - 4 = 6$.
6 ஆனது 6ன் மடங்கு ஆகும்
$\therefore x = 2$

2. x ஆனது மட்டு 17 -யின் கீழ் 13 உடன் ஒருங்கிசைவாக உள்ளது எனில், $7x - 3$ ஆனது எந்த எண்ணுடன் ஒருங்கிசைவாக இருக்கும்?

தீர்வு. $x \equiv 13$ (மட்டு 17) ...(1)
$7x - 3 \equiv p$ (மட்டு 17) ...(2)
(1) லிருந்து,
$x - 13 = 17n$ (n ஓர் முழு).
$x - 13$ ஓர் 17 -ன் மடங்கு.
$\therefore$ 30 – 13 = 17 (இது 17 -ன் ஒரு மடங்கு)
$\therefore x = 30$
(2) லிருந்து,
$\Rightarrow 7 \times 30 - 3 \equiv p$ (மட்டு 17)
$210 - 3 \equiv p$ (மட்டு 17)
$207 \equiv p$ (மட்டு 17)
$207 \equiv 3$ (மட்டு 17)
$\therefore p \equiv 3$
[207, 17 ஆல் வகுப்பட்டால் மீதி 3 ஆகும்]

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

3. தீர்க்க $5x \equiv 4$ (மட்டு 6)

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்டது $5x \equiv 4$ (மட்டு 6)

$\Rightarrow (5x-4)$ ஆனது 6 ஆல் வகுபடும்

$\Rightarrow \quad 5x-4 = 6n$ இங்கு n ஒரு முழு

$\Rightarrow \quad 5x = 6n+4$

$\Rightarrow \quad x = \frac{6n+4}{5}$

$n = 1$ எனில், $x = \frac{6+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$

[n பிற மதிப்புகளை கொண்டால் x ஆனது 5 ஆல் வகுபடாது]

$n = 6$ எனில், $x = \frac{36+4}{5} = \frac{40}{5} = 8$

$n = 11$ எனில், $x = \frac{66+4}{5} = \frac{70}{5} = 14$

$\therefore$ x க்கான சாத்தியமான மதிப்புகள் 2, 8, 14, ...

4. தீர்க்க $3x-2 \equiv 0$ (மட்டு 11)

தீர்வு.

$3x-2 \equiv 0$ (மட்டு 11)

$3x-2 = 11n$ (n ஓர் முழு)

$3x = 11n+2$

$x = \frac{11n+2}{3}$

இங்கு $n = 2$, $x = \frac{11\times2+2}{3} = \frac{24}{3} = 8$

இங்கு $n = 5$, $x = \frac{11\times5+2}{3} = \frac{55+2}{3}$

$= \frac{57}{3} = 19$

[n இன் பிற மதிப்புகளுக்கு x ஆனது 3 ஆல் வகுபடாது]

இங்கு $n = 8$, $x = \frac{11\times8+2}{3} = \frac{88+2}{3}$

$= \frac{90}{3} = 30.$

$\therefore \quad x = 8, 19, 30, ...$

5. முற்பகல் 7 மணிக்கு 100 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு நேரம் என்ன?

தீர்வு. ஒவ்வொரு 12 மணி நேரத்திற்கும் ஒரு தடவை 7 வருவதால் x நாம் பின்வருமாறு காண வேண்டும்.

$100 \equiv x$ (மட்டு 12) ... (1)

$\Rightarrow (100-x)$ 12 ஆல் வகுபடும்

$\Rightarrow 100-x = 12n$ இங்கு n ஒரு முழு ஆகும்.

$\Rightarrow 100-12n = x$

$n = 1$ எனில், $x = 100-12 = 88$

$n = 2$ எனில், $x = 100-24 = 76$

$n = 3$ எனில், $x = 100-36 = 64$

$n = 4$ எனில், $x = 100-48 = 52$

$n = 8$ எனில், $x = 100-96 = 4$

$\therefore$ $n = 8$ எனில், x இன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு 4 ஆகும்.

$\therefore$ முற்பகல் 7 மணியிலிருந்து 100 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு வருவது முற்பகல் 11 மணி ஆகும்.

6. பிற்பகல் 11 மணிக்கு 15 மணி நேரத்திற்கு முன்பு நேரம் என்ன?

தீர்வு. $15 \equiv x$ (மட்டு 12)

$15-x = 12n$

$15-x$ ஆனது 12 -ன் மடங்கு

$x = 3$ எனில், $15-3 = 12$ என்பது 12இன் மடங்கு.

$\therefore$ முற்பகல் 11 மணிக்கு 15 மணி நேரத்திற்கு முன்பான நேரம் $= 11-3 = 8$ மணி i.e. முற்பகல் 8 மணி.

7. இன்று செவ்வாய் கிழமை, என்னுடைய மாமா 45 நாட்களுக்குப் பிறகு வருவதாகக் கூறியுள்ளார். என்னுடைய மாமா எந்தக் கிழமையில் வருவார்?

தீர்வு. இன்று செவ்வாய்க்கிழமை, அதற்கான எண் 2. மாமா 45 நாட்களுக்கு பின் வருவதால் 2-உடன் 45 ஐக் கூட்டி மட்டு 7 காண வேண்டும்.

ஏனெனில் 1 வாரத்திற்கு 7 நாட்கள்

$2+45$ (மட்டு 7) $\equiv 47$ (மட்டு 7) $= 5$ மட்டு (7)

5 என்பது வெள்ளிக்கிழமையைக் குறிக்கும். எனவே மாமா வெள்ளிக்கிழமையில் வருவார்.

8. எந்த ஒரு மிகை முழு எண் n -ற்கும் $2^n + 6 \times 9^n$ ஆனது 7 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

தீர்வு. $p(n)$ என்பது $2^n + 6 \times 9^n$ என்பது 7 ஆல் வகுபடும் கூற்று ஆகும்.

படி 1 : $n = 1$ க்கு $p(n)$ சரிபார்க்க

$n = 1$ எனில், $2^1 + 6 \times 9^1 = 2 + 54 = 56$ என்பது 7 ஆல் வகுபடும்.

படி 2 : $n = k$ எனில், $p(n)$ உண்மையாகும்.

$2^k + 6 \times 9^k$ என்பது 7 ஆல் வகுபடும்.

$\Rightarrow 2^k + 6 \times 9^k = 7m$ இங்கு m ஒரு முழுவாகும். ... (1)

படி 3 : $n = k+1$-க்கு $p(n)$ நிரூபிக்க,

$\Rightarrow \quad 2^{k+1} + 6 \times 9^{k+1}$

$\Rightarrow \quad 2^{k+1} + 6 \times 9^k \times 9$

$\Rightarrow \quad 2^{k+1} + 6\,(9^k) \times 9$

$= \quad 2^{k+1} + 9\,(7m - 2^k)$ [(1) $\Rightarrow 2^k + 6 \times 9^k = 7m$
$\Rightarrow 6 \times 9^k = 7m - 2^k$]

$= \quad 2^{k+1} + 63m - 9.2^k = 63m + 2^{k+1} - 9\,(2^k)$

$= \quad 63m - 2^k\,(9-2)$ [-2^k ஐ இரண்டாம் மற்றும் மூன்றாம் கூட்டலில் இருந்து எடுக்க]

$= \quad 63m - 2^k\,(7)$

$= \quad 7[9m - 2^k]$

$n = k+1$-க்கு $p(n)$ ஆனது 7 ஆல் வகுபடும்.

$\therefore$ $2^n + 6 \times 9^n$ ஏதேனும் ஒரு முழு எண் n க்கு 7ஆல் வகுபடும்.

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or Available at All Leading Bookstores

அலகுத் தேர்வு

நேரம் : 45 நிமிடங்கள் மதிப்பெண் : 25

பிரிவு – அ (5 × 1 = 5)

1. யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, எந்த மிகை முழுவின் கணத்தையும் 9 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதிகள்

(அ) 0, 1, 8 (ஆ) 1, 4, 8
(இ) 0, 1, 3 (ஈ) 1, 3, 5

2. 1729 -ஐ பகாக் காரணிப்படுத்தும் போது, அந்தப் பகா எண்களின் அடுக்குகளின் கூடுதல்.

(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4

3. 65 மற்றும் 117 -யின் மீ.பொ.வ -வை $65m - 117$ என்ற வடிவில் எழுதும்போது, m -ன் மதிப்பு

(அ) 4 (ஆ) 2 (இ) 1 (ஈ) 3

4. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் முதல் உறுப்பு 1 மற்றும் பொது வித்தியாசம் 4. இந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் அதன் கூடுதல் கிடைக்கும் 120?

(அ) 6 (ஆ) 7 (இ) 8 (ஈ) 9

5. $(1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 15^3) - (1 + 2 + 3 + ... + 15)$ யின் மதிப்பு

(அ) 14400 (ஆ) 14200
(இ) 14280 (ஈ) 14520

பிரிவு – ஆ (5 × 2 = 10)

1. 3 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 2 -ஐத் தரக்கூடிய அனைத்து மிகை முழுக்களையும் காண்க.
2. n ஓர் இயல் எண் எனில், n மதிப்புகளுக்கு 4^n ஆனது 6 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்?
3. முற்பகல் 7 மணிக்கு 100 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு நேரம் என்ன?
4. $-11, -15, -19, ...$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 19 -வது உறுப்பைக் காண்க.
5. முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 285 மற்றும் முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் 2025 எனில் n -ன் மதிப்பு காண்க.

பிரிவு – இ (2 × 5 = 10)

1. சிவமணி ஒரு பணிக்கான நேர்க்காணலில் பங்கேற்கிறார். அந்நிறுவனம் அவருக்கு இரண்டு விதமான வாய்ப்புகளை வழங்குகிறது.

வாய்ப்பு A: முதல் மாத ஊதியம் ₹20,000 மற்றும் நிச்சமயான 6% ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5 ஆண்டுகளுக்கு.

வாய்ப்பு B: முதல் மாத ஊதியம் ₹22,000 மற்றும் நிச்சயமான 3% ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5 ஆண்டுகளுக்கு.

A மற்றும் B ஆகிய இரு வாய்ப்புகளிலும் அவருடைய நான்காவது வருட ஊதியம் எவ்வளவு?

2. குமார் தனது நான்கு நண்பர்களுக்கு கடிதம் எழுதுகிறார். மேலும் தனது நண்பர்களை அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் நான்கு வெவ்வேறு நண்பர்களுக்குக் கடிதம் எழுதுமாறும் மற்றும் இந்தச் செயல்முறையைத் தொடருமாறும் கூறுகிறார். இந்தச் செயல்முறை தொடர்ச்சியாக நடைபெறுகின்றது. ஒரு கடிதத்திற்கான செலவு ₹2 எனில் 8 நிலைகள் வரை கடிதங்கள் அனுப்புவதற்கு ஆகும் மொத்த செலவைக் காண்க.

விடைகள்

பிரிவு – அ

1. (அ) 0, 1, 8
2. (இ) 3
3. (ஆ) 2
4. (இ) 8
5. (இ) 14280

பிரிவு – ஆ

1. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.1 வினா எண். 1
2. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.2 வினா எண். 1
3. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.3 வினா எண். 5
4. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.5 வினா எண். 4
5. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.9 வினா எண். 5

பிரிவு – இ

1. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.7 வினா எண். 11
2. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.8 வினா எண். 8

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

4 வடிவியல்

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- **பிதாகரஸ் தேற்றத்தின் கூற்று:**

  ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

- **வடிவொத்தவைக்கான AA விதிமுறை**

  ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களுக்குச் சமமானால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் வடிவொத்தவை ஆகும். ஏனெனில் இரு முக்கோணங்களிலும் மூன்றாவது கோணம் சமமாக இருக்கும்.

- **வடிவொத்தவைக்கான SAS விதிமுறை**

  ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் மற்றொரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்திற்கு சமமாகவும், அவை உள்ளிட்ட பக்கங்களும் விகித சமமாக இருந்தால் அவ்விரண்டு முக்கோணங்களும் வடிவொத்தவை ஆகும்.

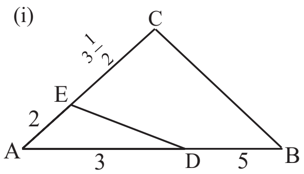
www.surabooks.com

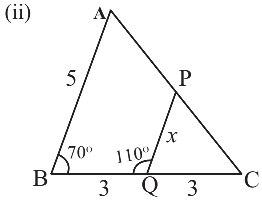
orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

பயிற்சி 4.1

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டவற்றில் எந்த முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை என்பதைச் சோதிக்கவும் மேலும் x -ன் மதிப்பு காண்க.





தீர்வு: கருது ΔADE மற்றும் ΔABC

(i) $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$

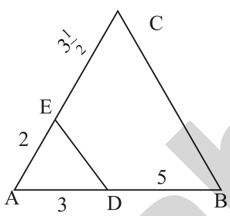
(ஒத்த முக்கோணங்கள் எனில்)

$\left[\because 3\frac{1}{2}+2 = 5\frac{1}{2} = \frac{11}{2}\right]$

ஆனால் இங்கு, $\frac{2}{\frac{11}{2}} \neq \frac{3}{8}$

$2\times\frac{2}{11} \neq \frac{3}{8}$

$\frac{4}{11} \neq \frac{3}{8}$



∴ இவை வடிவொத்தவை இல்லை

(ii) ΔABC மற்றும் ΔPQC,

$\angle PQC = 180^o - 110^o = 70^o$

$\angle ABC = \angle PQC = 70^o$

$\angle C = \angle C$ (பொதுவான கோணம்)

$\therefore \angle A = \angle QPC$ (∴ AAA விதிமுறை)

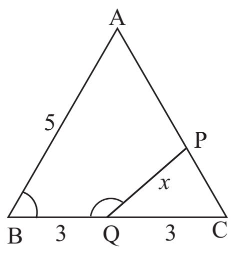
∴ ΔABC மற்றும் ΔPQC வடிவொத்தவை

$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QC}$

$\frac{5}{x} = \frac{3+3}{3}$

குறுக்கு பெருக்கல் $6x = 15$

$x = \frac{15}{6} = 2.5$



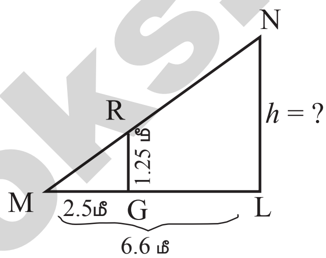
2. ஒரு பெண் விளக்கு கம்பத்தின் அடியிலிருந்து 6.6 மீ தொலைவிலுள்ள கண்ணாடியில் விளக்கு கம்ப உச்சியின் பிரதிபலிப்பைக் காண்கிறாள் 1.25 மீ உயரமுள்ள அப்பெண் கண்ணாடியிலிருந்து 2.5 மீ தொலைவில் நிற்கிறாள். கண்ணாடியானது வானத்தை நோக்கி வைக்கப்பட்டுள்ளது. அப்பெண், கண்ணாடி மற்றும் விளக்குகம்பம் ஆகியவை எல்லாம் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைவதாக எடுத்துக் கொண்டால், விளக்குக் கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு: M என்பது கண்ணாடியின் நிலை, G என்பது பெண்ணின் நிலை மற்றும் L என்பது விளக்கின் நிலை. GR என்பது பெண்ணின் உயரம் என்க.

⇒ GR = 1.25 மீ மற்றும் NL என்பது விளக்கு கம்பத்தின் உயரம் ⇒ NL = h.

ΔMLN, ΔMGR ஒத்த முக்கோணங்கள்

[∵∠M பொது ∠BGL = ∠NLG = 90°
AA வரையறைப்படி]



$\therefore \frac{GR}{LN} = \frac{MG}{ML}$

$\frac{1.25}{h} = \frac{2.5}{6.6}$

$1.25 \times 6.6 = 2.5 \times h$

$h = \frac{1.25\times 6.6}{2.5}$

$h = \frac{\cancel{125}^{5}}{\cancel{100}_{\cancel{4}\,2}} \times \frac{\cancel{66}^{33}}{\cancel{10}} \times \frac{\cancel{10}}{\cancel{25}_{5}}$

$= \frac{33}{10} = 3.3$ மீ

∴ விளக்கு கம்பத்தின் உயரம் = 3.3 மீ.

3. 6 மீ உயரமுள்ள செங்குத்தாக நிற்கும் கம்பமானது தரையில் 400 செ.மீ நீளமுள்ள நிழலை ஏற்படுத்துகிறது. ஒரு கோபுரமானது 28 மீ நீளமுள்ள நிழலை ஏற்படுத்துகிறது. கம்பம் மற்றும் கோபுரம் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைவதாகக் கருதி வடிவொத்த தன்மையைப் பயன்படுத்தி, கோபுரத்தின் உயரம் காண்க.

தீர்வு: AB = h மீ என்பது கோபுரத்தின் உயரம் என்க

DE = 6 மீ என்பது கம்பத்தின் நீளம் என்க

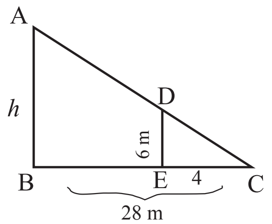
மேலும், BC = 28மீ என்பது கோபுரத்தின் நிழல் மற்றும் EC = 400 செ.மீ = 4மீ கம்பின் நிழல்

படத்தில் ΔABC, ΔDEC ஒத்த முக்கோணங்கள்

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores



ΔABC மற்றும் ΔDEC, $\angle C$ யில் பொது மற்றும் $\angle ABC = \angle DEC = 90^o$

$\therefore$ AA வரையறைப்படி, ΔABC மற்றும் ΔDEC வடிவொத்தது.

$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{6} = \frac{28}{4} \qquad \Rightarrow \frac{h}{6} = 7$$

$$\Rightarrow h = 6 \times 7$$

$$\Rightarrow h = 42 \text{ m}$$

$\therefore$ கோபுரத்தின் உயரம் = 42 மீ.

4. QR ஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்ட இரு முக்கோணங்கள் QPR மற்றும் QSR -ன் புள்ளிகள் P மற்றும் S -யில் செங்கோணங்களாக அமைந்துள்ளன. இரு முக்கோணங்களும் QR -யின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்துள்ளன. PR மற்றும் SQ என்ற பக்கங்கள் T என்ற புள்ளியில் சந்திக்கின்றன எனில், PT × TR = ST × TQ என நிறுவுக. [பிடிஏ - 6]

தீர்வு: ΔPQT மற்றும் ΔTSR கருதுக,

$$\angle P = \angle S = 90^o \text{ மற்றும்}$$

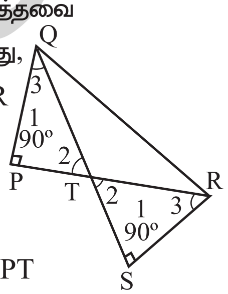
$$\angle PTQ = \angle STR$$

[நேருக்கு நேர் எதிர்கோணங்கள்]

$\therefore$ AA வரையறைப்படி வடிவொத்தவை

ΔPQT க்கு Δ TSR வடிவொத்தது,

$\therefore \Delta PQT \sim \Delta TSR$



இரண்டு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தது எனில் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமமுடையது.

Δ PQT யில் $\angle 1$ மற்றும் $\angle 2$ -க்கு இடையேயான பக்கம் PT

அதைப் போல ΔTSRயில் $\angle 1$ மற்றும் $\angle 2$ யில் TSக்கு இடையேயான பக்கம். ... (1)

அதைப் போல ΔPQT யில் $\angle 2$ மற்றும் $\angle 3$யில் QT மற்றும் ΔTSR-க்கு இடையேயான பக்கம் $\angle 2$ மற்றும் $\angle 3$ யில் TRக்கு இடையேயான பக்கம் ... (2)

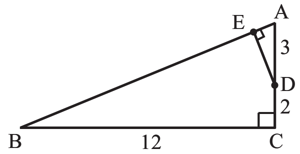
(1) மற்றும் (2) லிருந்து [$\because \Delta PQT \sim \Delta$ TSR]

$$\Rightarrow PT.TR = TS.QT$$

$$\Rightarrow PT \times TR = ST \times TQ$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், C-ஐ செங்கோணமாகக் கொண்ட ΔABC-யில் DE $\perp$ AB எனில், $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ என நிரூபிக்க. மேலும்AE மற்றும் DE ஆகியவற்றின் நீளங்களைக் காண்க.



தீர்வு: கணக்கின்படி, $\angle C = 90^o = \angle DEA$

$\angle A$ ஆனது Δ ABC மற்றும் Δ ADE இரண்டிற்கும் பொதுவானது.

[ΔABC ஒரு செங்கோண முக்கோணம்

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$= 12^2 + 5^2 = 144 + 25$$

$$= 169]$$

$\therefore$ AA விதிமுறைப்படி

$\Delta ABC \sim \Delta ADE$

$\therefore$ அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதம் சமம்

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

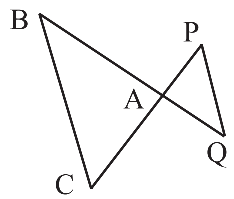
$$\frac{3}{13} = \frac{AE}{5} = \frac{DE}{12}$$

$$\frac{AE}{5} = \frac{3}{13} \Rightarrow AE = \frac{3 \times 5}{13} = \frac{15}{13}$$

$$\frac{DE}{12} = \frac{3}{13} \Rightarrow DE = \frac{3 \times 12}{13} = \frac{36}{13}$$

$$\therefore AE = \frac{15}{13} \; ; \; DE = \frac{36}{13}$$

6. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $\Delta ACB \sim \Delta APQ$. BC = 8 செ.மீ, PQ = 4 செ.மீ, BA = 6.5 செ.மீ மற்றும் AP = 2.8 செ.மீ எனில், CA மற்றும் AQ -யின் மதிப்பைக் காண்க.



தீர்வு: $\Delta ABC \sim \Delta APQ \Rightarrow$ ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமமுடையது

$$\frac{AB}{AQ} = \frac{BC}{PQ} = \frac{CA}{AP}$$

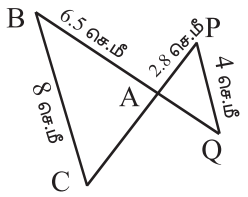
$$\Rightarrow \frac{6.5}{AQ} = \frac{8}{4} = \frac{CA}{2.8}$$

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

$$\Rightarrow \quad \frac{6.5}{AQ} = \frac{2}{1} = \frac{CA}{2.8}$$
I II III



II மற்றும் III லிருந்து

$\Rightarrow$ CA $= 2 \times 2.8 \Rightarrow CA = 5.6$ செ.மீ

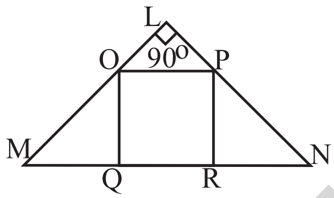
I மற்றும் II லிருந்து

$\Rightarrow \quad 6.5 = 2\,AQ$

$\Rightarrow \quad AQ = \frac{6.5}{2} \Rightarrow AQ = 3.25$ செ.மீ

7. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் OPRQ ஆனது சதுரம் மற்றும் $\angle MLN = 90°$ எனில், கீழ்க்கண்டவற்றை நிரூபிக்கவும்.

(i) $\Delta LOP \sim \Delta QMO$ (ii) $\Delta LOP \sim \Delta RPN$ (iii) $\Delta QMO \sim \Delta RPN$ (iv) $QR^2 = MQ \times RN$.



தீர்வு: (i) ΔLOP மற்றும் ΔQMO மூலம் நமக்கு கிடைப்பது,

$\angle OLP = \angle MQO$ (ஒவ்வொன்றும் $90°$ க்கு சமம்)

மற்றும் $\angle LOP = \angle OMQ$ (ஒத்த கோணங்கள்)

$\Delta LOP \sim \Delta QMO$ (வடிவொத்தவைக்கான AA வரையறைப்படி)

(ii) ΔLOP மற்றும் ΔPRN மூலம் நமக்கு கிடைப்பது

$\angle PLO = \angle NRP$ (ஒவ்வொன்றும் $90°$க்கு சமம்)

$\angle LPO = \angle PNR$ (ஒத்த முக்கோணங்கள்)

$\Delta LOP \sim \Delta RPN$ (வடிவொத்தவைக்கான AA வரையறைப்படி)

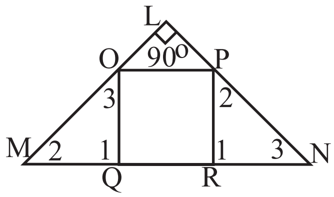
(iii) ΔQMO மற்றும் ΔRPN

ஏனெனில் $\Delta LOP \sim \Delta QMO$ மற்றும் $\Delta LOP \sim \Delta RPN$

$\angle QMO \sim \Delta RPN$

(iv) படி (iii) $\Delta QMO \sim \Delta RPN$

எனவே ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமமுடையவை ΔMQO, MQ யில் $\angle 1$ மற்றும் $\angle 2$ க்கு இடையே அமைந்துள்ளது. ΔRPN, RP யில் $\angle 1$ மற்றும் $\angle 2$ ... (1)



மேலும் ΔMQO, QO யில் $\angle 1$ மற்றும் $\angle 3$க்கு இடையே அமைந்துள்ளது. ΔRPN, RN யில் $\angle 1$ மற்றும் $\angle 3$ ... (2)

(1) மற்றும் (2)லிருந்து,

$$\frac{MQ}{RP} = \frac{QO}{RN} \quad \text{... (3)}$$

ஆதலால் OPQR சதுரம், $QO = RP$ மற்றும் $QO = QR$

$\Rightarrow \quad QO = RP = QR$

(3) லிருந்து,

$$\frac{MQ}{QR} = \frac{QR}{RN}$$

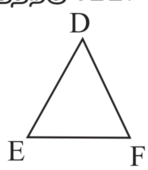
$\Rightarrow \quad MQ \times RN = QR^2$ [குறுக்கு பெருக்கல்]

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

8. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ல், ΔABC -யின் பரப்பு 9 செ.மீ ^{2}, ΔDEF -யின் பரப்பு 16 செ.மீ ^{2} மற்றும் BC = 2.1 செ.மீ எனில், EF -யின் நீளம் காண்க.

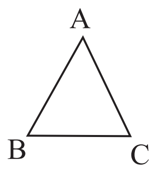
தீர்வு: வடிவொத்த முக்கோணங்களின் பரப்பளவானது அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களின் வர்க்கத்திற்கு சமம்.

$$\frac{\Delta ABC \text{ பரப்பு}}{\Delta DEF \text{ பரப்பு}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$



$$\frac{9}{16} = \frac{(2.1)^2}{EF^2}$$

இரு புறமும் வர்க்க மூலம் காண



$$\Rightarrow \quad \frac{3}{4} = \frac{2.1}{EF}$$

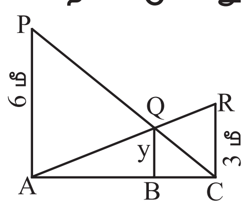
$3EF = 8.4$

$EF = \frac{8.4}{3} = 2.8$ செ.மீ

$EF = 2.8$ செ.மீ.

9. 6மீ மற்றும் 3மீ உயரமுள்ள இரண்டு செங்குத்தான தூண்கள் AC என்ற தரையின் மேல் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு ஊன்றப்பட்டுள்ளது எனில், y ன் மதிப்பு காண்க.

[பிடிஏ - 5]



www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or Available at All Leading Bookstores

தீர்வு: தூண்களின் உச்சியிலிருந்து எதிரேயுள்ள தூண்களின் அடிக்கு வரையப்படும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியின் உயரமானது $\frac{ab}{a+b}$ மீ.

இங்கு $a = 6$ மீ மற்றும் $b = 3$ மீ சந்திக்கும் உயரம் y மீ.

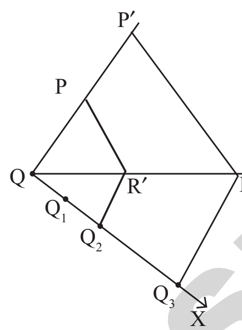
$$\Rightarrow \quad y = \frac{ab}{a+b}$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{6\times 3}{6+3} = \frac{18}{9} = 2\text{மீ}$$

$$\therefore y = 2\text{மீ}$$

10. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR -யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{2}{3}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{2}{3}<1$).

தீர்வு: PQR, ஆனது கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம். இதன் பக்கங்களுக்கு $\frac{3}{5}$ அளவுடைய ஒத்த பக்ககங்களில் மற்றொரு முக்கோணத்தை அமைப்போம்.



வரைதலின் படிகள்:

படி 1 : ஏதேனும் ஓர் அளவைக் கொண்டு ΔPQR ஐ வரைக.

படி 2 : QR என்ற கோட்டுத்துண்டுடன் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு QX என்ற கதிரை P என்ற முனைப்புள்ளிக்கு எதிர் திசையில் வரைக.

படி 3 : QX -ன் மீது Q_1, Q_2, Q_3 என்ற மூன்று புள்ளிகளை ($\frac{2}{3}$ ல் 2 மற்றும் 3 ஆகியவற்றில் பெரியது 3 என்பதால்) $QQ_1 = Q_1Q_2 = Q_2Q_3$ என்றவாறு குறிக்கவும்.

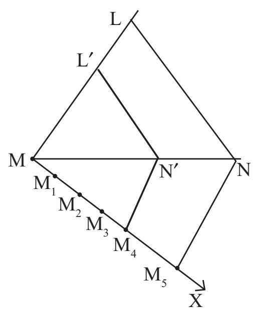
படி 4 : Q_3R இணைத்து Q_2 லிருந்து (2 வது புள்ளி அதாவது $\frac{2}{3}$ ல் 2 மற்றும் 3 ஆகியவற்றில் சிறியது) Q_3R இணையாக ஒரு கோடு வரைக.இது QR ஐ R' ல் சந்திக்கிறது.

படி 5: R'லிருந்து RPக்கு இணையாக வரையப்படும் கோடு QP ஐ P' யில் சந்திக்கிறது. $\Delta P'QR'$-ன் பக்கங்கள் ΔPQR-ன் ஒத்த பக்கங்களின் அளவில் 3-ல் 2 பங்கு ஆகும்

படி 6 : $\Delta P'QR'$ ஆனது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

11. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் LMN-ன் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{4}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{4}{5}<1$).

தீர்வு: ΔLMN ஆனது, கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம். இதன் பக்கங்களுக்கு $\frac{4}{5}$ அளவுடைய ஒத்த பக்கங்களின் மற்றொரு முக்கோணத்தை அமைப்போம்.



வரைதலின் படிகள்:

படி 1 : ஏதேனும் ஓர் அளவைக் கொண்டு ΔLMN ஐ வரைக.

படி 2 : MN என்ற கோட்டுத் துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு MX என்ற கதிரை L என்ற புள்ளிக்கு எதிர் திசையில் வரைக.

படி 3 : MX ல் M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 என்ற புள்ளிகளை ($\frac{4}{5}$ ல் 4 மற்றும் 5 ஆகியவற்றில் பெரியது 5 என்பதால்) $MM_1 = M_1M_2$, $M_2M_3 = M_3M_4$, M_4M_5 எனுமாறு குறிக்கவும்.

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

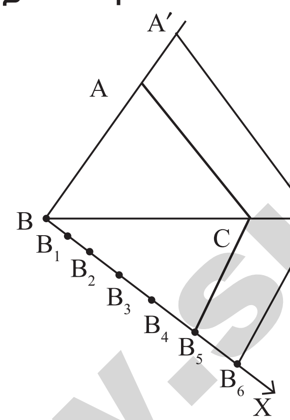
படி 4 : M_5N ஐ இணைத்து, M_4 லிருந்து (4 வது புள்ளி அதாவது $\frac{4}{5}$ ல் 4 மற்றும் 5 ஆகியவற்றில் சிறியது) M_5N -ற்க்கு இணையாக ஒரு கோடு வரைக. இது MN ஐ N'–ல் சத்திக்கிறது.

படி 5 : N'லிருந்து NLற்கு இணையாக வரையப்படும் கோடு ML ஐ L' ல் சந்திக்கிறது. $\Delta L'MN'$ –ன் பக்கங்கள் ΔLMN -ன் ஒத்த பக்கங்களின் அளவில் $\frac{4}{5}$ ஆகும்.

12. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ABC-யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{6}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக (அளவு காரணி $\frac{6}{5}>1$). [செப். - 2020; பிடிஏ - 1]

தீர்வு: ABC ஆனது கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ஆகும். ABC என்ற முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்கு $\frac{6}{5}$ அளவுடைய ஒத்த பக்கங்களில் மற்றொரு முக்கோணத்தை அமைப்போம்.

வரைதலின் படிகள்:



படி 1 : ஏதேனும் ஓர் அளவைக் கொண்டு ΔABC ஐ வரைக.

படி 2 : BC என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு BX என்ற கதிரை A என்ற புள்ளிக்கு எதிர் திசையில் வரைக.

படி 3 : BX –ன் மீது $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ என்ற 6 புள்ளிகளை ($\frac{6}{5}$ ல் 6 மற்றும் 5 ஆகியவற்றில் பெரியது 6 என்பதால்) $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5 = B_5B_6$ என்றவாறு குறிக்கவும்.

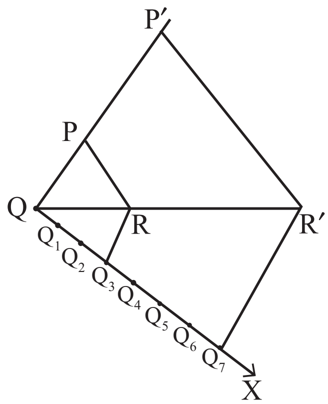
படி 4 : B_5C ஐ இணைத்து (5 வது புள்ளி அதாவது $\frac{6}{5}$ 6 மற்றும் 5 ஆகியவற்றில் சிறியது) B_5C க்கு இணையாக B_6 லிருந்து வரையப்படும் கோடு BC ஐ C' ல் சந்திக்கிறது.

படி 5 : C'லிருந்து CAக்கு இணையாக வரையப்படும் கோடு BA வை A' ல் சந்திக்கிறது.

$\Delta A'BC'$ பக்கங்கள் ΔABC ன் ஒத்த பக்கங்களின் அளவில் 5ல் 6 பங்கு ஆகும். $\Delta A'BC'$ ஆனது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணமாகும்.

13. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR-ன் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{7}{3}$ என்றவாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக (அளவு காரணி $\frac{7}{3}>1$). [Qy. - 2019; ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு: PQR ஆனது கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ஆகும். PQR என்ற முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்கு $\frac{7}{3}$ அளவுடைய ஒத்த பக்கங்களின் மற்றொரு முக்கோணத்தை அமைப்போம்.



வரைதலின் படிகள்:

படி 1 : ஏதேனும் ஓர் அளவைக் கொண்டு Δ PQR ஐ வரைக.

படி 2 : QR என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு QX என்ற கதிரை P என்ற முனைப்புள்ளிக்கு எதிர் திசையில் வரைக.

படி 3 : QX –ன் மீது $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7$ என்ற 7 புள்ளிகளை ($\frac{7}{3}$ ல் 7 மற்றும் 3 ஆகியவற்றில் பெரியது 7 என்பதால்)

$QQ_1 = Q_1Q_2 = Q_2Q_3 = Q_3Q_4 = Q_4Q_5 = Q_5Q_6 = Q_6Q_7$ என்றவாறு குறிக்கவும்.

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

படி 4 : Q_3R இணைத்து (3 -வது புள்ளி அதாவது $\frac{7}{3}$ -ல் 7 மற்றும் 3 ஆகியவற்றில் 3 சிறியது என்பதால்) Q_3R இணையாக Q_7 லிருந்து வரையப்படும் கோடு வரைக. இது QR ஐ R′ ல் சந்திக்கிறது.

$\Delta P'QR'$ -ன் பக்கங்கள் ΔPQR -ன் ஒத்த பக்கங்களின் அளிவில் 3-ல் 7 பங்கு ஆகும். $\Delta P'QR'$ ஆனது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

பயிற்சி 4.2

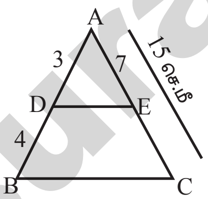
1. ΔABC -யின் பக்கங்கள் AB மற்றும் AC -யின் மீதுள்ள புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E ஆனது DE || BC என்றவாறு அமைந்துள்ளது.

(i) $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ மற்றும் AC = 15 செ.மீ எனில் AE-யின் மதிப்பு காண்க . **[செப். - 2021]**

(ii) AD = 8x − 7, DB = 5x − 3, AE = 4x − 3 மற்றும் EC = 3x − 1 எனில், x -ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு: (i) $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ எனில், AC = 15 செ.மீ, DE || BC,

விகிதச்சம தேற்றத்தின்படி



$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{AE}{15}$$

$$7\,AE = 3 \times 15$$

$$AE = \frac{45}{7} = 6.43 \text{ செ.மீ.}$$

(ii) அடிப்படை விகிதச்சம தேற்றத்தின்படி

$$\Delta ABC \text{ யில் } \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{8x-7}{5x-3} = \frac{4x-3}{3x-1}$$

குறுக்கு பெருக்கல்,

$$(8x-7)(3x-1) = (5x-3)(4x-3)$$

$$24x^2 - 21x - 8x + 7 = 20x^2 - 12x - 15x + 9$$

$$24x^2 - 29x + 7 - 20x^2 + 27x - 9 = 0$$

$$4x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$(2x+1)(x-1) = 0$$

$$x = 1, \frac{-1}{2} \Rightarrow x = 1$$

[∵ x குறையாகாது]

குறிப்பு :
-2
$\frac{-2}{2}$ $\frac{1}{}$

2. ABCD என்ற ஒரு சரிவகத்தில் AB || DC மற்றும் P,Q என்பன முறையே பக்கங்கள் AD மற்றும் BC யின் மீது அமைந்துள்ள புள்ளிகள் ஆகும். மேலும் PQ || DC, PD = 18 செ.மீ. BQ = 35 செ.மீ. மற்றும் QC = 15 செ.மீ. எனில், AD காண்க. **[ஆகஸ்ட் - 2022]**

தீர்வு: ஒரு சரிவகத்தில் இணைப்பக்கங்களுக்கு இணையாக வரையப்பட்ட ஒரு கோடு அந்த சரிவகத்தின் இணையற்ற பக்கங்களை சம விகிதத்தில் பிரிக்கும்.

தேல்ஸ் தேற்றத்தின்படி, ΔACD யில்.

$$\frac{AP}{PD} = \frac{AG}{GC} \Rightarrow \frac{x}{18} = \frac{AG}{GC} \quad ...(1)$$

[∵ PG || DC]

சரிவகம்: ΔABC யில்,

$$\frac{AG}{GC} = \frac{BQ}{QC} \Rightarrow \frac{AG}{GC} = \frac{35}{15} \quad ...(2)$$

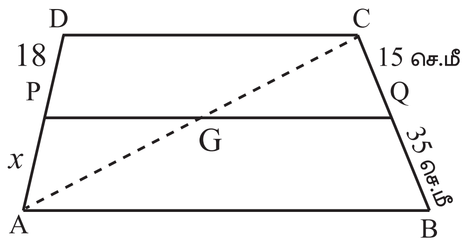
[GQ || DC]

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$$\frac{x}{18} = \frac{35^{7}}{15_{3}} \Rightarrow 3x = 126$$

$$x = 42$$

$$AD = x + 18 = (42 + 18) = 60 \text{ செ.மீ.}$$



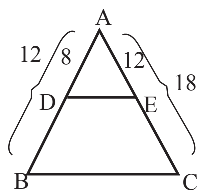
3. ΔABC-யில், D மற்றும் E என்ற புள்ளிகள் முறையே பக்கங்கள் AB மற்றும் AC ஆகியவற்றின் மீது அமைந்துள்ளன. AB = 12 செ.மீ, AD = 8 செ.மீ, AE = 12 செ.மீ. மற்றும் AC = 18 செ.மீ. DE || BC என நிறுவுக.

தீர்வு: ΔABC -யில், AB = 12 செ.மீ.

AD = 8 செ.மீ.

AE = 12 செ.மீ.

AC = 18 செ.மீ.



$$\text{கருதுக } \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{8} = \frac{18}{12}$$

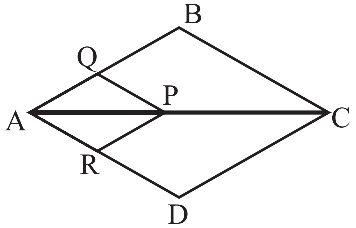
$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

ஏனெனில் விகிதங்கள் சமம் தேல்ஸ் தேற்றத்தின் மறுதலையின்படி

∴ DE || BC

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

4. படத்தில் PQ || BC மற்றும் PR ||CD எனில் (i) $\frac{AR}{AD} = \frac{AQ}{AB}$ (ii) $\frac{QB}{AQ} = \frac{DR}{AR}$ என நிறுவுக.



தீர்வு: படத்தில் PQ || BC, PR ||CD.

(i) ΔADCயில், BPT மூலம் $\frac{AR}{AD} = \frac{AP}{AC}$

(BPT அடிப்படை விகிதச்சம தேற்றம்) ...(1)

[$\because$ PR || CD]

ΔACB யில், BPT மூலம் $\frac{AP}{AC} = \frac{AQ}{AB}$ ...(2)

[$\because$ PQ || BC]

(1), (2) லிருந்து கிடைப்பது

$$\frac{AR}{AD} = \frac{AP}{AC} = \frac{AQ}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{AR}{AD} = \frac{AQ}{AB}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(ii) ΔABC -ல், $\frac{QB}{AQ} = \frac{PC}{AP}$ (BPT மூலம்) ...(1)

[$\because$ PQ || BC]

ΔACD -ல், $\frac{PC}{AP} = \frac{DR}{AR}$ (BPT மூலம்). ...(2)

[$\because$ PR || CD]

(1), (2) லிருந்து.

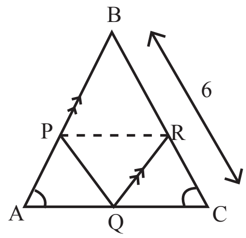
$$\frac{QB}{AQ} = \frac{PC}{AP} = \frac{DR}{AR}$$

$$\therefore \frac{QB}{AQ} = \frac{DR}{AR}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. ΔABC -யின் உள்ளே $\angle B$ ஐ ஒரு கோணமாகக் கொண்ட சாய்சதுரம் PQRB அமைந்துள்ளது. P, Q மற்றும் R என்பன முறையே பக்கங்கள் AB, AC மற்றும் BC மீது அமைந்துள்ள புள்ளிகள் ஆகும். AB = 12 செ.மீ. மற்றும் BC = 6 செ.மீ. எனில், சாய்சதுரத்தின் பக்கங்கள் PQ, RB -யைக் காண்க.

தீர்வு: ΔABC யில் PQ || BC



[$\because$ ஒரு சாய்சதுரத்தில் எதிர் பக்கங்கள் இணை]

$\therefore$ தேல்ஸ் தேற்றத்தின் மறுதலையின்படி,

$$\frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC}$$

$\Rightarrow$ சாய்சதுரத்தின் பக்கம் x செ.மீ. என்க.

$$\Rightarrow \frac{AB - PB}{AB} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{12 - x}{\cancel{12}_{2}} = \frac{x}{\cancel{6}_{1}}$$

[$\because$ PB = PQ = x, BC = 6 மற்றும் AB = 12]

$$\Rightarrow \frac{12 - x}{2} = \frac{x}{1}$$

$$\Rightarrow 1(12 - x) = 2x$$

[குறுக்கு பெருக்கல் மூலம்]

$$\Rightarrow 12 - x = x$$

$$\Rightarrow 12 = 2x + x$$

$$\Rightarrow 12 = 3x$$

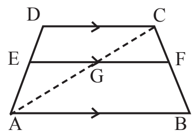
$$\Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$$

$\therefore$ PQ = RB = 4 செ.மீ.

[$\because$ சாய்சதுரத்தின் எல்லா பக்கங்களும் சமம்]

6. சரிவகம் ABCD-யில், AB || DC, E மற்றும் F என்பன முறையே இணையற்ற பக்கங்கள் AD மற்றும் BC -யின் மீது அமைந்துள்ள புள்ளிகள், மேலும் EF || AB என அமைந்தால், $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$ என நிறுவுக.

தீர்வு:



தரப்பட்டுள்ளது. ABCD என்ற சரிவகத்தில் DC || AB மற்றும் EF || AB.

நிரூபிக்க வேண்டியது : $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்

5 ஆயத்தொலை வடிவியல்

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளி = $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.
- AB உட்புறமாக $m : n$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி P$\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$
- வெளிப்புறமாக $m : n$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி = $\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$
- நடுக்கோட்டு மையம் = $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$
- Δ-ன் பரப்பு = $\{x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)\}$

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

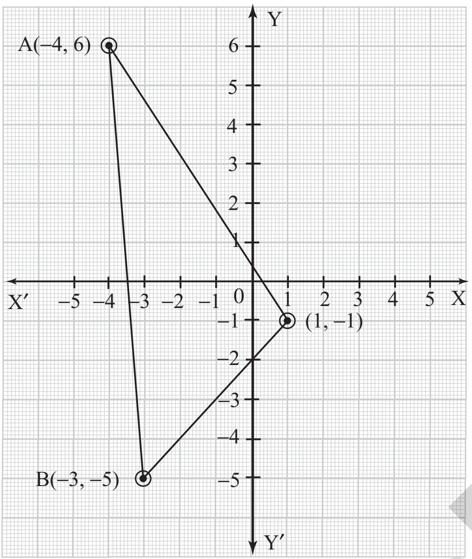
பயிற்சி 5.1

1. கீழ்க்கண்ட புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.

(i) (1,–1), (–4, 6) மற்றும் (–3, –5) [Hy. - 2019]

(ii) (–10, –4), (–8, –1) மற்றும் (–3, –5)

தீர்வு : (i) **(1, –1), (–4, 6) மற்றும் (–3, –5,)**



$$\begin{matrix} A(-4, 6), & B(-3, -5), & C(1, -1) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (x_1, y_1) & (x_2, y_2) & (x_3, y_3) \end{matrix}$$

∴ ΔABC ன் பரப்பு =

$$\frac{1}{2}[(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3)]$$

சதுர அலகுகள்

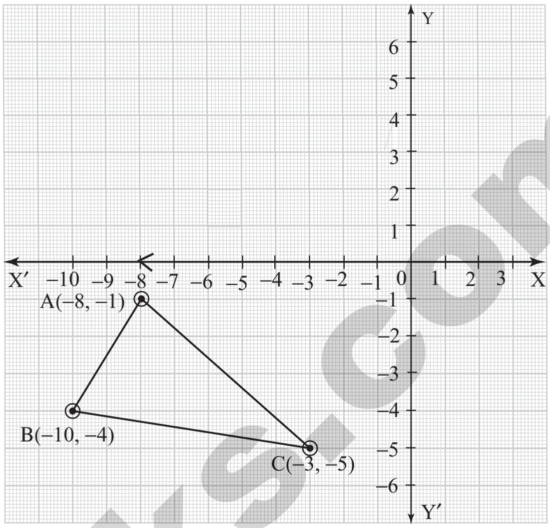
$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} ((-4\times-5)+(-3\times-1)+(1\times6)) \\ -((-3\times6)+(1\times-5)+(-4\times-1)) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[(20+3+6)-(-18-5+4)]$$

$$= \frac{1}{2}[29-(-19)] = \frac{1}{2}[29+19] = \frac{1}{2}\times48$$

$= 24$ சதுர அலகுகள்.

(ii) (–10, –4), (–8, –1) மற்றும் (–3, –5)



$$\begin{matrix} A(-8, -1), & B(-10, -4) & C(-3, -5) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (x_1, y_1) & (x_2, y_2) & (x_3, y_3) \end{matrix}$$

∴ ΔABC ன் பரப்பு

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$ சதுர அலகுகள்

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -8 & -10 & -3 & -8 \\ -1 & -4 & -5 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} ((-8\times-4)+(-10\times-5)+(-3\times-1)) \\ -((-1\times-10)+(-4\times-3)+(-5\times-8)) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[(32+50+3)-(10+12+40)]$$

$$= \frac{1}{2}[85-62] = \frac{1}{2}\times23 = 11.5$$ சதுர அலகுகள்

2. கீழ்க்காணும் புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையுமா எனத் தீர்மானிக்கவும்.

(i) $\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$**, (–5, 6) மற்றும் (–8, 8)**

(ii) (a, b + c), (b, c + a) மற்றும் (c, a + b)

தீர்வு : (i) $A\begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ -\frac{1}{2}, & 3 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} x_2 & y_2 \\ -5, & 6 \end{pmatrix}$ மற்றும் $C\begin{pmatrix} x_3 & y_3 \\ -8, & 8 \end{pmatrix}$

ΔABC-ன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$ ச.அலகுகள்

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} \frac{-1}{2} & -5 & -8 & \frac{1}{2} \\ 3 & 6 & 8 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\left(\frac{-1}{2}\times 6\right)+(-5\times 8)+(-8\times 3)\right) - \left((3\times -5)+(6\times -8)+\left(8\times\frac{-1}{2}\right)\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}[(-3-40-24)-(-15-48-4)]$$

$$= \frac{1}{2}[-67-(-67)] = \frac{1}{2}[-67+67] = 0 \text{ சதுர அலகுகள்}$$

∴ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும்.

(ii) ΔABC -ன் பரப்பு

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & b & c & a \\ b+c & c+a & a+b & b+c \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\left[(ac+a^2+ab+b^2+bc+c^2) - (b^2+bc+c^2+ac+a^2+ab)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\cancel{ac}+\cancel{a^2}+\cancel{ab}+\cancel{b^2}+\cancel{bc}+\cancel{c^2} - \cancel{b^2}-\cancel{bc}-\cancel{c^2}-\cancel{ac}-\cancel{a^2}-\cancel{ab}\right]$$

$$= \frac{1}{2}(0) = 0 \text{ சதுர அலகுகள்}$$

∴ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும்.

3. வரிசையில் அமைந்த முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகளும், அதன்பரப்பளவுகளும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. 'p'-யின் மதிப்பைக் காண்க.

எண்	முனைப் புள்ளிகள்	பரப்பு (சதுர அலகில்)
(i)	(0,0), (p, 8), (6, 2)	20
(ii)	(p, p), (5,6), (5, –2)	32

தீர்வு : (i) கொடுக்கப்பட்ட

$$A\begin{pmatrix} 0, & 0 \\ x_1 & y_1 \end{pmatrix}, B\begin{pmatrix} p, & 8 \\ x_2, & y_2 \end{pmatrix}, C\begin{pmatrix} 6, & 2 \\ x_3, & y_3 \end{pmatrix}$$

பரப்பு 20 சதுர அலகுகள்

$$\Delta ABC\text{ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & p & 6 & 0 \\ 0 & 8 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 20$$

$$\Rightarrow [(0+2p+0)-(0+48+0)] = 40$$
$$2p-48 = 40$$
$$2p = 40+48 = 88$$
$$p = 44.$$

(ii) A (p, p), B (5, 6), C (5, –2)

பரப்பு = 32 சதுர அலகுகள்

$$\Delta ABC\text{ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} p & 5 & 5 & p \\ p & 6 & -2 & p \end{vmatrix} = 32$$

$$\Rightarrow [(6p-10+5p)-(5p+30-2p)] = 64$$
$$\Rightarrow (11p-10-3p-30) = 64$$
$$\Rightarrow 8p-40 = 64$$
$$8p = 104$$
$$p = 13.$$

4. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு கோட்டில் அமைந்தவை எனில், 'a' -யின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) (2, 3), (4, a) மற்றும் (6, –3)

(ii) (a, 2 – 2a), (–a + 1, 2a) மற்றும் (–4 – a, 6 – 2a)

தீர்வு : (i) கொடுக்கப்பட்ட ΔABC -ன் பரப்பு

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 & 2 \\ 3 & a & -3 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

(∵ புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் அமைந்தவை)

$$[(2a-12+18)-(12+6a-6)] = 0$$
$$(2a+6)-(6+6a) = 0$$
$$2a+6-6-6a = 0$$
$$-4a = 0$$
$$a = 0$$

(ii) ΔABC -ன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$ சதுர அலகுகள்

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & -a+1 & -4-a & a \\ 2-2a & 2a & 6-2a & 2-2a \end{vmatrix} = 0$$

$$[(2a^2+(-a+1)\times(6-2a)+(-4-a)\times(2-2a)) - ((2-2a)(-a+1)+2a(-4-a)+a(6-2a))] = 0$$

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

$\Rightarrow \quad 2a^2 - 6a + 6 + 2a^2 - 2a + (-8) - 2a + 8a + 2a^2$
$-[-2a + 2a^2 + 2 - 2a - 8a - 2a^2 + 6a - 2a^2] = 0$

$\Rightarrow \quad \cancel{2a^2} - 6a + 6 + 2a^2 - \cancel{2a} - 8 - \cancel{2a} + 8a + 2a^2 + \cancel{2a}$
$-\cancel{2a^2} - 2 + \cancel{2a} + 8a + 2a^2 - 6a + 2a^2 = 0$

$8a^2 + 4a - 4 = 0$

$2a^2 + a - 1 = 0$

$2a^2 + 2a - a - 1 = 0$

$2a(a + 1) - 1(a + 1) = 0$

$\Rightarrow \quad (2a - 1)(a + 1) = 0$

$2a - 1 = 0$ அல்லது $a + 1 = 0$

$2a = 1$ அல்லது $a = -1$

$\Rightarrow \quad a = \frac{1}{2}$ அல்லது $a = -1$

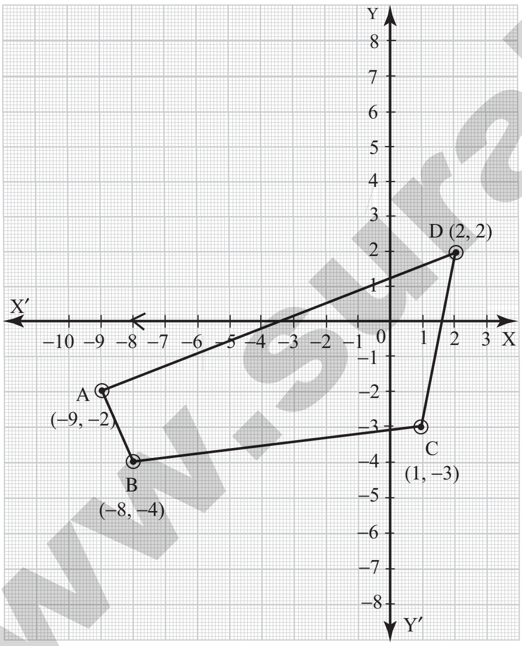
$\therefore \quad a = -1, \frac{1}{2}$

5. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

(i) (–9, –2), (–8, –4), (2, 2) மற்றும்(1, –3)

(ii) (–9, 0), (–8, 6), (–1, –2) மற்றும் (–6, –3)

தீர்வு : (i)



$A\begin{pmatrix} -9 & -2 \\ x_1 & y_1 \end{pmatrix}, B\begin{pmatrix} -8, & -4 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}, C\begin{pmatrix} 1, & -3 \\ x_3 & y_3 \end{pmatrix}, D\begin{pmatrix} 2, & 2 \\ x_4 & y_4 \end{pmatrix}$

நாற்கரத்தின் பரப்பு

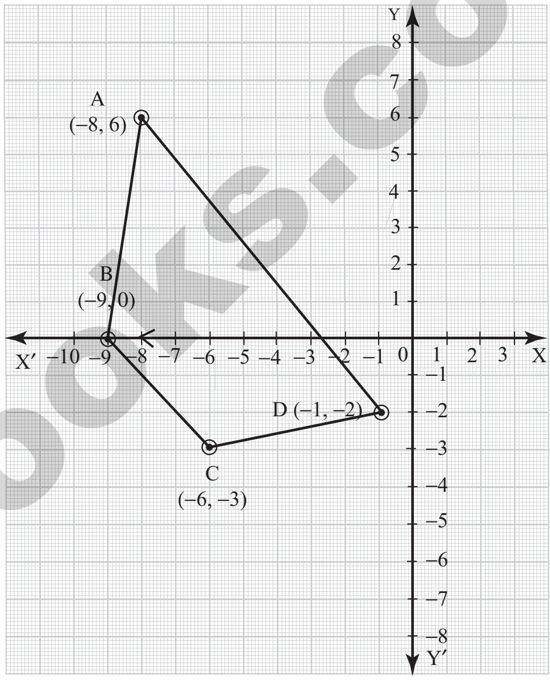
$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -9 & -8 & 1 & 2 & -9 \\ -2 & -4 & -3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{1}{2}[(36 + 24 + 2 - 4) - (16 - 4 - 6 - 18)]$

$= \frac{1}{2}[58 - (-12)] = \frac{1}{2}(70) = 35$ சதுர அலகுகள்

(ii)



$A\begin{pmatrix} x_1, & 6 \\ -8, & y_1 \end{pmatrix}, B\begin{pmatrix} x_2, & y_2 \\ -9 & 0 \end{pmatrix}, C\begin{pmatrix} x_3, & y_3 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} D\begin{pmatrix} x_4, & y_4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

நாற்கரம் ABCD-யின் பரப்பு

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -8 & -9 & -6 & -1 & -8 \\ 6 & 0 & -3 & -2 & 6 \end{vmatrix}$ ச. அலகுகள்

$= \frac{1}{2}[(0 + 27 + 12 - 6) - (-54 + 0 + 3 + 16)]$ ச.அலகுகள்

$= \frac{1}{2}(33 - (-35)) = \frac{1}{2}(33 + 35) = \frac{68}{2} = 34$ ச.அலகுகள்

6. (–4, –2), (–3, *k*), (3, –2) மற்றும் (2, 3) ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 28 ச. அலகுகள் எனில், *k* -யின் மதிப்புக் காண்க.

[செப். - 2020; பிடிஏ - 5; SRT - 2022]

தீர்வு : $(-4, -2)$, $(-3, k)$, $(3, -2)$ மற்றும் $(2, 3)$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2) \quad (x_3, y_3) \quad (x_4, y_4)$

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

நாற்கரத்தின் பரப்பு

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & -3 & 3 & 2 & -4 \\ -2 & k & -2 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 28 \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$\Rightarrow [(-4k + 6 + 9 - 4) - (6 + 3k - 4 - 12)] = 56$$
$$\Rightarrow 11 - 4k - (-10 + 3k) = 56$$
$$\Rightarrow -7k + 21 = 56$$
$$-7k = 56 - 21 = 35$$
$$k = -5$$

7. A(–3, 9) , B(a, b) மற்றும் C(4,–5) என்பன ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகள் மற்றும் $a + b = 1$ எனில், a மற்றும் b -யின் மதிப்பைக் காண்க. [Qy. - 2019]

தீர்வு : $A(-3, 9)$, $B(a, b)$, $C(4, -5)$,
$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2) \quad (x_3, y_3)$

இவை ஒரே கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள் என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் $(a + b = 1)$.

$$\therefore \Delta \text{ -ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & a & 4 & -3 \\ 9 & b & -5 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

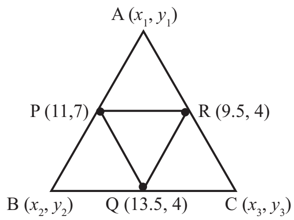
($\because$ புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் அமைவன)

$$(-3b - 5a + 36) - (9a + 4b + 15) = 0$$
$$(-3b - 4b) + (-5a - 9a) + (36 - 15) = 0$$
$$-7b - 14a = -21$$
$$-7(b + 2a) = -21$$
$$b + 2a = 3$$
$$(b + a) + a = 3$$
$$1 + a = 3$$
$$a = 2 \Rightarrow b = 1 - 2 = -1$$

$$\boxed{\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= -1 \end{aligned}}$$

8. ΔABC-யின் பக்கங்கள் AB, BC மற்றும் AC ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே P(11, 7), Q(13.5, 4) மற்றும் R(9.5, 4) என்க. முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகள் A, B மற்றும் C காண்க. மேலும், ΔABC-யின் பரப்பை ΔPQR -யின் பரப்புடன் ஒப்பிடுக.

தீர்வு : P(11, 7), Q(13.5, 4) மற்றும் R(9.5, 4) இவை ΔABC ன் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள்.



$$\text{நடுப்புள்ளி } (x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$\therefore \text{AB-யின் நடுப்புள்ளி} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = (11, 7)$$

$$\Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{2} = 11$$
$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 22 \quad ...(1)$$
$$\frac{y_1 + y_2}{2} = 7$$
$$\Rightarrow y_1 + y_2 = 14 \quad ...(2)$$

$$\text{BC-யின் நடுப்புள்ளி} = \left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2}\right) = (13.5, 4)$$

$$\Rightarrow \frac{x_2 + x_3}{2} = 13.5$$
$$\Rightarrow x_2 + x_3 = 27.0 \quad ...(3)$$
$$\Rightarrow \frac{y_2 + y_3}{2} = 4$$
$$\Rightarrow y_2 + y_3 = 8 \quad ...(4)$$

$$\text{AC-யின் நடுப்புள்ளி} = \left(\frac{x_1 + x_3}{2}, \frac{y_1 + y_3}{2}\right) = (9.5, 4)$$

$$\Rightarrow \frac{x_1 + x_3}{2} = 9.5$$
$$x_1 + x_3 = 19.0 \quad ...(5)$$
$$\frac{y_1 + y_3}{2} = 4$$
$$y_1 + y_3 = 8 \quad ...(6)$$

$$(1) + (3) + (5) \rightarrow 2(x_1 + x_2 + x_3) = 68$$
$$x_1 + x_2 + x_3 = 34 \quad ...(7)$$
$$(7) - (1) \Rightarrow x_3 = 34 - 22 = 12$$
$$(7) - (3) \Rightarrow x_1 = 34 - 27 = 7$$
$$(7) - (5) \Rightarrow x_2 = 34 - 19 = 15$$
$$(2) + (4) + (6) \rightarrow 2(y_1 + y_2 + y_3) = 30$$
$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 15 \quad ...(8)$$
$$(8) - (2) \rightarrow y_3 = 15 - 14 = 1$$
$$(8) - (4) \rightarrow y_1 = 15 - 8 = 7$$
$$(8) - (6) \rightarrow y_2 = 15 - 8 = 7$$

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

$= \frac{1}{2}[(-22)-(-29.5)] = \frac{1}{2}(-22+29.5)$

$= \frac{1}{2}(7.5) = 3.75$ சதுர அலகுகள்

(ii) ΔFED -ன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 1.5 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(-2+4.5+3)-(4.5+1-6)]$

$= \frac{1}{2}(5.5+0.5) = \frac{1}{2} \times 6$ சதுர அலகுகள்

$= 3$ சதுர அலகுகள்

(iii) நாற்கரம் BCEG-யின் பரப்பு

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & 2 & 1.5 & -4.5 & -4 \\ -2 & -1 & 1 & 0.5 & -2 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(4+2+0.75+9)-(-4-1.5-4.5-2.0)]$

$= \frac{1}{2}[15.75-(-12)] = \frac{1}{2}[15.75+12]$

$= \frac{1}{2} \times 27.75 = 13.88$ சதுர அலகுகள்

பயிற்சி 5.2

1. X அச்சுடன் மிகை திசையில் சாய்வு கோணத்தைக் கொண்ட கோட்டின் சாய்வு என்ன?

(i) 90° (ii) 0°

தீர்வு : (i) கொடுக்கப்பட்ட சாய்வுக் கோணம் $\theta = 90^\circ$

∴ கோட்டின் சாய்வு 'm'= $\tan\theta = \tan 90^\circ = \infty$ (வரையறுக்கப்படாதது)

(ii) சாய்வுக்கோணம் $\theta = 0^\circ$

கோட்டின் சாய்வு 'm' $= \tan\theta = \tan 0^\circ = 0$

2. பின்வரும் சாய்வுகளைக் கொண்ட நேர்க் கோடுகளின் சாய்வுக் கோணம் என்ன?

(i) 0 (ii) 1 [பிடிஏ - 3]

தீர்வு : (i) கொடுக்கப்பட்ட சாய்வு 'm' = 0

$\Rightarrow \tan\theta = 0 = \tan 0^\circ \Rightarrow \therefore \theta = 0^\circ$

(ii) சாய்வு 'm' = 1 $\Rightarrow \tan\theta = 1 = \tan 45^\circ \therefore \theta = 45^\circ$

3. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

(i) $(5, \sqrt{5})$ மற்றும் ஆதிப்புள்ளி [ஆகஸ்ட் - 2022]

(ii) $(\sin\theta, -\cos\theta)$ மற்றும் $(-\sin\theta, \cos\theta)$ [பிடிஏ - 2]

தீர்வு : **(i)** இரு புள்ளிகள் தரப்பட்டால் சாய்வு $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$(5, \sqrt{5}), (0, 0)$
$x_1 \; y_1 \quad x_2 \; y_2$

$\therefore m = \frac{0-\sqrt{5}}{0-5} = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

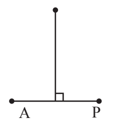
(ii) $(\sin\theta, -\cos\theta)$ மற்றும் $(-\sin\theta, \cos\theta)$
$\downarrow \qquad \downarrow$
$(x_1, y_1) \qquad (x_2, y_2)$

$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{\cos\theta-(-\cos\theta)}{-\sin\theta-\sin\theta} = \frac{2\cos\theta}{-2\sin\theta} = -\cot\theta$

4. A(5, 1) மற்றும் P ஆகியவற்றை இணைக்கும் கோட்டிற்குச் செங்குத்தான கோட்டின் சாய்வு என்ன? இதில் P என்பது (4, 2) மற்றும் (–6,4) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளி ஆகும்.

தீர்வு : (4, 2) மற்றும் (–6, 4) இப்புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் நடுப்புள்ளி (x_1, y_1) மற்றும் (x_2, y_2)

மையப்புள்ளி $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$



$P(x, y) = \left(\frac{4+(-6)}{2}, \frac{2+4}{2}\right) = (-1, 3)$

$x_1 \; y_1 \quad x_2 \; y_2$
A (5, 1), P (–1, 3).

APயின் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{3-1}{-1-5} = \frac{2}{-6} = \frac{-1}{3}$

AP –க்கு செங்குத்தான கோட்டின் சாய்வு

$= \frac{-1}{\text{A.P யின் சாய்வு}} = \frac{-1}{\frac{-1}{3}} = 3$

5. (–3, –4) , (7, 2) மற்றும் (12, 5) என்ற புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை எனக்காட்டுக. [செப். - 2021]

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட A(–3, –4), B(7, 2) மற்றும் C(12, 5).

சாய்வு AB $= \frac{2-(-4)}{7-(-3)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

சாய்வு BC $= \frac{5-2}{12-7} = \frac{3}{5}$

சாய்வு AB = சாய்வு BC.

∴ A, B யின் சாய்வு C ஒரே கோட்டில் அமையும்.

∴ அவைகள் ஒரு கோடமைந்தவை.

6. (3, –1), (a, 3) மற்றும் (1, –3)ஆகிய மூன்று புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை எனில் a-யின் மதிப்பு காண்க?

தீர்வு : AB யின் சாய்வு = BC யின் சாய்வு.

$[(x,y) = (3, -1) \; (x_2, y_2) = (a, 3)]$

$\frac{3-(-1)}{a-3} = \frac{-3-3}{1-a} \quad \left[\because \text{சாய்வு} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right]$

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

$$\frac{4}{a-3} = \frac{-6}{1-a}$$
$$\Rightarrow 4(1-a) = (a-3)(-6)$$
$$4-4a = -6a+18$$
$$2a = 18-4 = 14$$
$$a = 7$$

7. (–2, a) மற்றும் (9, 3) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வு $-\frac{1}{2}$ எனில், a-யின் மதிப்பு காண்க. **[Qy. & Hy. - 2019]**

தீர்வு : $(-2, a)$ மற்றும் $(9, 3)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சாய்வு $m = \frac{-1}{2}$.

$$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{3-a}{9-(-2)} = \frac{-1}{2}$$
$$2(3-a) = -1(11) \Rightarrow -2a = -11-6 = -17$$
$$a = \frac{17}{2}.$$

8. (–2, 6) மற்றும் (4, 8) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடானது (8, 12) மற்றும் (x, 24) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டிற்குச் செங்குத்து எனில், x -யின் மதிப்பு காண்க. **[பிடிஏ - 6]**

தீர்வு : A (–2, 6) மற்றும் B (4, 8) என்ற புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் கோட்டின் சாய்வு.

AB கோட்டின் சாய்வு $(m_1) = \frac{8-6}{4-(-2)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

C(8, 12) மற்றும் D(x, 24) புள்ளிகளைக் சேர்க்கும் கோட்டின் சாய்வு

$$CD\ (m_2) = \frac{24-12}{x-8} = \frac{12}{x-8}$$

$AB \perp^r CD \Rightarrow m_1 \times m_2 = -1$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{12}{x-8} = -1 \Rightarrow 4 = -1 \times (x-8)$$
$$\Rightarrow 4 = 8-x$$
$$\Rightarrow x = 8-4 \Rightarrow x = 4$$

9. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக. மேலும் பிதாகரஸ் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யுமா என ஆராய்க.

(i) A(1,–4), B(2,–3) மற்றும் C(4,–7)

(ii) L(0,5), M(9,12) மற்றும் N(3,14)

தீர்வு : (i) ABயின் சாய்வு $= \frac{-3-(-4)}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$

BC யின் சாய்வு $= \frac{-7-(-3)}{4-2} = \frac{-4}{2}$

AC யின் சாய்வு $= \frac{-7-(-4)}{4-1} = \frac{-7+4}{3} = \frac{-3}{3} = -1$

AB யின் சாய்வு × ACயின் சாய்வு = 1 × –1 = –1

∴ AB ⊥ AC. ஆம் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும்.

பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி

$AB^2 + AC^2 = BC^2$.

$$\left[\because d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}\right]$$

$$AB = \sqrt{(-3-(-4))^2 + (2-1)^2} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(-7-(-4))^2 + (4-(1))^2} = \sqrt{(-3)^2+3^2}$$
$$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

$$BC = \sqrt{(-7-(-3))^2 + (4-2)^2} = \sqrt{-4^2+2^2}$$
$$= \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$$

பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$\sqrt{20}^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{18}^2$$
$$20 = 2 + 18 = 20$$

∴ ΔABC ஒரு செங்கோண முக்கோணம்

(ii) LM -ன் சாய்வு $m_1 = \frac{12-5}{9-0} = \frac{7}{9}$

MN -ன் சாய்வு $m_2 = \frac{14-12}{3-9} = \frac{2}{-6} = \frac{1}{-3}$

LN -ன் சாய்வு $m_3 = \frac{14-5}{3-0} = \frac{9}{3} = 3$

$$m_2 \times m_3 = \frac{-1}{3} \times 3 = -1$$

∴ MN ⊥ LN.

∴ L, M, N ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும்.

$$LM = \sqrt{(12-5)^2+(9-0)^2} = \sqrt{7^2+9^2} = \sqrt{49+81} = \sqrt{130}$$

$$MN = \sqrt{(14-12)^2+(3-9)^2} = \sqrt{2^2+(-6)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40}$$

$$LN = \sqrt{(14-5)^2+(3-0)^2} = \sqrt{9^2+3^2} = \sqrt{81+9} = \sqrt{90}$$

பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி $LM^2 = MN^2 + LN^2$

$$\sqrt{130}^2 = \sqrt{40}^2 + \sqrt{90}^2 \Rightarrow 130 = 40 + 90.$$

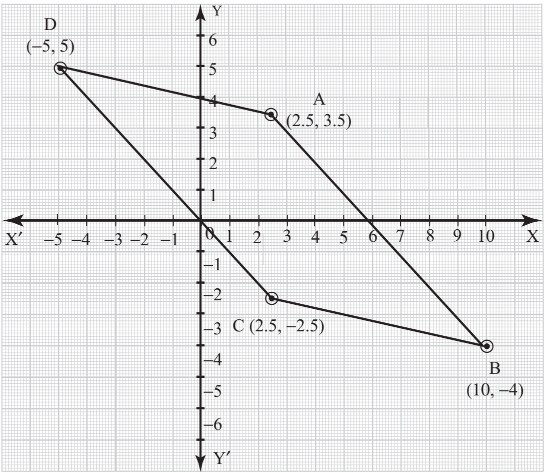
எனவே பிதாகரஸ் தேற்றம் நிறைவு செய்யப்படும்.

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

10. A(2.5, 3.5), B(10, –4), C(2.5,–2.5) மற்றும் D(–5, 5) ஆகியன இணைகரத்தின் முனைப் புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.

தீர்வு :



ADயின் சாய்வு $(m_1) = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{5-3.5}{-5-2.5} = \dfrac{1.5}{-7.5}$

A (2.5, 3.5)
D(–5, 5) $= \dfrac{0.1\times 10}{0.5\times 10} = \dfrac{-1}{5}$

BCயின் சாய்வு $(m_2) = \dfrac{-2.5-(-4)}{2.5-10} = \dfrac{1.5}{-7.5} = \dfrac{-1}{5}$

B (10, –4)
C (2.5, – 2.5)

$\therefore m_1 = m_2 \quad \therefore$ AD || BC ...(1)

AB யின் சாய்வு $(m_3) = \dfrac{-4-3.5}{10-2.5} = \dfrac{-7.5}{7.5} = -1.$

A (2.5, 3.5)
B (10, –4)

CD யின் சாய்வு $(m_4) = \dfrac{5-(-2.5)}{-5-2.5} = \dfrac{7.5}{-7.5} = -1$

C (2.5, –2.5) D (–5, 5)

$m_3 = m_4$. $\therefore$ AB || CD. ...(2)

(1),(2)லிருந்து நாற்கரம் ABCDயின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இணை என அறிகிறோம்.

ACயின் நடுப்புள்ளி $= \left(\dfrac{2.5+2.5}{2}, \dfrac{3.5-2.5}{2}\right)$
$= (2.5, 0.5)$

மற்றும் BD யின் நடுப்புள்ளி $= \left(\dfrac{10-5}{2}, \dfrac{-4+5}{2}\right)$

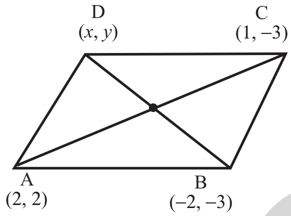
$= (2.5, 0.5)$ [$\because$ ACயின் நடுப்புள்ளி = BD யின் நடுப்புள்ளி]

AD || BC, AB || CD மற்றும் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று இரு சம கூறிடும்.

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு இணைகரத்தை அமைக்கும்.

11. A(2,2), B(–2,–3), C(1,–3) மற்றும் D(x, y) ஆகிய புள்ளிகள் இணைகரத்தை அமைக்கும் எனில், x மற்றும் y-யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு : A(2, 2), B(–2, –3), C(1, –3), D(x, y)



ABCD ஒரு இணைகரம் எனில் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமக்கூறிடும்.

⇒BD யின் நடுப்புள்ளி = AC யின் நடுப்புள்ளி

$$\left(\frac{x+(-2)}{2}, \frac{y+(-3)}{2}\right) = \left(\frac{2+1}{2}, \frac{2+(-3)}{2}\right)$$

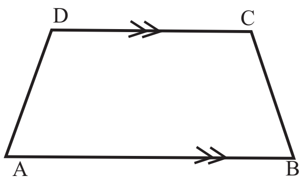
$\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{3}{2} \qquad \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{2-3}{2}$

$x - 2 = 3 \qquad y-3 = -1$

$\therefore \boxed{x = 5} \qquad \boxed{y = 2}$

12. A(3,–4), B(9,–4), C(5,–7) மற்றும் D(7,–7) ஆகிய புள்ளிகள் ABCD என்ற சரிவகத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

தீர்வு : A (3, –4), B (9, –4), C (5, –7) மற்றும் D (7, –7)



ஒரு நாற்கரத்தின் ஏதேனும் ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் இணை எனில் அது ஒரு சரிவகம்.

$\therefore$ AB யின் சாய்வு $(m_1) = \dfrac{-4-(-4)}{9-3} = \dfrac{0}{6} = 0$

CD யின் சாய்வு $(m_2) = \dfrac{-7-(-7)}{7-5} = \dfrac{-7+7}{+2} = \dfrac{0}{+2} = 0$

BC யின் சாய்வு $(m_3) = \dfrac{-7-(-4)}{5-9}$
$= \dfrac{-7+4}{-4} = \dfrac{\not{-}3}{\not{-}4} = \dfrac{3}{4}$

AD யின் சாய்வு $(m_4) = \dfrac{-7-(-4)}{7-3} = \dfrac{-7+4}{4} = \dfrac{-3}{4}$

$m_1 = m_2$

$m_3 \neq m_4$

$\therefore$ ஒரு ஜோடி எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணை பக்கங்கள் ஆகும்.

$\therefore$ ABCD ஒரு சரிவகம் ஆகும்.

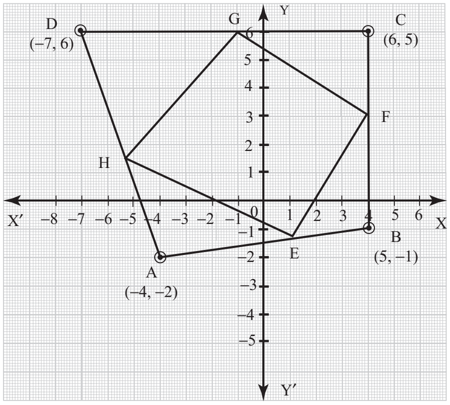
www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

13. A(–4,-2), B(5,–1), C(6, 5) மற்றும் D(–7,6) ஆகியவற்றை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் ஓர் இணைகரத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

தீர்வு : AB யின் நடுப்புள்ளி **[மே - 2022]**

$$E(x, y) = \left(\frac{-4+5}{2}, \frac{-2-1}{2}\right) = E\left(\frac{1}{2}, \frac{-3}{2}\right)$$



BC யின் நடுப்புள்ளி $F(x, y) = \left(\frac{5+6}{2}, \frac{-1+5}{2}\right) = F\left(\frac{11}{2}, \frac{4}{2}\right)$

CD யின் நடுப்புள்ளி G (x, y)

$$= \left(\frac{6+(-7)}{2}, \frac{5+6}{2}\right) = G\left(\frac{-1}{2}, \frac{11}{2}\right)$$

AD யின் நடுப்புள்ளி H(x, y)

$$= \left(\frac{-4-7}{2}, \frac{-2+6}{2}\right) = H\left(\frac{-11}{2}, \frac{4}{2}\right)$$

$$\therefore \text{EF யின் சாய்வு } m_1 = \left(\frac{\frac{4}{2}-\left(\frac{-3}{2}\right)}{\frac{11}{2}-\frac{1}{2}}\right) = \frac{\frac{4+3}{2}}{\frac{10}{2}} = \frac{7}{10}$$

$$\text{FG யின் சாய்வு } m_2 = \left(\frac{\frac{11}{2}-\frac{4}{2}}{\frac{-1}{2}-\frac{11}{2}}\right) = \left(\frac{\frac{11-4}{2}}{\frac{-12}{2}}\right) = \frac{7}{-12}$$

$$\text{GH யின் சாய்வு } m_3 = \left(\frac{\frac{4}{2}-\frac{11}{2}}{\frac{-11}{2}-\left(\frac{-1}{2}\right)}\right) = \left(\frac{\frac{4-11}{2}}{\frac{-10}{2}}\right) = \frac{+7}{10}$$

$$\text{HE யின் சாய்வு } m_4 = \left(\frac{-\frac{3}{2}-\frac{4}{2}}{\frac{1}{2}-\left(-\frac{11}{2}\right)}\right) = \left(\frac{\frac{-3-4}{2}}{\frac{12}{2}}\right) = \frac{7}{-12}$$

மற்றும் EG யின் நடுப்புள்ளி = HF யின் நடுப்புள்ளி.

$$\left(\frac{\frac{1}{2}+\left(\frac{-1}{2}\right)}{2}, \frac{\frac{-3}{2}+\frac{11}{2}}{2}\right) = \left(\frac{\frac{-11}{2}+\frac{11}{2}}{2}, \frac{\frac{4}{2}+\frac{4}{2}}{2}\right)$$

$$\left(0, \frac{8}{4}\right) = \left(0, \frac{8}{4}\right) = (0, 2)$$

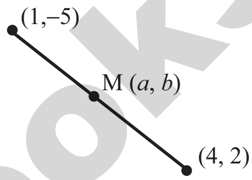
நாற்கரம் EFGH-ன் எதிர்ப்பக்கங்களின் சாய்வுகள் சமம். மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமக் கூறிடுகின்றன. EF || GH, FG|| HE.

∴ எனவே, நாற்கரத்தின் நடுப்புள்ளிகள் ஒரு இணைகரத்தை அமைக்கின்றன.

பயிற்சி 5.3

1. (1, –5) மற்றும் (4, 2) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி வழியாகச் செல்வதும், கீழக்கண்டவற்றிற்கு இணையானதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன் பாட்டைக் காண்க. (i) X அச்சு (ii) Y அச்சு

தீர்வு :



M புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் கோட்டின் மையப்புள்ளி (1, –5) மற்றும் (4, 2) என்க.

$$\Rightarrow \quad M = \left(\frac{1+4}{2}, \frac{-5+2}{2}\right) \Rightarrow M = \left(\frac{5}{2}, \frac{-3}{2}\right)$$

(i) X - அச்சுக்கு இணையான மற்றும் $M\left(\frac{5}{2}, \frac{-3}{2}\right)$ வழிச் செல்கிற நேர்கோட்டை காண வேண்டும் X - அச்சு இணையான எந்த கோட்டின் வடிவமும் $y = c$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{-3}{2} \Rightarrow 2y = -3 \Rightarrow 2y + 3 = 0$$

(ii) y அச்சுக்கு இணையான எந்த கோட்டின் வடிவமும் $x = c$.

$$\Rightarrow \quad x = \frac{5}{2} \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow 2x - 5 = 0$$

2. 2(x – y) + 5 = 0 என்ற நேர்க்கோட்டு சமன் பாட்டின் சாய்வு, சாய்வு கோணம் மற்றும் y - வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு :

$$2(x-y)+5 = 0$$
$$\Rightarrow 2x - 2y + 5 = 0 \qquad \boxed{y = mx + c}$$
$$\Rightarrow 2y = 2x + 5$$
$$\Rightarrow y = x + \frac{5}{2} \ldots (1) \qquad \therefore \text{சாய்வு} = 1$$

சாய்வு $m = 1$

[(1)ஐ $y = mx + c$ உடன் மேம்படுத்த]

$$\Rightarrow \tan\theta = 1 = \tan 45^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

$\Rightarrow y$ வெட்டுத் துண்டு $\Rightarrow c = \frac{5}{2}$

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம் 6

முக்கோணவியல்

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$
- $\operatorname{cosec}\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$
- $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$
- $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$
- $\sin(90° - \theta) = \cos\theta$
- $\operatorname{cosec}(90° - \theta) = \sec\theta$
- $\cos(90° - \theta) = \sin\theta$
- $\sec(90° - \theta) = \operatorname{cosec}\theta$
- $\tan(90° - \theta) = \cot\theta$
- $\cot(90° - \theta) = \tan\theta$
- $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$
- $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$
- $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or Available at All Leading Bookstores

பயிற்சி 6.1

1. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

(i) $\cot\theta + \tan\theta = \sec\theta \operatorname{cosec}\theta$

(ii) $\tan^4\theta + \tan^2\theta = \sec^4\theta - \sec^2\theta$

தீர்வு : (i) $\text{L.H.S} = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} + \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$\left[\because \cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} \text{ மற்றும் } \tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\right]$

$= \dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \dfrac{1}{\cos\theta}\cdot\dfrac{1}{\sin\theta}$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$= \sec\theta \operatorname{cosec}\theta = \text{R.H.S}$

(ii) $\text{L.H.S} = \tan^2\theta(\tan^2\theta + 1)$

$= \tan^2\theta(\sec^2\theta) = (\sec^2\theta - 1)(\sec^2\theta)$

குறிப்பு : $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$
$\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

$= \sec^4\theta - \sec^2\theta = \text{R.H.S}$

2. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

(i) $\dfrac{1 - \tan^2\theta}{\cot^2\theta - 1} = \tan^2\theta$

(ii) $\dfrac{\cos\theta}{1 + \sin\theta} = \sec\theta - \tan\theta$ **[Qy. - 2019]**

தீர்வு : (i) $\text{L.H.S} = \dfrac{1 - \tan^2\theta}{\cot^2\theta - 1} = \dfrac{1 - \tan^2\theta}{\dfrac{1}{\tan^2\theta} - 1}$

$\left[\because \cot^2\theta = \dfrac{1}{\tan^2\theta}\right]$

$= \dfrac{1 - \tan^2\theta}{\dfrac{1 - \tan^2\theta}{\tan^2\theta}} = 1 - \tan^2\theta \times \dfrac{\tan^2\theta}{1 - \tan^2\theta}$

$= \tan^2\theta = \text{RHS}$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(ii) $\text{L.H.S} = \dfrac{\cos\theta}{1 + \sin\theta}$

(பகுதி தொகுதியை $(1 - \sin\theta)$ ஆல் பெருக்க

$= \dfrac{\cos\theta}{1 + \sin\theta} \times \dfrac{1 - \sin\theta}{1 - \sin\theta} = \dfrac{\cos\theta - \cos\theta\sin\theta}{1 - \sin^2\theta}$

$= \dfrac{\cos\theta - \cos\theta\sin\theta}{\cos^2\theta} = \dfrac{\cos\theta}{\cos^2\theta} - \dfrac{\cos\theta\sin\theta}{\cos^2\theta}$

$= \dfrac{1}{\cos\theta} - \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

குறிப்பு : $\dfrac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$

$= \sec\theta - \tan\theta = \text{R.H.S}$

3. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

(i) $\sqrt{\dfrac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}} = \sec\theta + \tan\theta$ **[செப். - 2020]**

(ii) $\sqrt{\dfrac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}} + \sqrt{\dfrac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}} = 2\sec\theta$

தீர்வு : (i) $\text{L.H.S} = \sqrt{\dfrac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} \times \dfrac{1 + \sin\theta}{1 + \sin\theta}}$

$= \sqrt{\dfrac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta}} = \sqrt{\dfrac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta}}$

$[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \cos^2 = 1 - \sin^2\theta]$

$= \dfrac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{\cos\theta} + \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \sec\theta + \tan\theta = \text{R.H.S}$

(ii) $\text{L.H.S} = \sqrt{\dfrac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}} = \sqrt{\dfrac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}} \times \dfrac{\sqrt{1 + \sin\theta}}{\sqrt{1 + \sin\theta}}$

$= \sqrt{\dfrac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta}} = \dfrac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{\cos\theta} + \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$= \sec\theta + \tan\theta$ ... (1)

$\sqrt{\dfrac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}} = \sqrt{\dfrac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}} \times \dfrac{\sqrt{1 - \sin\theta}}{\sqrt{1 - \sin\theta}}$

$= \sqrt{\dfrac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta}} = \dfrac{1 - \sin\theta}{\sqrt{1 - \sin^2\theta}} = \dfrac{1 - \sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{\cos\theta} - \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$= \sec\theta - \tan\theta$ ... (2)

$(1) + (2) \Rightarrow \sqrt{\dfrac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}} + \sqrt{\dfrac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}}$

$= \sec\theta + \tan\theta + \sec\theta - \tan\theta$

$= 2\sec\theta = \text{R.H.S}$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

(i) $\sec^6\theta = \tan^6\theta + 3\tan^2\theta\sec^2\theta + 1$

(ii) $(\sin\theta + \sec\theta)^2 + (\cos\theta + \operatorname{cosec}\theta)^2 = 1 + (\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta)^2$

தீர்வு : (i) $\text{L.H.S} = \sec^6\theta = (\sec^2\theta)^3 = (1 + \tan^2\theta)^3$

$= (\tan^2\theta + 1)^3$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ [இங்கு $a = \tan^2\theta, b = 1$]

$(\tan^2\theta)^3 + 3(\tan^2\theta)^2 \times 1 + 3 \times \tan^2\theta \times 1^2 + 1$

$= \tan^6\theta + 3\tan^2\theta \times (\sec^2\theta - 1) + 3\tan^2\theta + 1$

$[\because \tan^2\theta = \sec^2\theta - 1]$

$= \tan^6\theta + 3\tan^2\theta\sec^2\theta - 3\tan^2\theta + 3\tan^2\theta + 1$

$= \tan^6\theta + 3\tan^2\theta\sec^2\theta + 1 = \text{R.H.S}$

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

(ii) L.H.S = $(\sin\theta + \sec\theta)^2 + (\cos\theta + \text{cosec}\,\theta)^2$

$= \sin^2\theta + 2\sin\theta\sec\theta + \sec^2\theta + \cos^2\theta$

$+ 2\cos\theta\,\text{cosec}\,\theta + \text{cosec}^2\theta 1 + \sec^2\theta + \text{cosec}^2\theta + 2\sin\theta\sec\theta + 2\cos\theta\,\text{cosec}\theta$

$[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$\left[\because \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}; \text{cosec}\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}\right]$

$= 1 + \sec^2\theta + \text{cosec}^2\theta + 2\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)$

$= 1 + \sec^2\theta + \text{cosec}^2\theta + 2\left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right)$

$= 1 + \sec^2\theta + \text{cosec}^2\theta + 2\times\left(\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}\right)$

$= 1 + (\sec^2\theta + \text{cosec}^2\theta + 2\sec\theta\,\text{cosec}\theta)$

$= 1 + (\sec\theta + \text{cosec}\theta)^2$ = R.H.S

5. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

(i) $\sec^4\theta(1 - \sin^4\theta) - 2\tan^2\theta = 1$

(ii) $\frac{\cot\theta - \cos\theta}{\cot\theta + \cos\theta} = \frac{\text{cosec}\theta - 1}{\text{cosec}\theta + 1}$

தீர்வு : (i) L.H.S = $\sec^4\theta(1 - \sin^4\theta) - 2\tan^2\theta$

$= \frac{1}{\cos^4\theta}(1 - \sin^4\theta) - 2\tan^2\theta$

$= \frac{1}{\cos^4\theta} - \frac{\sin^4\theta}{\cos^4\theta} - 2\tan^2\theta = \frac{1}{\cos^4\theta} - \frac{\sin^4\theta}{\cos^4\theta} - \frac{2\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$

$= \frac{1 - \sin^4\theta - 2\sin^2\theta\cos^2\theta}{\cos^4\theta}$

$[\because \cos^4\theta$ ஐ மீ.பொ.வ எடுக்க$]$

$= \frac{1 + \cos^4\theta - \cos^4\theta - \sin^4\theta - 2\sin^2\theta\cos^2\theta}{\cos^4\theta}$

[தொகுதியில் $\cos^4\theta$ வை கூட்டி கழிக்க]

$= \frac{1 + \cos^4\theta - [\sin^4\theta + 2\sin^2\theta\cos^2\theta + \cos^4\theta]}{\cos^4\theta}$

[(–) ஐ மூன்று உறுப்புகளிலிருந்து பொதுவில் எடுக்க]

$= \frac{1 + \cos^4\theta - (\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2}{\cos^4\theta}$

$[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ இங்கு $a = \sin^2\theta, b = \cos^2\theta]$

$= \frac{\not{1} + \cos^4\theta - \not{1}}{\cos^4\theta}$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$= \frac{\cos^4\theta}{\cos^4\theta} = 1$ = RHS. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது

(ii) LHS $\frac{\cot\theta - \cos\theta}{\cot\theta + \cos\theta} = \frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta} - \cos\theta}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \cos\theta}$

$= \frac{\cancel{\cos\theta}\left(\frac{1}{\sin\theta} - 1\right)}{\cancel{\cos\theta}\left(\frac{1}{\sin\theta} + 1\right)}$ $\left[\because \frac{1}{\sin\theta} = \text{cosec}\,\theta\right]$

$= \frac{\text{cosec}\theta - 1}{\text{cosec}\theta + 1}$ = R.H.S

6. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

(i) $\frac{\sin A - \sin B}{\cos A + \cos B} + \frac{\cos A - \cos B}{\sin A + \sin B} = 0$

(ii) $\frac{\sin^3 A + \cos^3 A}{\sin A + \cos A} + \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A - \cos A} = 2$

தீர்வு : (i) LHS = $\frac{\sin A - \sin B}{\cos A + \cos B} + \frac{\cos A - \cos B}{\sin A + \sin B}$

$= \frac{(\sin A - \sin B)(\sin A + \sin B) + (\cos A + \cos B)(\cos A - \cos B)}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)}$

$= \frac{\sin^2 A - \sin^2 B + \cos^2 A - \cos^2 B}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)}$

$= \frac{(\sin^2 A + \cos^2 A) - (\sin^2 B + \cos^2 B)}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)}$

$= \frac{1 - 1}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)} = 0$ = R.H.S

(ii) LHS $= \frac{\sin^3 A + \cos^3 A}{\sin A + \cos A} + \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A - \cos A}$

$= \frac{(\sin A + \cos A)^3 - 3\sin A\cos A(\sin A + \cos A)}{\sin A + \cos A}$

$+ \frac{(\sin A - \cos A)^3 + 3\sin A\cos A(\sin A - \cos A)}{\sin A - \cos A}$

$[\because a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$ இங்கு $a = \sin A$ மற்றும் $b = \cos A]$

$= \cancel{(\sin A + \cos A)}\left[\frac{(\sin A + \cos A)^2 - 3\sin A\cos A}{\cancel{\sin A + \cos A}}\right]$

$+ \cancel{(\sin A - \cos A)}\left[\frac{(\sin A - \cos A)^2 + 3\sin A\cos A}{\cancel{\sin A - \cos A}}\right]$

[∵(sin A + cos A) ஐ முதல் உறுப்பிலிருந்து பொதுவில் எடுக்க மற்றும் (sin A – cos A) வை இரண்டாம் உறுப்பிலிருந்து பொதுவில் எடுக்க]

$= (\sin A + \cos A)^2 - 3\sin A\cos A + (\sin A - \cos A)^2 + 3\sin A\cos A$

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

(ii) கொடுக்கப்பட்ட $x = \cot\theta + \tan\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} + \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$$= \frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\cos\theta\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$y = \sec\theta - \cos\theta = \frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta = \frac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta} = \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}$$

$$\therefore x^2y = \frac{1}{\sin^2\theta\cos^2\theta} \times \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos^3\theta}$$

$$xy^2 = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} \times \frac{\sin^4\theta}{\cos^2\theta} = \frac{\sin^3\theta}{\cos^3\theta}$$

$$(x^2y)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{\cos^3\theta}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{\cos\theta^{3\times\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$(xy^2)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{\sin^3\theta}{\cos^3\theta}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$$

$$\text{LHS} = \frac{1}{\cos^2\theta} - \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1-\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta} = 1 = \text{R.H.S}$$

9. (i) $\sin\theta + \cos\theta = p$ மற்றும் $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = q$ எனில், $q(p^2 - 1) = 2p$ என்பதை நிரூபிக்கவும். **[Qy. - 2019]**

(ii) $\sin\theta\,(1 + \sin^2\theta) = \cos^2\theta$ எனில், $\cos^6\theta - 4\cos^4\theta + 8\cos^2\theta = 4$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு : (i) கொடுக்கப்பட்ட $p = \sin\theta + \cos\theta$

$$\Rightarrow p^2 = (\sin\theta + \cos\theta)^2$$

$$p^2 = \underbrace{\sin^2\theta + \cos^2\theta}_{1} + 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\Rightarrow p^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta \quad \ldots (1)$$

$$p^2 - 1 = 2\sin\theta\cos\theta$$

கொடுக்கப்பட்ட $q = \sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = \dfrac{1}{\cos\theta} + \dfrac{1}{\sin\theta}$

$$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$\therefore \text{L.H.S} = q(p^2 - 1) = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta\cos\theta} \times 2\sin\theta\cos\theta$$

[(1)ஐ பயன்படுத்தி]

$$= 2(\sin\theta + \cos\theta) = 2p = \text{R.H.S}$$

(ii) கொடுக்கப்பட்ட $\sin\theta\,(1 + \sin^2\theta) = \cos^2\theta$ ...(1)

(1) -ன் இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த கிடைப்பது

$$\sin^2\theta\,(1 + \sin^2\theta)^2 = \cos^4\theta$$

$$(1 - c^2)(1 + 1 - c^2)^2 = c^4$$

$$(1 - c^2)(2 - c^2)^2 = c^4$$

[$\because \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ மற்றும் $\cos\theta = c$ என பிரதியிடு]

$$(1 - c^2)(4 + c^4 - 4c^2) = c^4$$

$$4 + c^4 - 4c^2 - 4c^2 - c^6 + 4c^4 = c^4$$

$$-c^6 + 4c^4 - 8c^2 = -4$$

$$c^6 - 4c^4 + 8c^2 = 4 \quad [\because c = \cos\theta]$$

$$\Rightarrow \cos^6\theta - 4\cos^4\theta + 8\cos^2\theta = 4 = \text{R.H.S}$$

$\therefore$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

10. $\dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta} = \dfrac{1}{a}$ எனில், $\dfrac{a^2-1}{a^2+1} = \sin\theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு : $\dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta} = \dfrac{1}{a}$ $\quad \therefore a = \dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$

நிரூபிக்க வேண்டியது $\dfrac{a^2-1}{a^2+1} = \sin\theta$

இடப்பக்கம் $= \dfrac{a^2-1}{a^2+1}$

$$= \frac{\left(\dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 - 1}{\left(\dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 + 1} = \frac{\dfrac{1^2 + \sin^2\theta + 2\sin\theta}{\cos^2\theta} - 1}{\dfrac{1^2 + \sin^2\theta + 2\sin\theta}{\cos^2\theta} + 1}$$

$$= \frac{\dfrac{1 + \sin^2\theta + 2\sin\theta - \cos^2\theta}{\cos^2\theta}}{\dfrac{1 + \sin^2\theta + 2\sin\theta + \cos^2\theta}{\cos^2\theta}}$$

$$= \frac{(1 - \cos^2\theta) + \sin^2\theta + 2\sin\theta}{\cos^2\theta} \times \frac{\cos^2\theta}{1 + (\sin^2\theta + \cos^2\theta) + 2\sin\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta + \sin^2\theta + 2\sin\theta}{1 + 1 + 2\sin\theta} \quad \left[\begin{array}{l}\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \\ 1 - \cos^2\theta = \sin^2\theta\end{array}\right]$$

$$= \frac{2\sin^2\theta + 2\sin\theta}{2 + 2\sin\theta} = \frac{2\sin\theta(\sin\theta + 1)}{2(1 + \sin\theta)}$$

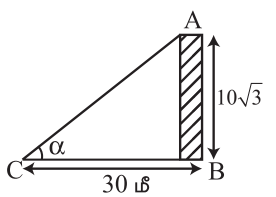
$= \sin\theta =$ வலப்பக்கம்

பயிற்சி 6.2

1. $10\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 30 மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணத்தைக் காண்க.

[Hy. - 2019; பிடிஏ - 2; செப். - 2021; SRT & ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு :



www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

AB என்பது கோபுரத்தின் உயரம் என்க.

$\angle ACB = \alpha$ மற்றும் BC = 30 மீ என்க.

ΔABCயில்,

$$\tan\alpha = \frac{\text{எதிர் பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}} = \frac{10\sqrt{3}}{30} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30$$

$$\alpha = 30^\circ$$

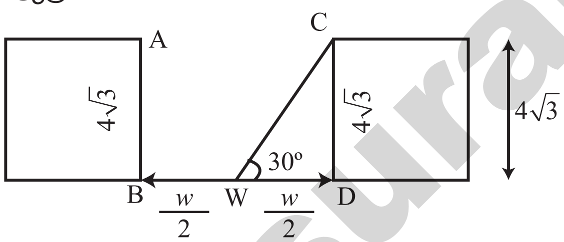
2. ஒரு சாலையின் இருபுறமும் இடைவெளியே இல்லாமல் வரிசையாக வீடுகள் தொடர்ச்சியாக உள்ளன. அவற்றின் உயரம் $4\sqrt{3}$ மீ. பாதசாரி ஒருவர் சாலையின் மையப் பகுதியில் நின்று கொண்டு வரிசையாக உள்ள வீடுகளை நோக்குகிறார். 30° ஏற்றக்கோணத்தில் பாதசாரி வீட்டின் உச்சியை நோக்குகிறார் எனில், சாலையின் அகலத்தைக் காண்க. [SRT - 2022]

தீர்வு : AB என்பது வீட்டின் உயரம் என்க.

$\Rightarrow AB = 4\sqrt{3} = CD$

BD என்பது சாலையின் அகலம் மற்றும் W என்பது பாதசாரியின் நிலை என்க.

ஆதலால் அவர் மையப்பகுதியில் நின்று கொண்டிருப்பதால், BD யின் மையப்புள்ளி W ஆகும்.



$$BW = \frac{w}{2} = DW$$

$$\angle DWC = 30^\circ$$

$\Delta AWDC$யில், $\tan 30^\circ = \frac{CD}{DW} = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{w}{2}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}\times\frac{2}{w} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{w}$$

$$\Rightarrow w = 8\sqrt{3}\times\sqrt{3}$$

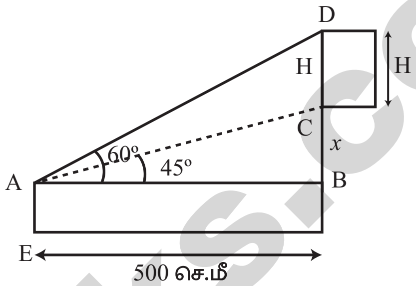
[குறுக்கு பெருக்கல்படி]

$$\Rightarrow w = 8(3) = 24 \text{ மீ}$$

$\therefore$ சாலையின் அகலம் = BD= $\frac{w}{2}+\frac{w}{2} = w = 24$ மீ

3. ஒருவர் அவருடைய வீட்டிற்கு வெளியில் நின்று கொண்டு ஒரு ஜன்னலின் உச்சி மற்றும் அடி ஆகியவற்றை முறையே 60° மற்றும் 45° ஆகிய ஏற்றக்கோணங்களில் காண்கிறார். அவரின் உயரம் 180 செ.மீ. மேலும் வீட்டிலிருந்து 5 மீ தொலைவில் அவர் உள்ளார் எனில், ஜன்னலின் உயரத்தைக் காண்க. $(\sqrt{3} = 1.732)$ [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு :



அவரின் நிலை A என்க, CD = H ஜன்னலின் உயரம் என்க.

கொடுக்கப்பட்ட AB = 5 மீ = 500 செ.மீ மற்றும் BC = x என்க.

ஜன்னலின் உயரம் = 'H'ஜன்னலின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 60°.

ΔABD யில்,

$$\tan 60^\circ = \frac{BD}{AB} = \frac{BC+CD}{AB} = \frac{H+x}{500}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{H+x}{500}$$

$$\Rightarrow H+x = 500\sqrt{3} \quad \ldots (1)$$

ஜன்னலின் அடியின் ஏற்றக்கோணம் = 45°.

ΔABC யில்,

$$\therefore \tan 45^\circ = \frac{x}{500} \Rightarrow 1 = \frac{x}{500} \Rightarrow x = 500$$

(1) லிருந்து,

$$\therefore H = 500\sqrt{3} - 500 = 866 - 500$$

$$= 366 \text{ செ.மீ} = 3.66 \text{ மீ}$$

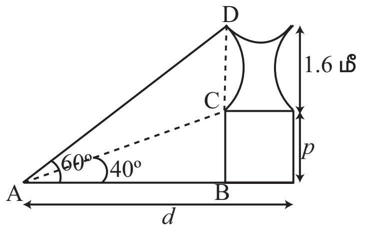
$\therefore$ ஜன்னலின் உயரம் = 3.66 மீ

4. 1.6 மீ உயரமுள்ள சிலை ஒன்று பீடத்தின் மேல் அமைந்துள்ளது. தரையிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து 60° ஏற்றக் கோணத்தில் சிலையின் உச்சி அமைந்துள்ளது. மேலும் அதே புள்ளியிலிருந்து பீடத்தின் உச்சியானது 40° ஏற்றக்கோணத்தில் உள்ளது எனில், பீடத்தின் உயரத்தைக் காண்க. $(\tan 40^\circ = 0.8391, \sqrt{3} = 1.732)$

orders@surabooks.com
PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

தீர்வு : சிலையின் உயரம் CD என்க.



'p' என்பது பீடத்தின் உயரம், d என்பது பீடத்திற்கும் தரையில் உள்ள புள்ளிக்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு சிலையின் ஏற்றக்கோணம் தரையிலிருந்து 60^o. எனில்,

ΔABD யில்,

$$\therefore \tan 60^o = \frac{BD}{AB} = \frac{BC+CD}{AB} = \frac{1\cdot 6+p}{d} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{3}\,d = 1.6 + p \quad \ldots (1)$$

தரையிலிருந்து பீடத்தின் ஏற்றக்கோணம் 40^o எனில்

ΔABC யில்,

$$\tan 40^o = \frac{BC}{AB} = \frac{p}{d} = 0.8391$$

$[\because \tan 40^o = 0.8391]$

(2) ஐ (1)ல் பிரதியிட

$$p = 0.8391\,d$$

$$1.6 + 0.8391d = 1.732d$$

$$\therefore 0.8929d = 1.6$$

$$\therefore d = 1.79$$

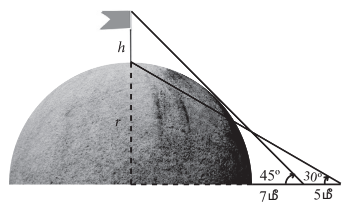
$1\cdot 6 + p = \sqrt{3}d$
$1\cdot 6 + p = 1.732\,d$

$\therefore$ பீடத்தின் உயரம் $= p = 0.839 \times d$ [(2) விருந்து]

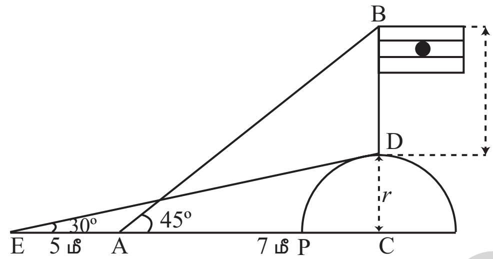
$= 0.839 \times 1.79 = 1.502$ மீ

$\therefore$ பீடத்தின் உயரம் $= 1.5$ மீ

5. 'r' மீ ஆரம் கொண்ட அரைக்கோளக் குவிமாடத்தின் மீது 'h' மீ உயரமுள்ள ஒரு கொடிக்கம்பம் நிற்கிறது. குவிமாடத்தின் அடியிலிருந்து 7 மீ தொலைவில் ஒருவர் நிற்கிறார். அவர் கொடிக்கம்பத்தின் உச்சியை 45^o ஏற்றக் கோணத்திலும் நிற்குமிடத்திலிருந்து மேலும் 5 மீ தொலைவு விலகிச் சென்று கொடிக் கம்பத்தின் அடியை 30^o ஏற்றக் கோணத்திலும் பார்க்கிறார் எனில், (i) கொடிக்கம்பத்தின் உயரம் (ii) அரைக் கோளக் குவிமாடத்தின் ஆரம் ஆகியவற்றைக் காண்க. $(\sqrt{3} = 1.732)$



தீர்வு :



(i) CD $= r$ அரைக்கோளக் குவிமாடத்தின் ஆரம் என்க.

BD $= h$ என்பது கம்பின் உயரம்,

குவிமாடத்தின் அடியிலிருந்து 7 மீ (AP = 7 மீ) தூரத்தில் உள்ள போது அவரின் நிலை A என்க. அவரின் நகர்ந்த நிலை E மற்றும் EA = 5 மீ.

$$\Delta ABC\text{யில்}, \tan 45^o = \frac{BC}{AC} = \frac{BD+CD}{AP+PC} = \frac{h+r}{r+7}$$

$$\Rightarrow \quad 1 = \frac{h+r}{r+7} \Rightarrow \not{r} + 7 = h + \not{r}$$

$$\Rightarrow \quad h = 7 \text{ மீ}$$

எனவே, கம்பின் உயரம் h என்பது 7 மீ.

$$\text{(ii) } \Delta EDC\text{யில்}, \tan 30^o = \frac{DC}{EC} = \frac{r}{EA+AF+FC}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r}{5+7+r} = \frac{r}{12+r}$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{3}\,r = 12 + r$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{3}\,r - r = 12 \Rightarrow r(\sqrt{3} - 1) = 12$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{12}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$$

[$\because$ பகுதியை விகிதமுறு ஆக்க]

$$\Rightarrow \quad r = \frac{12\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2 - 1^2} = \frac{12\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1}$$

$$= \frac{12\left(\sqrt{3}+1\right)}{2} = 6(\sqrt{3} + 1)$$

$$\Rightarrow \quad r = 6\,(1.732 + 1)$$

$$= 6\,(2.732) \quad [\because \sqrt{3} = 1.732]$$

$$\Rightarrow \quad r = 16.39 \text{ மீ}$$

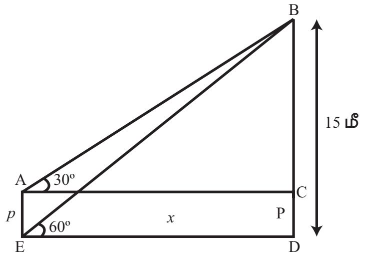
6. 15 மீ உயரமுள்ள ஒரு கோபுரம் உள்ளது. ஒரு மின் கம்பத்தின் அடி மற்றும் உச்சியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியை முறையே $60°$, $30°$ என்ற ஏற்றக்கோணங்களில் பார்த்தால் மின் கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

தீர்வு :



BD கோபுரத்தின் உயரம் = 15 மீ என்க.

AE மின் கம்பத்தின் உயரம் = 'p'

Δ EBDயில்,

$$\tan 60^\circ = \frac{BD}{ED} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{15}{x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = \frac{15}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{15\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow x = 5\sqrt{3} \quad \ldots (1)$$

Δ ABCயில்,

$$\tan 30^\circ = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{BD-CD}{AC} = \frac{15-p}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15-p}{x} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15-p}{5\sqrt{3}}$$

[(1) ஐ பயன்படுத்தி]

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \times 5\sqrt{3} = 15-p$$

$$\Rightarrow 5 = 15-p$$

$$\Rightarrow p = 15-5 = 10 \text{ மீ}$$

எனவே, மின்சார கம்பத்தின் உயரம் 10 மீ.

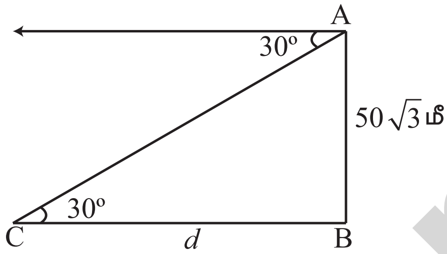
பயிற்சி 6.3

1. **$50\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள ஒரு பாறையின் உச்சியிலிருந்து 30° இறக்கக்கோணத்தில் தரையிலுள்ள மகிழுந்து ஒன்று பார்க்கப்படுகிறது எனில், மகிழுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க.**

[பிடிஏ - 6; SRT & மே - 2022]

தீர்வு : AB கல்லின் உயரம் C என்க மற்றும் BC = d மகிழுந்தின் நிலை என்க.

கொடுக்கப்பட்ட AB = $50\sqrt{3}$ மற்றும் $\angle ACB = 30^\circ$



படத்தில், Δ ABCயில்,

$$\Rightarrow \tan 30 = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50\sqrt{3}}{d}$$

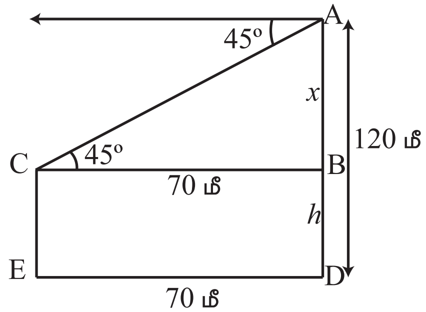
$$\Rightarrow d = 50\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow d = 50 \times 3 = 150 \text{ மீ.}$$

2. **இரண்டு கட்டடங்களுக்கு இடைப்பட்ட கிடைமட்டத் தொலைவு 70 மீ ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து முதல் கட்டடத்தின் உச்சிக்கு உள்ள இறக்கக்கோணம் 45° ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உயரம் 120 மீ எனில் முதல் கட்டடத்தின் உயரத்தைக் காண்க.**

தீர்வு : முதல் கட்டடத்தின் உயரம் என்பது CE என்க. AD என்பது இரண்டாவது கட்டடத்தின் உயரம் என்க.

கொடுக்கப்பட்ட BC = 70 மீ, AD = 120 மீ.



படத்தில், $\tan \angle C = \tan 45^\circ = 1.$

ΔABC யில்,

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow 1 = \frac{AB}{70}$$

$$\Rightarrow AB = 70 \text{ மீ.}$$

$$\therefore BD = 120 - AB$$

$$h = 120 - 70 = 50 \text{ மீ}$$

$\therefore$ முதல் கட்டிடத்தின் உயரம் = 50மீ

3. **60 மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து செங்குத்தாக உள்ள ஒரு விளக்குக் கம்பத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் இறக்கக்கோணங்கள் முறையே 38° மற்றும் 60° எனில், விளக்குக் கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க.**
($\tan 38^\circ = 0.7813$, $\sqrt{3} = 1.732$) [செப். - 2020]

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம் 7

அளவியல்

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- நேர்வட்ட உருளையின் வளைபரப்பு $= 2\pi rh$ சதுர அலகுகள்
- நேர்வட்ட உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 2\pi r\,(h+r)$ சதுர அலகுகள்
- உள்ளீடற்ற உருளையின் வளைபரப்பு $= 2\pi\,\text{Rh} + 2\pi rh$.
- நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு $= \pi rl$.
- நேர்வட்டக் கூம்பின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= \pi r\,(l + r)$.
- அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 2\pi r^2$.
- அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 3\pi r^2$.
- உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 2\pi\,(\text{R}^2 + r^2)$.
- நேர்வட்டக் கூம்பின் இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு $= \pi(\text{R} + r)l$.
- நேர்வட்டக் கூம்பின் இடைக்கண்டத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= \pi\,(\text{R} + r)l + \pi\text{R}^2 + \pi r^2$.

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

பயிற்சி 7.1

1. ஓர் உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரங்களின் விகிதம் 5 : 7 ஆகும். அதன் வளைபரப்பு 5500 ச.செ.மீ எனில், உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காண்க. [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $r : h = 5 : 7$

$r = 5x$ மற்றும்

$h = 7x$

உருளையின் வளைபரப்பு $= 2\pi rh$

$\therefore 5500 = 2 \times \frac{22}{7} \times 5x \times 7x$

$220x^2 = 5500$

$x^2 = \frac{550}{22} = 25$

$\therefore x = 5$

$\therefore$ உருளையின் ஆரம் $= 5 \times 5 = 25$ செ.மீ $[\because r = 5x$ மற்றும் $x = 5]$

உயரம் $= 7 \times 5 = 35$ செ.மீ

2. ஒரு திண்ம இரும்பு உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 1848 ச.மீ மேலும் அதன் வளைபரப்பு, மொத்தப் புறப்பரப்பில் ஆறில் ஐந்து பங்காகும் எனில், இரும்பு உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காணவும்.

தீர்வு : உருளையின் வளைபரப்பு $= \frac{5}{6}$ உருளையின் மொத்தப்பரப்பு

மொத்தப் பரப்பு $= 1848$ மீ^{2}

$2\pi r(h + r) = 1848$ மீ^{2}

$2\pi rh + 2\pi r^2 = 1848$ மீ^{2}

$\frac{5}{6} \times 1848 + 2\pi r^2 = 1848$

$[\because 2\pi rh = \frac{5}{6} \times$ மொத்தப் பரப்பு$]$

$1540 + 2\pi r^2 = 1848$

$2\pi r^2 = 1848 - 1540 = 308$

$2 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 308$

$\Rightarrow r^2 = 308 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$

$\Rightarrow r^2 = 49$

$\Rightarrow r = 7$ மீ.

$2\pi rh = \frac{5}{6} \times 1848$

$2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times h = \frac{5}{6} \times 1848$

$\Rightarrow h = 35$ மீ

$\therefore$ ஆரம் $r = 7$ மீ, உயரம் $= 35$ மீ.

3. ஓர் உள்ளீடற்ற மர உருளையின் வெளிப்புற ஆரம் மற்றும் நீளம் முறையே 16 செ.மீ மற்றும் 13 செ.மீ ஆகும். அதன் தடிமன் 4 செ.மீ எனில் உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு எவ்வளவு?

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட R = 16 செ.மீ $r = R -$ தடிமன்

$h = 13$ செ.மீ $= 16 - 4 = 12$ செ.மீ

தடிமன் $= 4$ செ.மீ $\Rightarrow r = 12$ செ.மீ

உள்ளீடற்ற உருளையின் மொத்தப்பரப்பு $= 2\pi(R + r)(R - r + h)$ சதுர அலகுகள்

மொத்த பரப்பு $= 2 \times \frac{22}{7}(16 + 12)(16 - 12 + 13)$

$= \frac{44}{7}(28)(17)$

மொத்தப்புறப்பரப்பு $= 2992$ ச.செ.மீ^{2}

4. PQR என்ற செங்கோண முக்கோணத்தில் QR = 16 செ.மீ, PR = 20 செ.மீ மற்றும் $\angle Q = 90°$ ஆகும். QR மற்றும் PQ -ஐ மைய அச்சுகளாகக் கொண்டு சுழற்றும் போது உருவாகும் கூம்பு களின் வளைபரப்புகளை ஒப்பிடுக.

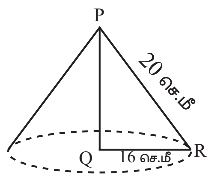
தீர்வு : PQ வை மைய அச்சாக கொண்டு சுழற்றும் போது உருவாகும் கூம்பின் வளைபரப்பு $= \pi rl$.

[இங்கு $r = 16, l = 20$]

$= \frac{22}{7} \times 16 \times 20$

$= \frac{7040}{7}$

$= 1005.71$ செ.மீ^{2}



QR ஐ மைய அச்சாகக் கொண்டு சுழற்றும் போது கூம்பின் வளைபரப்பு.

$= \pi rl$. [இங்கு $h = 16, l = 20$]

இங்கு $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{20^2 - 16^2}$

$= \sqrt{400 - 256} = \sqrt{144} = 12$ செ.மீ

வளைபரப்பு $= \pi rl = \frac{22}{7} \times 12 \times 20$

$= \frac{5280}{7} = 754.28$ செ.மீ^{2}.

$1005.71 > 754.28$.

எனவே, PQ யை பொருத்து சுழற்றும் போது கூம்பின் புறப்பரப்பு அதிகமாக இருக்கும்.

5. சாயுயரம் 19 மீ கொண்ட கூம்பு வடிவக் கூடாரத்தில் நால்வர் உள்ளனர். ஒருவருக்கு 22 ச.மீ பரப்பு தேவை எனில், கூடாரத்தின் உயரத்தைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $l = 19$ மீ

கூம்பின் அடிப்பரப்பு $= \pi r^2$ சதுர அலகுகள்

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

www.surabooks.com

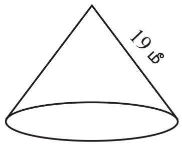
This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

$\pi r^2 = 4 \times 22$ மீ^{2} $\Rightarrow \frac{22}{7} \times r^2 = 88$

[∵ 4 நபர்களுக்கான பரப்பளவு = 4 × 22]

$r^2 = \overset{4}{\cancel{88}} \times \frac{7}{\cancel{22}}$

$= \frac{616}{22} = 28$ மீ^{2}



$l = 19$ மீ

$h = \sqrt{l^2 - r^2}$

[∵ $l^2 = h^2 + r^2$]

$= \sqrt{19^2 - 28}$

$= \sqrt{361 - 28}$

$= \sqrt{333}$

$h = 18.25$ மீ

குறிப்பு :

	18.2
1	33300
	1
28 × 8	233
	224
362 × 2	900
	724
3645×5	17600

எனவே கூம்பின் உயரம் = 18.25 மீ.

6. ஒரு சிறுமி தனது பிறந்த நாளைக் கொண்டாடக் கூம்பு வடிவத் தொப்பிகளை 5720 ச.செ.மீ பரப்புள்ள காகிதத்தாளை பயன்படுத்தித் தயாரிக்கிறாள். 5 செ.மீ ஆரமும், 12 செ.மீ உயரமும் கொண்ட எத்தனை தொப்பிகள் தயாரிக்க முடியும்?

தீர்வு : $r = 5$ செ.மீ

$h = 12$ செ.மீ

$\Rightarrow l = \sqrt{r^2 + h^2} \Rightarrow l = \sqrt{25 + 144}$

$\Rightarrow l = \sqrt{169} \Rightarrow l = 13$ செ.மீ

தேவையான தொப்பிகள் $= \frac{\text{காகிதத்தின் பரப்பு}}{\text{1 தொப்பியின் பரப்பு}}$

$= \frac{5720}{\pi r l} = \frac{5720}{\frac{22}{7} \times 5 \times 13}$

ஒரு தொப்பியின் பரப்பு $= \frac{22}{7} \times 5 \times 13$

$= \frac{5720}{\frac{1430}{7}} = 572\cancel{0} \times \frac{7}{143\cancel{0}} = \frac{4004}{143}$

$= 28$ தொப்பிகள்

எனவே 28 தொப்பிகள் தயாரிக்க முடியும்.

7. சம உயரங்களையுடைய இரு நேர்வட்டக் கூம்புகளின் ஆரங்கள் 1:3 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. கூம்புகளின் உயரம் சிறிய கூம்பின் ஆரத்தின் மூன்று மடங்கு எனில், வளைபரப்புகளின் விகிதம் காண்க. **[பிடிஏ - 2]**

தீர்வு : r_1 , r_2 நேர்வட்டக் கூம்புகளின் ஆரங்கள் மற்றும் உயரங்கள் முறையே h_1, h_2.

கொடுக்கப்பட்ட $r_1 : r_2 = 1 : 3 \Rightarrow r_1 = 1(x)$ மற்றும் $r_2 = 3(x)$ இங்கு x என்பது ஒரு மிகை எண்.

இங்கு $r_1 = x$ என்பது சிறிய கூம்பின் ஆரம் ... (1)

மேலும், கொடுக்கப்பட்ட $h_1 = 3$ (சிறிய கூம்பின் ஆரம்) மற்றும் $h_2 = 3$ (சிறிய கூம்பின் ஆரம்)

$\Rightarrow h_1 = 3x$ மற்றும் $h_2 = 3x$ [(1) ஐ பயன்படுத்தி]

இங்கு l_1, l_2 நேர்வட்டக் கூம்பின் சாயுரம் என்க.

$l_1 = \sqrt{h_1^2 + r_1^2} = \sqrt{(3x)^2 + x^2} = \sqrt{9x^2 + x^2}$

$= \sqrt{10x^2} = x\sqrt{10}$ மற்றும் $l_2 = \sqrt{h_2^2 + r_2^2}$

$= \sqrt{9x^2 + 9x^2} = \sqrt{18x^2} = \sqrt{9 \times 2 \times x^2}$

$\Rightarrow l_2 = 3x\sqrt{2}$

CSA_1 மற்றும் CSA_2 முறையே வளைபரப்புகள் என்க.

$\therefore CSA_1 = \pi r_1 l_1 = \pi (x)(x)\sqrt{10} = \pi x^2 \sqrt{10}$ ... (3)

மற்றும் $CSA_2 = \pi r_2 l_2 = \pi (3x)(3x\sqrt{2}) = 9x^2\pi\sqrt{2}$ ... (4)

∴ CSA இரண்டு நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பின் விகிதங்கள்.

$= \frac{CSA_1}{CSA_2} = \frac{\cancel{\pi}\, \cancel{x^2} \sqrt{10}}{9 \cancel{x^2}\, \cancel{\pi} \sqrt{2}}$

[(3)ஐ (4)ஆல் வகுக்க]

$= \frac{\sqrt{10}}{9\sqrt{2}} = \frac{\cancel{\sqrt{2}} \times \sqrt{5}}{9 \times \cancel{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{5}}{9}$

$\Rightarrow CSA_1 : CSA_2 = \sqrt{5} : 9$

8. ஒரு கோளத்தின் ஆரம் 25% அதிகரிக்கும் போது, அதிகமாகும் புறப்பரப்பின் சதவீதம் காண்க. **[அ.மா.வி - 2019]**

தீர்வு : r ஆரம் மற்றும் r' புதிய கோளத்தின் ஆரம் என்க.

$r' = r + 25\% r$

[∵ ஆரம் அதிகரிக்கப்பட்டதால் 25%]

$r' = r + \frac{25}{100} r = r + 0.25r$

$= r(1 + 0.25) = 1.25\, r$

பழைய புறப்பரப்பு $= 4\pi r^2$

புதிய புறப்பரப்பு $= 4\pi(r')^2$ ... (1)

$= 4\pi(1.25r)^2 = 4\pi(1.25)(1.25)r^2$

$= 4(1.5625)r^2$ ... (2)

புறப்பரப்பின் மாற்றம் $= 4\pi(1.5625)r^2 - 4\pi r^2$

[(2) − (1)]

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

$= 4\pi r^2 (1.5625 - 1)$

$[4\pi r^2$ ஐ பொதுவில் எடுக்க$]$

$= 4\pi r^2 (0.5625)$

∴ புறப்பரப்பில் அதிகரிப்பு சதவீதம்

$= \dfrac{\text{புறப்பரப்பின் மாற்றம்} \times 100}{\text{பழைய பரப்பு}}$

$= \dfrac{4\pi r^2 (.5625) \times 100}{4\pi r^2} = 0.5625 \times 100 = 56.25\%$

எனவே புறப்பரப்பின் சதவீத அதிகரிப்பு = 56.25%

9. உள்ளீடற்ற ஓர் அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்திற்கு ஒரு சதுர செ.மீ-க்கு வர்ணம் பூச ₹ 0.14 வீதம் செலவாகும். அதன் உட்புற மற்றும் வெளிப்புற விட்டங்கள் முறையே 20 செ.மீ மற்றும் 28 செ.மீ எனில், அதனை முழுமையாக வர்ணம் பூச எவ்வளவு செலவாகும்?

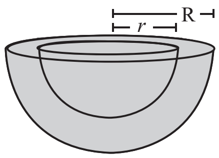
தீர்வு : வெளி விட்டம் $D = 28$ செ.மீ

உள் விட்டம் $d = 20$ செ.மீ

$\therefore R = \dfrac{28}{2} = 14$ செ.மீ, $r = \dfrac{20}{2} = 10$ செ.மீ.

அரைக்கோளக் கிண்ணத்தின் மொத்தப்பரப்பு

$= \pi(3R^2 + r^2) = \dfrac{22}{7}(3 \times 14^2 + 10^2)$



$= \dfrac{22}{7}(3 \times 196 + 100) = \dfrac{22}{7} \times 688$

$= \dfrac{15136}{7} = 2162.28$ செ.மீ ^{2}

1 செ.மீ^{2} வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு ₹ 0.14 எனில்

2162.28 செ.மீ^{2} வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு

$= 2162.28 \times 0.14 =$ ₹ 302.72

10. ஒரு மேஜை விளக்கின் வெளிப்புறத்திற்கு (மேல் பகுதியுடன்) மட்டும் வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 1 ச.செ.மீ வர்ணம் பூச ₹2 செலவாகுமெனில் விளக்கிற்கு வர்ணம் பூசுவதற்கான மொத்தச்செலவைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்டுள்ள $R = 12$ செ.மீ

$r = 6$ செ.மீ

$h = 8$ செ.மீ

$l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$

$= \sqrt{8^2 + (12-6)^2}$

$= \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64+36}$

$l = \sqrt{100} = 10$ செ.மீ

∴ மேஜை விளக்கின் வெளிப்புறப்பரப்பு

$= \pi(R + r)l$

$= \dfrac{22}{7}(12 + 6)10 = \dfrac{220}{7} \times 18$

$= \dfrac{3960}{7} = 565.71$ செ.மீ ^{2} ... (1)

மேல் பாகத்தின் பரப்பு $= \pi r^2$

$= \dfrac{22}{7} \times 6 \times 6$

$= \dfrac{792}{7} = 113.14$ மீ^{2} ... (2)

∴ வர்ணம் பூச வேண்டிய பரப்பு

$= 565.71 + 113.14$ $[(1) + (2)]$

$= 678.85$ செ.மீ^{2}

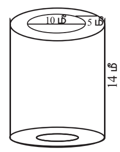
1 ச.செ.மீ^{2} வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு ₹ 2 எனில், 678.85 செ.மீ^{2} வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு 2×678.85 = ₹ 1357.72

எனவே விளக்கிற்கு வர்ணம் பூசுவதற்கான மொத்தச் செலவு = ₹ 1357.72

பயிற்சி 7.2

1. 10 மீ உட்புற விட்டம் மற்றும் 14 மீ ஆழம் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவக் கிணற்றிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மண் கொண்டு 5 மீ அகலத்தில் கிணற்றைச் சுற்றி மேடை அமைக்கப்படுகிறது. எனில், மேடையின் உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட உட்புற விட்டம் = 10 மீ



$\Rightarrow$ உட்புற ஆரம் $= \dfrac{10}{2} = 5$ மீ

மற்றும் உயரம் $(h) = 14$ மீ

உருளையின் கொள்ளளவு = எடுக்கப்பட்ட மண்ணின் கொள்ளளவு

$= \pi r^2 h = \dfrac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 14 = 1100$ மீ^{3} ... (1)

கிணற்றை சுற்றி மேடை அமைக்கப்படுகிறது.

= உள்ளீடற்ற உருளையின் கன அளவு $= \pi (R^2 - r^2)$

வெளிபுற ஆரம் (R) = உட்புற ஆரம் + அகலம் = 5 + 5 = 10மீ

$r = 5$மீ

மற்றும் $h = ?$ [கொடுக்கப்படவில்லை]

∴ கிணற்றை சுற்றி மேடை அமைக்கப்படுகிறது.

$= \dfrac{22}{7}(10^2 - 5^2) = \dfrac{22}{7}(100 - 25)\, h$

$= \dfrac{22}{7} \times 75 \times h$ ... (2)

மேலும் கொடுக்கப்பட்ட மண் கொண்டு = கிணற்றை சுற்றி மேடை அமைக்கப்படுகிறது.

(1) மற்றும் (2) சமப்படுத்த கிடைப்பது,

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

$$1100 = \frac{22}{7} \times 75 \times h$$

$$\Rightarrow \frac{1100 \times 7}{22 \times 75} = h \Rightarrow h = \frac{14}{3}$$

$$\Rightarrow h = 4.666 \text{ மீ}$$

எனவே மேடையின் உயரம் = 4.67 மீ

2. விட்டம் 20 செ.மீ உள்ள ஓர் உருளை வடிவக் கண்ணாடிக் குவளையில் 9 செ.மீ உயரத்திற்கு நீர் உள்ளது. ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் உயரம் 4 செ.மீ உடைய ஓர் சிறிய உலோக உருளை, நீரில் முழுமையாக மூழ்கும் போது ஏற்படும் நீரின் உயர்வைக் கணக்கிடுக. [செப். - 2020]

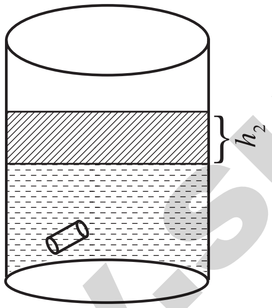
தீர்வு :

உலோக உருளை	உருளை வடிவிலுள்ள உயர்த்தப்பட்ட நீர்
$r_1 = 5$	விட்டம் = 20 செ.மீ
$h_1 = 4$	$r_2 = 10$ செ.மீ
	$h_2 = ?$

ஆர்க்கிமிடீஸ் கொள்கைப்படி,

உயர்த்தப்பட்ட நீரின் கன அளவு = உலோக உருளையின் கன அளவு

$$\Rightarrow \pi r_2^2 h_2 = \pi r_1^2 h_1$$



$$\Rightarrow (10)^2 h_2 = (5)^2 \times 4$$

$$\Rightarrow 100 h_2 = (25)4$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{(25)(4)}{100} = \frac{100}{100} = 1 \text{ செ.மீ}$$

எனவே கண்ணாடி குவளையில் உயரும் நீரின் உயரம் = 1 செ.மீ.

3. 484 செ.மீ சுற்றளவுள்ள ஒரு மரக் கூம்பின் உயரம் 105 செ.மீ எனில், கூம்பின் கன அளவைக் காண்க. [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு : கூம்பின் அடிச்சுற்றளவு = 484 செ.மீ

உயரம் = 105 செ.மீ

$$\therefore 2\pi r = 484$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r = 484$$

$$\Rightarrow r = 484 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

$$\Rightarrow r = 77 \text{ செ.மீ}$$

$\therefore$ அதன் கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ கன அலகுகள்

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 77 \times 77 \times 105 = 652190 \text{ செ.மீ}^3.$$

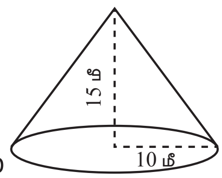
$\therefore$ கூம்பின் கன அளவு = 652190 செ.மீ^{3}.

4. ஆரம் 10 மீட்டரும், உயரம் 15 மீட்டரும் உடைய ஒரு கூம்பு வடிவக் கொள்கலன் முழுமையாகப் பெட்ரோலால் நிரம்பியுள்ளது. நிமிடத்திற்கு 25 கன மீட்டர் பெட்ரோல் கொள்கலனின் அடிப்புறம் வழியாக வெளியேற்றப்பட்டால் எத்தனை நிமிடங்களில் கொள்கலன் காலியாகும். விடையை நிமிடத் திருத்தமாகத் தருக.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $r = 10$ மீ

$h = 15$ மீ

கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ கன அலகுகள்



கூம்பின் கொள்ளளவு

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 10 \times 10 \times 15$$

$$= 500\pi \text{ மீ}^3$$

25 மீ^{3}, பெட்ரோல் வெளியேற = 1 நிமிடம் எனில்,ஆகும் நேரம்

500π பெட்ரோல் வெளியேற ஆகும் நேரம்

$$= \frac{500 \times \frac{22}{7} \times 1}{25} \Rightarrow \frac{500 \times 22}{7 \times 25} \Rightarrow \frac{440}{7}$$

= 62.857நிமிடங்கள்.

$\cong$ 63 நிமிடங்கள் (தோராயமாக)

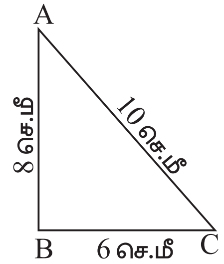
எனவே அந்த கொள்கலன் நிமிடங்களில் 63 நிமிடங்களில் காலியாகும்.

5. 6 செ.மீ, 8 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ பக்க அளவுகள் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அதன் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்களை மைய அச்சுகளாகக் கொண்டு சுழற்றும் போது ஏற்படும் திண்மங்களின் கன அளவுகளின் வித்தியாசம் காண்க.

தீர்வு : Δ ABC ஆனது ABஐ மைய அச்சாக வைத்து சுழற்றும் போது உருவாகும் கூம்பின் கன அளவு

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores



இங்கு $r = 6$ செ.மீ

$h = 8$ செ.மீ

$$V_1 = \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 6\times 6\times 8 = \frac{2112}{7} = 301.71 \text{ செ.மீ}^3$$

Δ ABC ஆனது BCஐ மைய அச்சாக வைத்து சுழற்றும் போது

$r = 8$ செ.மீ, $h = 6$ செ.மீ

$$V_2 = \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 6\times 8\times 8 = \frac{2816}{7} = 402.29 \text{ செ.மீ}^3$$

$\therefore$ கன அளவுகளின் வித்தியாசம் $= V_2 - V_1$

$= 402.29 - 301.71 = 100.58$ செ.மீ^{3}

6. சம ஆரங்கள் கொண்ட இரு கூம்புகளின் கன அளவுகள் 3600 க.செ.மீ மற்றும் 5040 க.செ.மீ எனில், உயரங்களின் விகிதம் காண்க. **[பிடிஏ - 4; மே - 2022]**

தீர்வு : r_1, r_2 இரண்டு கூம்புகளின் ஆரங்கள் மற்றும் V_1, V_2 கொள்ளளவு என்க.

கொடுக்கப்பட்ட $V_1 = 3600$ செ.மீ^{3}, $r_1 = r_2$

$V_2 = 5040$ செ.மீ^{3}

கருது $$\frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2} = \frac{3600}{5040}$$

$$\Rightarrow \frac{r_1^2 h_1}{r_1^2 h_2} = \frac{3600}{5040} \qquad [\because r_1 = r_2]$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{90}{126} = \frac{45}{63} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \therefore h_1 : h_2 = 5:7$$

$\therefore$ உயரங்களின் விகிதங்கள் $= 5:7$

7. இரு கோளங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் 4 :7 எனில், அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு : r_1, r_2 கொடுக்கப்பட்ட கோளங்களின் ஆரங்கள் என்க. கொடுக்கப்பட்ட $\frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{7}$ ... (1)

$$\text{கன அளவுகளின் விகிதங்கள்} = \frac{\frac{4}{3}\pi\times r_1^3}{\frac{4}{3}\pi\times r_2^3} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \frac{4\times4\times4}{7\times7\times7} = \frac{64}{343}$$

எனவே, கன அளவுகளின் விகிதங்கள் $= 64 : 343$

8. ஒரு திண்மக் கோளம் மற்றும் திண்ம அரைக்க கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு சமமானதாக இருக்குமானால் அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் $3\sqrt{3}$: 4 என நிரூபி. **[பிடிஏ - 6]**

தீர்வு : r_1 மற்றும் r_2 திண்ம கோளத்தின் ஆரங்கள் என்க.

கொடுக்கப்பட்ட கோளத்தின் மொத்த பரப்பு = திண்ம அரை கோளத்தின் மொத்த பரப்பு

$$\Rightarrow 4\pi r_1^2 = 3\pi r_2^2 \Rightarrow 4r_1^2 = 3r_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{... (1)}$$

[வர்க்க மூலம் எடுக்க]

கன அளவுகளின் விகிதங்கள்

$$= \frac{\text{கோளத்தின் கன அளவு}}{\text{அரைக்கோளத்தின் கன அளவு}}$$

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi\times r_1^3}{\frac{2}{3}\pi\times r_2^3} = \frac{4r_1^3}{2r_2^3}$$

$$= 2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$$

((1) ஐ பயன்படுத்தி)

$$= \frac{2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{2\times2\times2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

எனவே, கன அளவுகளின் விகிதங்கள் $= 3\sqrt{3} : 4$

9. ஓர் உள்ளீடற்ற தாமிரக் கோளத்தின் வெளிப்புற, உட்புறப் புறப்பரப்புகள் முறையே 576π ச.செ.மீ மற்றும் 324π ச.செ.மீ எனில், கோளத்தை உருவாக்கத் தேவையான தாமிரத்தின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $4\pi R^2 = 576\pi$ செ.மீ^{2}

கொடுக்கப்பட்ட $4\pi r^2 = 324\pi$ செ.மீ^{2}

$$4R^2 = 576\pi \Rightarrow R^2 = \frac{576}{4} = 144$$

$$\Rightarrow R^2 = 144 \text{ செ.மீ}^2 \Rightarrow R = 12 \text{ செ.மீ}$$

மேலும், $4\pi r^2 = 324\pi \Rightarrow r^2 = \frac{324}{4} = 81$

$r^2 = 81$ செ.மீ$^2 \Rightarrow r = 9$ செ.மீ

$\therefore$ உள்ளீடற்ற கோளத்தின் கன அளவு

$$= \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3) \text{ கன அலகுகள்}$$

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

$= \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times(12^3-9^3) = \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times(1728-729)$

$= \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 999 = \frac{29304}{7} = 4186.285$

$= 4186.29$ கன அலகுகள்

∴ கோளத்தை உருவாக்கத் தேவையான தாமிரத்தின் கன அளவு = 4186.29 செ.மீ^{3}.

10. உயரம் 16 செ.மீ உடைய ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் அமைந்த கொள்கலன் ஒன்றின் மேற்புறம் திறந்த நிலையில் உள்ளது. கீழ்ப்புற ஆரம் 8 செ.மீ மற்றும் மேற்புற ஆரம் 20 செ.மீ கொண்ட கொள்கலனில் முழுமையாகப் பால் நிரப்பப்படுகிறது. ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை ₹40 எனில், நிரப்பப்படும் பாலின் மொத்த விலையைக் காண்க. [மே - 2022]

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட h = 16 செ.மீ

R = 20 செ.மீ

r = 8 செ.மீ

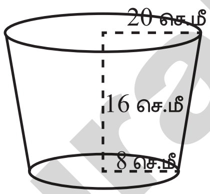
கூம்பின் இடைக்கண்டத்தின் கன அளவு

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi(R^2+Rr+r^2)h$ கன அலகுகள்

$= \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}(20^2+20\times8+8^2)\times16$

$= \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}(400+160+64)\times16$

$= \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times624\times16 = \frac{73216}{7}$



$= 10459.428$ செ.மீ^{3}

1000 செ.மீ^{3} = 1 லிட்டர்

$\therefore 10459.428$ செ.மீ$^3 = \frac{10459.428}{1000} = 10.459$ லி.

1 லி பாலின் விலை = ₹ 40

∴ 10.459 லி பாலின் விலை = 40 × 10.459 = ₹418.36.

பயிற்சி 7.3

1. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மேல் ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையைப் பொருத்திய வடிவத்தில் அமைந்த ஒரு கிண்ணத்தின் விட்டம் 14 செ.மீ மற்றும் உயரம் 13 செ.மீ எனில், அதன் கொள்ளளவைக் காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட உருளைக்கு

விட்டம் = 14 செ.மீ

∴ ஆரம் = 7 செ.மீ

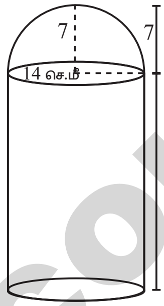
மொத்த உயரம் = 13 செ.மீ

கோளத்தின் ஆரம் = 7 செ.மீ

உருளை பாகத்தின் உயரம் = 13 – 7 = 6 செ.மீ

∴ கிண்ணத்தின் கொள்ளளவு = உருளை பாகத்தின் கன அளவு + அரைக்கோளத்தின் கன அளவு.

உருளையின் கன அளவு = $\pi r^2 h$



$= \frac{22}{\cancel{7}}\times\cancel{7}\times7\times6$

= 22 × 42 = 924 ... (1)

அரைக்கோளத்தின் கன அளவு

$= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\times\frac{22}{\cancel{7}}\times\cancel{7}\times7\times7$

$= \frac{44\times49}{3} = \frac{2156}{3} = 718.6$ ... (2)

மொத்த கன அளவு = 924 + 718.67 [(1) + (2)]

∴ கிண்ணத்தின் கொள்ளளவு = 1642.67 செ.மீ^{3}.

2. நாதன் என்ற பொறியியல் மாணவர் ஓர் உருளையின் இருபுறமும் கூம்புகள் உள்ளவாறு மாதிரி ஒன்றை உருவாக்கினார். மாதிரியின் நீளம் 12 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 3 செ.மீ ஆகும். ஒவ்வொரு கூம்பின் உயரமும் 2 செ.மீ இருக்குமானால் நாதன் உருவாக்கிய மாதிரியின் கனஅளவைக் காண்க. [மே - 2022]

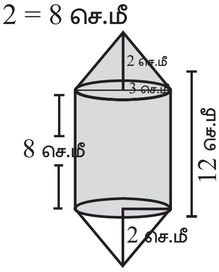
தீர்வு : மாதிரியின் கன அளவு = உருளையின் கன அளவு + 2 கூம்புகளின் கன அளவு.

உருளைக்கு

h = 12 – 2 – 2 = 8 செ.மீ

விட்டம் = 3 செ.மீ

$\Rightarrow r = \frac{3}{2}$ செ.மீ



கூம்புக்கு

h = 2 செ.மீ

$r = \frac{3}{2}$ செ.மீ

உருளையின் கன அளவு = $\pi r^2 h$

$= \frac{22}{7}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times8 = \frac{396}{7} = 56.57$ செ.மீ^{3}

2 கூம்புகளின் கன அளவு = $2\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)$

$= \cancel{2}\times\frac{1}{\cancel{3}}\times\frac{22}{7}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\times\frac{3}{\cancel{2}}\times\cancel{2} = 9.42$ செ.மீ^{3}

∴ மொத்த கன அளவு = 56.57 + 9.42 = 65.99 செ.மீ^{3}

நாதன் உருவாக்கிய மாதிரியின் கன அளவு = 66 செ.மீ^{3}

3. உயரம் 2.4 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 1.4 செ.மீ கொண்ட ஒரு திண்ம உருளையில் இருந்து அதே விட்டமும் உயரமும் உள்ள ஒரு கூம்பு வெட்டி எடுக்கப்பட்டால் மீதமுள்ள திண்மத்தின் கனஅளவு எவ்வளவு கன செ.மீ ஆகும்?

தீர்வு : உருளையின் கனஅளவு = $\pi r^2 h$ கன அலகுகள்

உருளை மற்றும் கூம்புக்கு

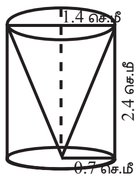
h = 2.4 செ.மீ

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or Available at All Leading Bookstores

$r = \frac{1.4}{2} = 0.7$ செ.மீ

கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ கன அலகுகள்



$d = 1.4$ செ.மீ, $r = 0.7$ செ.மீ $= \frac{7}{10}$

$h = 2.4$ செ.மீ $= \frac{24}{10}$

∴ உருளையின் கன அளவு

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{24}{10} = \frac{3696}{1000} = 3.696$ செ.மீ^{3}.

வெட்டி எடுக்கப்பட்ட கூம்பின் கன அளவு

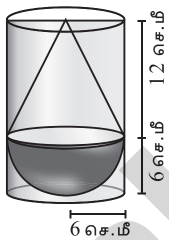
$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{24^{8}}{10} = \frac{1232}{1000} = 1.232$ செ.மீ^{3}

∴ மீதமுள்ள திண்மத்தின் கன அளவு

= உருளையின் கன அளவு – கூம்பின் கன அளவு

$= 3.696 - 1.232 = 2.464 = 2.46$ செ.மீ^{3}

4. ஒரு திண்மத்தின் அடிப்புறம் 6 செ.மீ ஆரம் உடைய அரைக்கோள வடிவிலும் மேற்புறம் 12 செ.மீ உயரமும் 6 செ.மீ ஆரமும் கொண்ட கூம்பு வடிவிலும் உள்ளது. முழுவதும் நீரால் நிரப்பப்பட்ட ஓர் உருளையின் அடிப்புறத்தைத் தொடுமாறு அத்திண்மம் வைக்கப்படும் போது வெளியேறும் நீரின் கனஅளவைக் காண்க. உருளையின் ஆரம் 6 செ.மீ மற்றும் உயரம் 18 செ.மீ எனக் கொள்க.



தீர்வு : **கூம்பு**

$h = 12$ செ.மீ

$r = 6$ செ.மீ

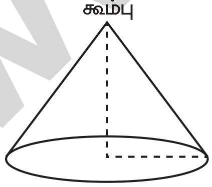
அரைகோளம்

$r = 6$ செ.மீ

வெளியேறும் நீரின் கன அளவு = மூழ்க வைக்கப்பட்ட திண்மத்தின் கன அளவு.

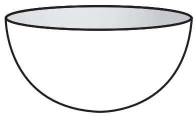
திண்மத்தின் கன அளவு = கூம்பின் கன அளவு + அரைக்கோளத்தின் கன அளவு

கூம்பு



$r = 6$ செ.மீ
$h = 12$ செ.மீ

அரைக்கோளம்



$r = 6$ செ.மீ

∴ கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 12 = \frac{3168}{7} = 452.57$ செ.மீ^{3} ...(1)

அரைக்கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 6 = \frac{3168}{7} = 452.57$ செ.மீ^{3} ... (2)

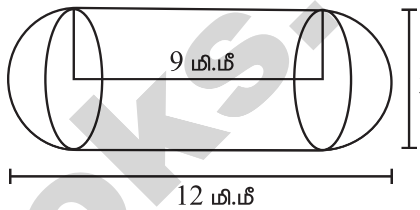
∴ வெளியேறிய நீரின் கன அளவு

= மூழ்கிய திண்மத்தின் கன அளவு

$= (1) + (2) = 452.57 + 452.57 = 905.14$ செ.மீ^{3}

5. ஒரு மருந்து குப்பி, ஓர் உருளையின் இருபுறமும் அரைக் கோளம் இணைந்த வடிவில் உள்ளது. குப்பியின் மொத்த நீளம் 12 மி.மீ மற்றும் விட்டம் 3 மி.மீ எனில், அதில் அடைக்கப்படும் மருந்தின் கனஅளவைக் காண்க?

தீர்வு :



படத்திலிருந்து,

அரைக்கோளத்தின் விட்டம் = 2 மி.மீ

அரைக்கோளத்தின் ஆரம் = 1.5 மி.மீ

அரைக்கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{2}{3}\pi r^2$ கனஅலகுகள்

∴ இரு அரைக்கோளங்களின் கன அளவு $= 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right)$

$= \frac{4}{3}\pi (1.5)^3 = 4.5\pi$ மி.மீ^{3}

உருளையின் ஆரம் = 1.5 மி.

உருளையின் உயரம் $= 12 - 3 = 9$ மி.மீ

உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$ கனஅலகுகள்

$= \pi (1.5)^2 (9) = 20.25\pi$ மி.மீ^{3}

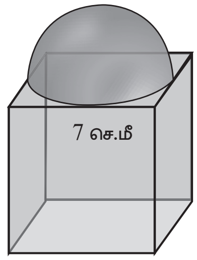
∴ குப்பியில் அடைக்கப்படும் மருந்தின் அளவு = உருளையின் கன அளவு + இரு அரைக்கோளங்களின் கன அளவு

$= 20.25\pi = 4.5\pi$

$= 24.75\,\pi$ மி.மீ^{3}

$= 24.75 \times \frac{22}{7} = 77.78$ மி.மீ^{3}

6. 7 செ.மீ பக்க அளவுள்ள கனச்சதுரத்தின் மீது ஓர் அரைக்கோளம் படத்தில் உள்ளவாறு பொருந்தியுள்ளது. திண்மத்தின் புறப்பரப்பு காண்க.



This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

10ஆம் வகுப்பு

உடனடித் தேர்வு ஆகஸ்ட் - 2022

பதிவு எண்.

PART - III

கணிதம் (விடைகளுடன்)

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம்] [மொத்த மதிப்பெண்கள் : 100

அறிவுரைகள் : (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாக அச்சுப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதனை சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின் அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாக தெரிவிக்கவும்.

(2) **நீலம்** அல்லது **கருப்பு** மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

குறிப்பு : இவ்வினாத்தாள் **நான்கு** பகுதிகளை கொண்டது.

பகுதி - I

குறிப்பு : (i) **அனைத்து** வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்

(ii) கொடுக்கப்பட்ட மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்ந்தெடுத்து, குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

14 × 1 = 14

1. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ -லிருந்து B – என்ற கணக்கிற்கு 1024 உறவுகள் உள்ளது எனில் B -ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை :

(அ) 3 (ஆ) 2 (இ) 4 (ஈ) 8

2. $R = \{(x, x^2)/ x$ -ஆனது 13 -ஐ விடக் குறைவான பகா எண்கள் என்ற உறவின் வீச்சகமானது :

(அ) $\{2, 3, 5, 7\}$

(ஆ) $\{2, 3, 5, 7, 11\}$

(இ) $\{4, 9, 25, 49, 121\}$

(ஈ) $\{1, 4, 9, 25, 49, 121\}$

3. 1729 -ஐ பகாக் காரணிப்படுத்தும் போது, அந்த பகா எண்களின் அடுக்குகளின் கூடுதல் :

(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4

4. மூன்று மாறிகளில் அமைந்த மூன்று நேரியல் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பிற்கு தீர்வுகள் இல்லையெனில், அத்தொகுப்பில் உள்ள தளங்கள் :

(அ) ஒரே ஒரு புள்ளியில் வெட்டுகின்றன

(ஆ) ஒரே ஒரு கோட்டில் வெட்டுகின்றன

(இ) ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருந்தும்

(ஈ) ஒன்றையொன்று வெட்டாது

5. $x + y - 3z = -6, -7y + 7z = 7, 3z = 9$ என்ற தொகுப்பின் தீர்வு :

(அ) $x = 1, y = 2, z = 3$

(ஆ) $x = -1, y = 2, z = 3$

(இ) $x = -1, y = -2, z = 3$

(ஈ) $x = 1, y = -2, z = 3$

6. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது $y^2 + \frac{1}{y^2}$ -க்குச் சமம் இல்லை?

(அ) $\frac{y^4+1}{y^2}$ (ஆ) $\left[y+\frac{1}{y}\right]^2$

(இ) $\left[y-\frac{1}{y}\right]^2+2$ (ஈ) $\left(y+\frac{1}{y}\right)^2-2$

7. ΔABC -யில் $DE \parallel BC$, AB = 3.6 செ.மீ, AC = 2.4 செ.மீ மற்றும் AD = 2.1 செ.மீ எனில் AE -யின் நீளம் ________.

(அ) 1.4 செ.மீ (ஆ) 1.8 செ.மீ

(இ) 1.2 செ.மீ (ஈ) 1.05 செ.மீ

8. வட்டத்தின் வெளிப்புறப் புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு எத்தனை தொடுகோடுகள் வரையலாம்?

(அ) ஒன்று

(ஆ) இரண்டு

(இ) முடிவற்ற எண்ணிக்கை

(ஈ) பூஜ்ஜியம்

9. $3x - y = 4$ மற்றும் $x + y = 8$ ஆகிய நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி :

(அ) (5, 3) (ஆ) (2, 4)

(இ) (3, 5) (ஈ) (4, 4)

10. கோட்டுத்துண்டு PQ -யின் சாய்வு $\frac{1}{\sqrt{3}}$ எனில் PQ -க்கு செங்குத்தான இருசம வெட்டியின் சாய்வு :

(அ) $\sqrt{3}$ (ஆ) $-\sqrt{3}$

(இ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ஈ) 0

11. ஓர் ஏரியின் மேலே h மீ உயரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து மேகத்திற்கு உள்ள ஏற்றக் கோணம் β. மேக பிம்பத்தின் இறக்கக் கோணம் 45° எனில் ஏரியில் இருந்து மேகத்திற்கு உள்ள உயரமானது (மீட்டரில்) :

(அ) $\frac{h(1+\tan\beta)}{1-\tan\beta}$

(ஆ) $\frac{h(1-\tan\beta)}{1+\tan\beta}$

(இ) $h \tan(45° - \beta)$

(ஈ) இவற்றில் ஏதுமில்லை

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

12. ஓர் உருளையின் உயரத்தை மாற்றாமல் அதன் ஆரத்தைப் பாதியாகக் கொண்டு புதிய உருளை உருவாக்கப்படுகிறது. புதிய மற்றும் முந்தைய உருளைகளின் கனஅளவுகளின் விகிதம் :

(அ) 1 : 2 (ஆ) 1 : 4 (இ) 1 : 6 (ஈ) 1 : 8

13. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு அதன் ஆரத்தினுடைய வர்க்கத்தின் ________ மடங்காகும்.

(அ) π (ஆ) 4π (இ) 3π (ஈ) 2π

14. ஒரு புத்தகத்திலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பக்கம் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அந்த பக்க எண்ணின் ஒன்றாம் இட மதிப்பானது 7 -ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவானது :

(அ) $\frac{3}{10}$ (ஆ) $\frac{7}{10}$ (இ) $\frac{3}{9}$ (ஈ) $\frac{7}{9}$

பகுதி - II

குறிப்பு : எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் **28** க்கு **கட்டாயமாக** விடையளிக்கவும்.

10 × 2 = 20

15. $A \times B = \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$ எனில் A மற்றும் B-ஐக் காண்க.

16. $A = \{5, 6\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{5, 6, 7\}$ எனில் $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$ எனக் காட்டுக.

17. முதல் 10 இயல் எண்களால் மீதியின்றி வகுபடக் கூடிய சிறிய எண் எது?

18. $-11, -15, -19, ...$ என்ற கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் 19 -வது உறுப்பைக் காண்க.

19. $\frac{400x^4y^{12}z^{16}}{100x^8y^4z^4}$ -ன் வர்க்கமூலம் காண்க.

20. ABCD என்ற ஒரு சரிவகத்தில் AB || DC மற்றும் P, Q என்பன முறையே பக்கங்கள் AD மற்றும் BC -யின் மீது அமைந்துள்ள புள்ளிகள் ஆகும். மேலும் PQ || DC. PD = 18 செ.மீ, BQ = 35 செ.மீ மற்றும் QC = 15 செ.மீ எனில் AD-ஐக் காண்க.

21. A (–1, 2), B(K, –2) மற்றும் C (7, 4) ஆகியவற்றை வரிசையான முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு 22 சதுர அலகுகள் எனில் K-யின் மதிப்பு காண்க.

22. (3, –2), (12, 4) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு P மற்றும் (6, – 2) மற்றும் (12, 2) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு q ஆகும். p -ஆனது q -க்கு இணையாகுமா?

23. $(5, \sqrt{5})$ மற்றும் ஆதிப்புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

24. $10\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 30 மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணத்தைக் காண்க.

25. 704 ச.செ.மீ மொத்தப் புறப்பரப்பு கொண்ட ஒரு கூம்பின் ஆரம் 7 செ.மீ எனில், அதன் சாயுயரம் காண்க.

26. ஓர் உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரங்களின் விகிதம் 5 : 7 ஆகும். அதன் வளைபரப்பு 5500 ச.செ.மீ எனில் உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காண்க.

27. ஒரு பையில் 5 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும், 6 வெள்ளை நிறப் பந்துகளும், 7 பச்சை நிறப் பந்துகளும், 8 கருப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் பையிலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. அந்த பந்து (i) வெள்ளை (ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு-ஆக இருக்க நிகழ்தகவைக் காண்க.

28. x-ன் மதிப்பைக் காண்க. $x^2 - 4x - 12$.

பகுதி - III

குறிப்பு : எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண். **42** க்கு **கட்டாயமாக** விடையளிக்கவும்.

10 × 5 = 50

29. கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும்

(i) அம்புக்குறி படம்

(ii) வரைபடம்

(iii) பட்டியல் முறையில் குறிக்க

$\{(x, y) \,/\, y = x + 3,\ x, y$ ஆகியவை இயல் எண்கள் $< 10\}$

30. 1230 மற்றும் 1926 ஆகிய எண்களை வகுக்கும் போது மீதி 12 -ஐத் தரக்கூடிய மிகப்பெரிய எண்ணைக் காண்க.

31. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் ஒன்பதாவது உறுப்பின் ஒன்பது மடங்கும், பதினைந்தாவது உறுப்பின் பதினைந்து மடங்கும் சமம் எனில் இருபத்து நான்காவது உறுப்பின் ஆறு மடங்கானது பூச்சியம் என நிறுவுக.

32. சுருக்குக : $\frac{b^2 + 3b - 28}{b^2 + 4b + 4} \div \frac{b^2 - 49}{b^2 - 5b - 14}$

33. $x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9$ என்பதின் வர்க்கமூலம் காண்க.

www.surabooks.com

This is Only for Sample for Full Book Order Online or
Available at All Leading Bookstores

34. சூத்திர முறையில் $x^2 + 2x - 2 = 0$ -ஐத் தீர்க்கவும்.

35. கோண இருசமவெட்டி தேற்றத்தை எழுதி நிரூபிக்கவும்.

36. ஒரு மனிதன் 18 மீ கிழக்கே சென்று பின்னர் 24 மீ வடக்கே செல்கிறான். தொடக்க நிலையிலிருந்து அவர் இருக்கும் தொலைவைக் காண்க.

37. (8, 6), (5, 11), (–5, 12) மற்றும் (–4, 3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு காண்க.

38. ஒருவர் அவருடைய வீட்டிற்கு வெளியில் நின்றுகொண்டு ஒரு ஜன்னலின் உச்சி மற்றும் அடி ஆகியவற்றை முறையே $60°$ மற்றும் $45°$ ஆகிய ஏற்றக்கோணங்களில் காண்கிறார். அவரின் உயரம் 180 செ.மீ மேலும் வீட்டிலிருந்து 5 மீ தொலைவில் அவர் உள்ளார் எனில் ஜன்னலின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$).

39. ஓர் உருளை வடிவப் பீப்பாயின் உயரம் 20 செ.மீ மற்றும் அடிப்புற ஆரம் 14 செ.மீ எனில் அதன் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

40. 484 செ.மீ சுற்றளவுள்ள ஒரு மரக்கூம்பின் உயரம்105 செ.மீ எனில், கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

41. இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகின்றன.

(i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க

(ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

(iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

(iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1-ஆக இருக்க ஆகிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

42. ஒரு பூனை xy தளத்தில் (6, 4) என்ற புள்ளியில் உள்ளது. (–5, –11) என்ற புள்ளியில் ஒரு பால்புட்டி வைக்கப்பட்டுள்ளது. பூனை மிகக் குறுகிய தூரம் பயணித்துப் பால் அருந்த விரும்புகிறது எனில், பாலைப் பருகுவதற்குத் தேவையான பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

பகுதி - IV

குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். **2 × 8 = 16**

43. (அ) முக்கோணம் PQR -ன் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{7}{3}$ என்றவாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{7}{3} > 1$).

(அல்லது)

(ஆ) 6 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டம் வரைந்து வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 8 செ.மீ தொலைவில் P என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும். அப்புள்ளியிலிருந்து PA மற்றும் PB என்ற இரு தொடுகோடுகள் வரைந்து அவற்றின் நீளங்களை அளவிடுக.

44. (அ) $x^2 - 9x + 20 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைந்து தீர்வின் தன்மையைக் கூறுக.

(அல்லது)

(ஆ) $y = x^2 - 4x + 3 = 0$ -யின் வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $x^2 - 6x + 9 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

*****

www.surabooks.com

orders@surabooks.com PH: 9600175757 / 8124201000