

சுராவின்



கணக்கு

10^{ஆம்} வகுப்பு

புதிய பாடத்திட்டம் மற்றும் புதிய பாடப்புத்தகத்தின்படி தயாரிக்கப்பட்டது

சிறப்பம்சங்கள்

- + பாட நூலில் உள்ள பயிற்சி வினாக்களுக்கு முழுமையான, எளிமையான தீர்வுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- + ஒவ்வொரு பாடத்திற்கும் நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- + கூடுதலான பயிற்சி வினா விடைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- + ஒவ்வொரு பாடத்தின் இறுதியிலும் அலகுத் தேர்வு வினாத்தாள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- + மாதிரி வினாத்தாள்கள் 1 முதல் 6 வரை (PTA) வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- + அரசு மாதிரி வினாத்தாள் [Govt. MQP-2019], காலாண்டு பொதுத்தேர்வு [QY-2019], அரையாண்டு பொதுத்தேர்வு [HY-2019] மற்றும் அரசு துணைத்தேர்வு (செப்.- 2020) வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- + அரசு துணைத்தேர்வு செப்டம்பர் 2020 வினாத்தாள் விடைகளுடன் தரப்பட்டுள்ளது.



சுரா பப்ளிகேஷன்ஸ்

சென்னை

2021-22 புதிய பதிப்பு

© வெளியீட்டாளர்கள்

ISBN : 978-81-8449-533-1

குறியீட்டு எண். : SG 49

All rights reserved © SURA Publications.

No part of this book may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, digitally, electronically, mechanically, photocopying, recorded or otherwise, without the written permission of the publishers. Strict action will be taken.

எழுத் துறங்கியவர் :

திருமதி. S. தாமரை, M.Sc., M.A., M.Ed., M.Phil

சென்னை

திருத்தியவர் :

திரு. S. சதீஷ் M.Sc., M.Phil

மதிப்பாளர் :

திரு. S. நிரஞ்சன், B.Tech, (NITT)PGDM (IIM)

சென்னை

பதிப்பாசிரியர் உரை

10ஆம் வகுப்பிற்கான சுராவின் கணக்கு வழிகாட்டியை வெளியிடுவதில் பெருமிதமும் மகிழ்ச்சியும் அடைகிறோம்.

விதிகள், பயிற்சிகள் ஆகியவற்றை முழுமையாக புரிந்து கொள்வதற்கு தேவைப்படும் அனைத்து விளக்கங்களையும் நமது வழிகாட்டி உள்ளடக்கித் திகழ்கிறது.

ஆசிரியர்களுக்கு கற்பிக்க உறுதுணையாகவும், மாணவர்களுக்கு கற்க உறுதுணையாகவும் இந்த வழிக்காட்டி இருக்கும் வகையில் பயிற்சிகளுக்கான தீர்வுகள் விளக்கமாகவும் எளிதில் புரிந்து கொள்ளும்படியும் தரப்பட்டுள்ளன.

பாடப்புத்தகத்தின் அனைத்து பாடங்களையும் திறமையுடன் கற்றுக் கொள்வதற்கு உதவும் வகையில் விரிவான கூடுதல் பயிற்சிகளும் தரப்பட்டுள்ளன.

நமது வழிகாட்டி பல சிறப்பம்சங்களை கொண்டிருப்பினும், ஆசிரியர்கள் மாணவர்களுக்கு கற்பிப்பதின் பாங்கினை குறைத்து மதிப்பிட முடியாது. அது நிறைந்த மதிப்புடையது.

மாணவச் செல்வங்களின் தேவைகளை நிறைவு செய்யவும், ஆசிரியப் பெருந்தகையினரின் கற்பிக்கும் பாங்கினை மேம்படுத்தவும் இந்த வழிகாட்டி பெரிதும் உதவும் என்று உறுதியுடன் நம்புகிறோம்.

மாணவமணிகள் தேர்வில் முழு வெற்றி பெற இறையருளை வேண்டுகிறோம்.

கபாஷ் ராஜ், B.E., M.S.

- பதிப்பகத்தார்.

வாழ்த்துக்கள் !!!

தலைமை அலுவலகம்:

1620, 'ஜே' பிளாக், 16-ஆவது பிரதான சாலை,

அண்ணா நகர்,

சென்னை-600 040. ☎ 044-4862 9977,

044-486 27755



81242 01000/ 81243 01000

e-mail : orders @surabooks.com

website : www.surabooks.com

Also available for Std. - X

Guides :

- ❖ Sura's Tamil
- ❖ Sura's Smart English
- ❖ Sura's Mathematics (EM/TM)
- ❖ Sura's Science (EM/TM)
- ❖ Sura's Social Science (EM/TM)

மேலும் விவரங்களுக்கு / தொடர்புக்கு

புத்தகத்தில் உள்ள சந்தேகங்களுக்கு : enquiry@surabooks.com

புத்தகங்கள் வாங்க : orders@surabooks.com

தொடர்புக்கு : 80562 94222 / 80562 15222

வாட்ஸ்அப் : 8124201000 / 9840926027

ஆன்லைன் வலைதளம் : www.surabooks.com

பாடக் குறிப்புகளின் தொகுக்கப்பட்ட பகுதிகளை எமது http://tnkalvi.

in இணையதளத்திலிருந்து இலவசமாக பதிவிறக்கிக்கொள்ளலாம்

பொருளடக்கம்

பாட எண்	பாடத் தலைப்பு	பக்க எண்.
1	உறவுகளும் சார்புகளும்	1 - 26
2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	27 - 66
3	இயற்கணிதம்	67 - 138
4	வடிவியல்	139 - 178
5	ஆயத்தொலைவு வடிவியல்	179 - 208
6	முக்கோணவியல்	209 - 234
7	அளவியல்	235 - 256
8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	257 - 284

TO ORDER WITH US

SCHOOLS and TEACHERS

We are grateful for your support and patronage to 'SURA PUBLICATIONS'

Kindly prepare your order in your School letterhead and send it to us.

For Orders contact: 80562 94222 / 80562 15222

DIRECT DEPOSIT

A/c Name : **Sura Publications**
Our A/c No. : **36550290536**
Bank Name : **STATE BANK OF INDIA**
Bank Branch : **PADI**
IFSC : **SBIN0005083**

A/c Name : **Sura Publications**
Our A/c No. : **21000210001240**
Bank Name : **UCO BANK**
Bank Branch : **Anna Nagar West**
IFSC : **UCBA0002100**

A/c Name : **Sura Publications**
Our A/c No. : **6502699356**
Bank Name : **INDIAN BANK**
Bank Branch : **ASIAD COLONY**
IFSC : **IDIB000A098**

A/c Name : **Sura Publications**
Our A/c No. : **1154135000017684**
Bank Name : **KVB BANK**
Bank Branch : **Anna Nagar**
IFSC : **KVBL0001154**

After Deposit, please send challan and order to our address.

email : orders@surabooks.com / Whatsapp : 81242 01000.

DEMAND DRAFT / CHEQUE

Please send Demand Draft / cheque in favour of 'SURA PUBLICATIONS'
payable at **Chennai**.

The Demand Draft / cheque should be sent with your order in School letterhead.

STUDENTS

Order via Money Order (M/O) to



SURA PUBLICATIONS

1620, 'J' Block, 16th Main Road, Anna Nagar,
Chennai - 600 040.

Phones : 044-4862 9977, 044-486 27755

Mobile : 80562 94222 / 80562 15222

E-mail : orders@surabooks.com Website : www.surabooks.com



உறவுகளும் சார்புகளும்

நீனைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- ☐ **குத்துக்கோட்டுச் சோதனை :**
வளைவரையை ஒவ்வொரு குத்துக்கோடும் அதிக பட்சம் ஒரு புள்ளியில் வெட்டினால் அவ்வளைவரை ஒரு சார்பினைக் குறிக்கும்.
- ☐ **கீடைமட்டக்கோட்டுச் சோதனை :**
வளைவரை ஒன்றுக்கொன்றான சார்பைக் குறித்தால், வரையப்படும் கீடைமட்டக்கோடு வளைவரையை அதிகபட்சமாக ஒரு புள்ளியில் மட்டுமே வெட்டும்.
- ☐ நேரியல் சமன்பாடுகள் குழுக் குறியியல் பயன்பாடுகளுக்கும், அறிவியல் மற்றும் தொழில்நுட்பத்தில் சில உட்பிரிவுகளிலும் பயன்படுகின்றன.

பயிற்சி 1.1

1. பின்வருவனவற்றிற்கு $A \times B$, $A \times A$ மற்றும் $B \times A$ ஐக் காண்க.

(i) $A = \{2, -2, 3\}$ மற்றும் $B = \{1, -4\}$

(ii) $A = B = \{p, q\}$

(iii) $A = \{m, n\}$; $B = \phi$

[பிடி - 1]

தீர்வு. (i) $A = \{2, -2, 3\}$, $B = \{1, -4\}$

$$A \times B = \{(2, 1), (2, -4), (-2, 1), (-2, -4), (3, 1), (3, -4)\}$$

$$A \times A = \{(2, 2), (2, -2), (2, 3), (-2, 2), (-2, -2), (-2, 3), (3, 2), (3, -2), (3, 3)\}$$

$$B \times A = \{(1, 2), (1, -2), (1, 3), (-4, 2), (-4, -2), (-4, 3)\}$$

(ii) $A = B = \{p, q\}$

$$A \times B = \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\}$$

$$A \times A = \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\}$$

$$B \times A = \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\}$$

(iii) $A = \{m, n\}$; $B = \phi$

$$A \times B = \{\}$$

$$A \times A = \{(m, m), (m, n), (n, m), (n, n)\}$$

$$B \times A = \{\}$$

2. $A = \{1, 2, 3\}$, மற்றும் $B = \{x \mid x \text{ என்பது } 10\text{-ஐ விடச் சிறிய பகா எண்}\}$ எனில், $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)\}$$

$$B \times A = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (7, 1), (7, 2), (7, 3)\}$$

3. $B \times A = \{(-2, 3), (-2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)\}$ எனில், A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க.

[Qy-2019]

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $B \times A = \{(-2, 3), (-2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)\}$

$$\text{இங்கு } B = \{-2, 0, 3\}$$

[எல்லா வரிசைச் சோடிகளின் முதல் உறுப்பு]

$$\text{மற்றும் } A = \{3, 4\}$$

[எல்லா வரிசைச் சோடிகளின் இரண்டாம் உறுப்பு]

4. $A = \{5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, $C = \{5, 6, 7\}$ எனில், $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு. $A = \{5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, $C = \{5, 6, 7\}$

$$A \times A = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\} \dots (1)$$

$$B \times B = \{(4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\} \dots (2)$$

$$C \times C = \{(5, 5), (5, 6), (5, 7), (6, 5), (6, 6), (6, 7), (7, 5), (7, 6), (7, 7)\} \dots (3)$$

$$(B \times B) \cap (C \times C) = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\} \dots (4)$$

$$(1) = (4)$$

$$A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{3, 4\}$ மற்றும் $D = \{1, 3, 5\}$, எனில் $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.

[Qy - 2019]

தீர்வு. LHS = $\{(A \cap C) \times (B \cap D)\}$

$$A \cap C = \{3\}$$

$$B \cap D = \{3, 5\}$$

$$(A \cap C) \times (B \cap D) = \{(3, 3), (3, 5)\} \dots (1)$$

$$\text{RHS} = (A \times B) \cap (C \times D)$$

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5)\}$$

$$C \times D = \{(3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)\}$$

$$(A \times B) \cap (C \times D) = \{(3, 3), (3, 5)\} \dots (2)$$

$\therefore (1) = (2)$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. $A = \{x \in \mathbb{W} \mid x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3, 5\}$ எனில் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க.

(i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ [பிடி - 2]

(ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ [பிடி - 5]

(iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

(i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

தீர்வு. $A = \{x \in \mathbb{W} \mid x < 2\} = \{0, 1\}$

[2ஐ விட குறைவான முழுக்கள்]

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 4\} = \{2, 3, 4\}$$

$$C = \{3, 5\}$$

[2 லிருந்து 4 வரையிலான இயல் எண்கள்]

$$\text{LHS} = A \times (B \cup C)$$

$$B \cup C = \{2, 3, 4\} \cup \{3, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$A \times (B \cup C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\} \dots (1)$$

$$\text{RHS} = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$(A \times B) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$$

$$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (0, 5), (1, 5)\} \dots (2)$$

$$(1) = (2), \text{LHS} = \text{RHS}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

$$(ii) A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$\text{LHS} = A \times (B \cap C)$$

$$(B \cap C) = \{3\}$$

$$A \times (B \cap C) = \{(0, 3), (1, 3)\} \dots (1)$$

$$\text{RHS} = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$(A \times B) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$$

$$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(0, 3), (1, 3)\} \dots (2)$$

$$(1) = (2) \Rightarrow \text{LHS} = \text{RHS}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

$$(iii) (A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

$$\text{LHS} = (A \cup B) \times C$$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$(A \cup B) \times C = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\} \dots (1)$$

$$\text{RHS} = (A \times C) \cup (B \times C)$$

$$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$$

$$(B \times C) = \{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$$

$$(A \times C) \cup (B \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\} \dots (2)$$

$$(1) = (2)$$

$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

7. A என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், கீழ்க்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க.

$$(i) (A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C) \text{ [செப். - 2020]}$$

$$(ii) A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C) \text{ [பிடி. - 1]}$$

தீர்வு.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$C = \{2\}$$

[$\because$ ஒரே இரட்டைப்படை பகா எண் 2 மட்டுமே ஆகும்]

$$(i) (A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$$

$$\text{LHS} = (A \cap B) \times C$$

$$A \cap B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$(A \cap B) \times C = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\} \dots (1)$$

$$\text{RHS} = (A \times C) \cap (B \times C)$$

$$(A \times C) = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$$

$$(B \times C) = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$$

$$(A \times C) \cap (B \times C) = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\} \dots (2)$$

$$(1) = (2)$$

$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

$$(ii) A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$$

$$\text{LHS} = A \times (B - C)$$

$$(B - C) = \{3, 5, 7\}$$

$$A \times (B - C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\} \dots (1)$$

$$\text{RHS} = (A \times B) - (A \times C)$$

$$(A \times B) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 2), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$$

$$(A \times C) = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$$

$$(A \times B) - (A \times C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\} \dots (2)$$

$$(1) = (2) \Rightarrow \text{LHS} = \text{RHS}. \text{ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

பயிற்சி 1.2

1. $A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும் $B = \{3, 0, -1, 7\}$. எனில், பின்வருவனவற்றில் எவை A-லிருந்து B-க்கான உறவுகளாகும்?

$$(i) R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$$

$$(ii) R_2 = \{(-1, 1)\}$$

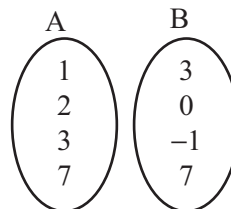
$$(iii) R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$$

$$(iv) R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$$

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும்

$$B = \{3, 0, -1, 7\}$$

$$(i) R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$$



$1 \notin B$ என்பதால் 2

மற்றும் 7 ஐ ஒன்றோடு

தொடர்பிட முடியாது.

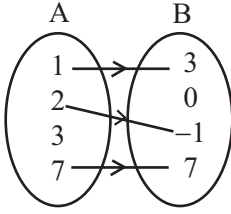
$\therefore R_1$ உறவில்லை.

$$(ii) R_2 = \{(-1, 1)\}$$

-1 ஐ ஒன்றோடு தொடர்பிட முடியாது ஏனெனில் $-1 \notin A$ மற்றும் $1 \notin B$

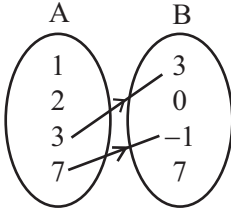
$\therefore R_2$ உறவில்லை

(iii) $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$



2 ஐ -1ம், 7 ஐ 7ம் மற்றும்
1 ஐ 3ம் தொடர்பிடுவதால்.
 R_3 உறவாகும்.

(iv) $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$



(7, -1) மற்றும் (3, 3)
ஜோடி உண்டு.
 $0 \notin A$ ஆதலால் (0, 3)
மற்றும் (0, 7) ஜோடி
இல்லை.
 $\therefore R_4$ உறவில்லை.

2. $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 45\}$ மற்றும் R என்ற உறவு
“ A - யின் மீது ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்”
என வரையறுக்கப்பட்டால். R -ஐ $A \times A$
-யின் உட்கணமாக எழுதுக. R -க்கான
மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 45\}$

$$\therefore A \times A = \{(1, 1) (1, 2) (1, 3) \dots (1, 45) \\ (2, 1) (2, 2) \dots (2, 45) (45, 1) \\ (45, 2) (45, 3) \dots (45, 45)\} \dots (1)$$

R ஓர் எண்ணின் வர்க்கம் என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$\therefore R = \{(1, 1) (2, 4) (3, 9) (4, 16) (5, 25) (6, 36)\} \dots (2)$$

[$\because$ 1 இன் வர்க்கம் 1, 2 இன் வர்க்கம் 4 மற்றும் பிற]

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $A \times A$ இன் உட்கணம் R
ஆகும்.

$$\therefore R \subset A \times A$$

R க்கான மதிப்பகம் = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

[(2)ல் உள்ள எல்லா வரிசை சோடிகளின் முதல் உறுப்பு]

R இன் வீச்சகம் = $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$

[(2)ல் உள்ள எல்லா வரிசை சோடிகளின் இரண்டாம்
உறுப்பு]

3. R என்ற ஒரு உறவு $\{(x, y) / y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
இதன் மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும்
கண்டறிக. [பிடி - 5]

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $R = \{(x, y) / y = x + 3\}$ மற்றும்
 $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$$x = 0 \text{ எனில், } y = 0 + 3 = 3 [\because y = x + 3]$$

$$x = 1 \text{ எனில், } y = 1 + 3 = 4$$

$$x = 2 \text{ எனில், } y = 2 + 3 = 5$$

$$x = 3 \text{ எனில், } y = 3 + 3 = 6$$

$$x = 4 \text{ எனில், } y = 4 + 3 = 7$$

$$x = 5 \text{ எனில், } y = 5 + 3 = 8$$

$$\therefore R = \{(0, 3), (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)\}$$

$$\therefore R \text{ இன் மதிப்பகம்} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

[R இல் உள்ள எல்லா முதல் உறுப்பு]

$$R \text{ இன் வீச்சகம்} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

[R இல் உள்ள எல்லா இரண்டாம் உறுப்பு]

4. கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும்
(1) அம்புக்குறி படம் (2) வரைபடம் (3)
பட்டியல் முறையில் குறிக்க.

(i) $\{(x, y) | x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

(ii) $\{(x, y) | y = x + 3, x, y \text{ ஆகியவை இயல் எண்கள்} < 10\}$

தீர்வு. (i) $R = \{(x, y) | x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\} \text{ மற்றும் } y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

$$x = 2 \text{ எனில், } y = \frac{x}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

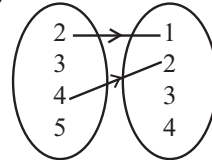
$$[\because x = 2y \Rightarrow y = \frac{x}{2}]$$

$$x = 3 \text{ எனில், } y = \frac{3}{2}$$

$$x = 4 \text{ எனில், } y = \frac{4}{2} = 2$$

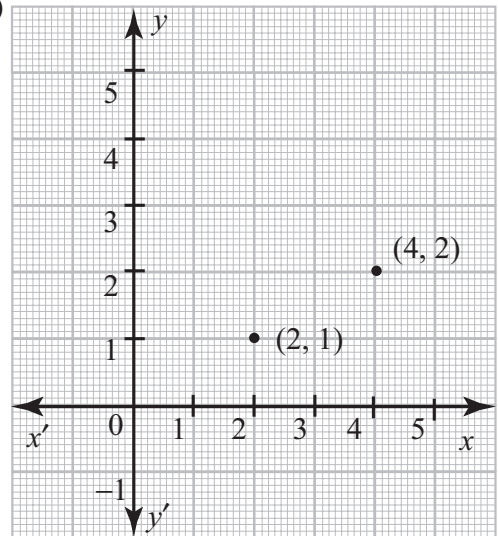
$$x = 5 \text{ எனில், } y = \frac{5}{2}$$

(a) அம்புக்குறி படம்



$(3, \frac{3}{2})$ மற்றும் $(5, \frac{5}{2})$
ஜோடி இல்லை

(b)



(c) பட்டியல் முறை : $R = \{(2, 1), (4, 2)\}$

(ii) $R = \{(x, y) | y = x + 3,$

x மற்றும் y இயல் எண்கள் < 10

$$x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

[$\therefore x$ மற்றும் y 10ஐ விட குறைவான இயல் எண்கள்]

கொடுக்கப்பட்ட $y = x + 3$

$$x = 1 \text{ எனில், } y = 1 + 3 = 4$$

$$x = 2 \text{ எனில், } y = 2 + 3 = 5$$

$$x = 3 \text{ எனில், } y = 3 + 3 = 6$$

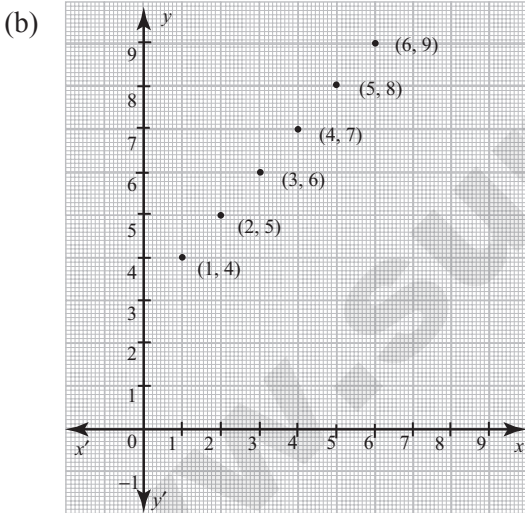
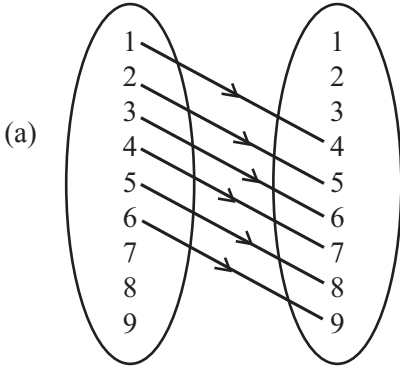
$$x = 4 \text{ எனில், } y = 4 + 3 = 7$$

$$x = 5 \text{ எனில், } y = 5 + 3 = 8$$

$$x = 6 \text{ எனில், } y = 6 + 3 = 9$$

$$\begin{cases} x = 7 \text{ எனில், } y = 7 + 3 = 10 \\ x = 8 \text{ எனில், } y = 8 + 3 = 11 \\ x = 9 \text{ எனில், } y = 9 + 3 = 12 \end{cases} [10, 11, 12 \notin y]$$

$$R = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)\}$$



(c) $R = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)\}$

5. ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளர்கள் (A), எழுத்தர்கள் (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E). ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ₹10,000, ₹25,000, ₹50,000 மற்றும் ₹1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4 மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள்; C_1, C_2, C_3, C_4 ஆகியோர் எழுத்தர்கள்; M_1, M_2, M_3 ஆகியோர்

மேலாளர்கள் மற்றும் E_1, E_2 ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர். $x \in \mathbb{R}$ என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில் $\mathbb{R}$ என்ற உறவை, வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அமடிக்குறி படம் மூலமாகவும் குறிப்பிடுக.

தீர்வு. A – உதவியாளர்கள் $\rightarrow A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$

C – எழுத்தர்கள் $\rightarrow C_1, C_2, C_3, C_4$

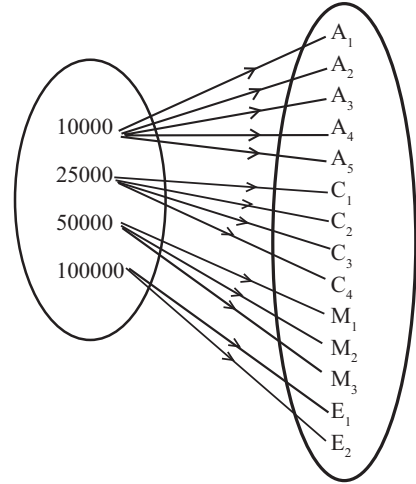
D – மேலாளர்கள் $\rightarrow M_1, M_2, M_3$

E – நிர்வாகிகள் $\rightarrow E_1, E_2$

xRy என்ற உறவில் x என்பது ஊதியம் உதவியாளர்களுக்கு ₹10,000, எழுத்தர்களுக்கு ₹25,000, மேலாளர்களுக்கு ₹50,000 மற்றும் நிர்வாகிகளுக்கு ₹1,00,000.

(a) $\therefore R = \{(10,000, A_1), (10,000, A_2), (10,000, A_3), (10,000, A_4), (10,000, A_5), (25,000, C_1), (25,000, C_2), (25,000, C_3), (25,000, C_4), (50,000, M_1), (50,000, M_2), (50,000, M_3), (1,00,000, E_1), (1,00,000, E_2)\}$

(b) அமடிக்குறி படம் :



பயிற்சி 1.3

1. $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N} \text{ மற்றும் } y = 2x\}$ ஆனது $\mathbb{N}$ -ன் மீதான ஓர் உறவு என்க. மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க. இந்த உறவு சார்பாகுமா?

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N} \text{ மற்றும் } y = 2x\}$

$$x = 1 \text{ எனில், } y = 2(1) = 2$$

$$x = 2 \text{ எனில், } y = 2(2) = 4$$

$$x = 3 \text{ எனில், } y = 2(3) = 6$$

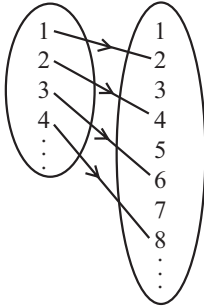
$$x = 4 \text{ எனில், } y = 2(4) = 8 \text{ மற்றும் பிற}$$

$$R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10), \dots\}$$



R இன் மதிப்பகம் = $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$,

R இன் வீச்சகம் = $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$



மதிப்பகத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பும் வீச்சகத்தின் ஏதேனும் ஒரு உறுப்போடு தொடர்பிடுவதால் இந்த உறவு சார்பாகும்.

2. $X = \{3, 4, 6, 8\}$ என்க. $\mathbb{R} = \{(x, f(x)) \mid x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$ என்ற உறவானது X -லிருந்து $\mathbb{N}$ -க்கு ஒரு சார்பாகுமா?

தீர்வு.

$$x = \{3, 4, 6, 8\}$$

$$\mathbb{R} = \{(x, f(x)) \mid x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

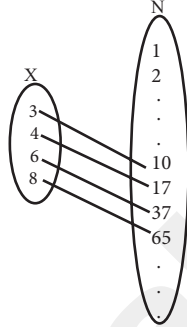
$$f(3) = 3^2 + 1 = 10$$

$$f(4) = 4^2 + 1 = 17$$

$$f(6) = 6^2 + 1 = 37$$

$$f(8) = 8^2 + 1 = 65$$

$$\mathbb{R} = \{(3, 10), (4, 17), (6, 37), (8, 65)\}$$



ஆம், இது ஒரு சார்பாகும்.

ஏனெனில் X இன் எல்லா

உறுப்புகளும் $\mathbb{N}$ இன்

உறுப்புகளோடு தொடர்புபடுத்தப்படுவதால் இது சார்பாகும்.

3. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f : x \rightarrow x^2 - 5x + 6$, எனில்,

(i) $f(-1)$

(ii) $f(2a)$

(iii) $f(2)$

(iv) $f(x-1)$

ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f : x \rightarrow x^2 - 5x + 6$.

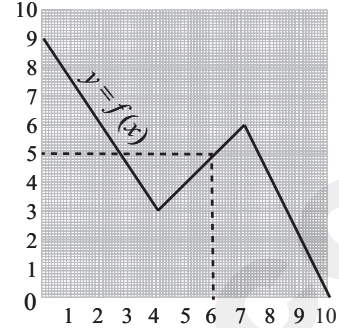
(i) $f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) + 6 = 1 + 5 + 6 = 12$

(ii) $f(2a) = (2a)^2 - 5(2a) + 6 = 4a^2 - 10a + 6$

(iii) $f(2) = 2^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$

(iv) $f(x-1) = (x-1)^2 - 5(x-1) + 6$
 $= x^2 - 2x + 1 - 5x + 5 + 6$
 $= x^2 - 7x + 12$

4. கொடுக்கப்பட்ட வரைபடத்தில் $f(x)$ -யின் மூலமாக, $f(9) = 2$ என்பது தெளிவாகிறது.



- (i) பின்வரும் சார்புகளின் மதிப்புகளைக் காண்க

(அ) $f(0)$

(ஆ) $f(7)$

(இ) $f(2)$

(ஈ) $f(10)$

- (ii) x -இன் எம்மதிப்பிற்கு $f(x) = 1$ ஆக இருக்கும்?

- (iii) வரைபடத்தில் (1) மதிப்பகம் (2) வீச்சகம் காண்க.

- (iv) f என்ற சார்பில் 6-ன் நிழல் உரு என்ன?

தீர்வு. வரைபடத்திலிருந்து

(i) (அ) $f(0) = 9$

(இ) $f(2) = 6$

(ஆ) $f(7) = 6$

(ஈ) $f(10) = 0$

(ii) $x = 9.5$ இல் $f(x) = 1$

(iii) $f(x)$ -ன் மதிப்பகம்

$$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$= \{x \mid 0 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{R}\}$$

$$f(x) \text{ -ன் வீச்சகம்} = \{x \mid 0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{R}\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

- (iv) f என்ற சார்பில் 6-ன் நிழல் உரு 5. ஏனெனில் $x = 6$ யில் வரைந்தால் அது வரைபடத்தை 5இல் சந்திக்கிறது.

5. $f(x) = 2x + 5$ என்க. $x \neq 0$ எனில்,

$$\frac{f(x+2) - f(2)}{x} \text{ -ஐக் காண்க.}$$

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = 2x + 5, x \neq 0$.

$$\frac{f(x+2) - f(2)}{x}$$

$$f(x) = 2x + 5$$

$$\Rightarrow f(x+2) = 2(x+2) + 5$$

$$= 2x + 4 + 5 = 2x + 9$$

$$\Rightarrow f(2) = 2(2) + 5 = 4 + 5 = 9$$

$$\therefore \frac{f(x+2) - f(2)}{x} = \frac{2x + 9 - 9}{x} = \frac{2x}{x} = 2$$

6. ஒரு சார்பு f ஆனது $f(x) = 2x - 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

- $\frac{f(0)+f(1)}{2}$ -ஐக் காண்க.
- $f(x) = 0$ எனில், x ஐக் காண்க
- $f(x) = x$ எனில் x ஐக் காண்க
- $f(x) = f(1-x)$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட, $f(x) = 2x - 3$

$$(i) \frac{f(0)+f(1)}{2}$$

$$f(0) = 2(0) - 3 = -3$$

$$f(1) = 2(1) - 3 = -1$$

$$\therefore \frac{f(0)+f(1)}{2} = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$(ii) f(x) = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 3 = 0$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$(iii) f(x) = x$$

$$\Rightarrow 2x - 3 = x \Rightarrow 2x - x = 3$$

$$x = 3$$

$$(iv) f(x) = f(1-x)$$

$$2x - 3 = 2(1-x) - 3$$

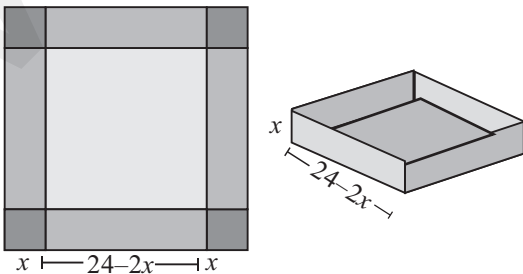
$$2x - 3 = 2 - 2x - 3$$

$$2x + 2x = 2 - 3 + 3$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

7. 24 செ.மீ பக்க அளவுள்ள சதுர வடிவத் துண்டிலிருந்து நான்கு மூலைகளிலும் சம அளவுள்ள சதுரங்களை வெட்டி படத்தில் உள்ளவாறு மேல்புறம் திறந்த ஒரு பெட்டி செய்யப்படுகிறது. இந்தப் பெட்டியின் கன அளவு V எனில், V -ஐ x -ன் சார்பாகக் குறிப்பிடுக.



தீர்வு. பெட்டியின் கன அளவு = நீளம் $\times$ அகலம் $\times$ உயரம்

$$= l \times b \times h \text{ கண மூலங்கள்}$$

$$\text{இங்கு } l = 24 - 2x$$

$$b = 24 - 2x$$

$$h = x$$

$$\therefore V = (24 - 2x)(24 - 2x) \times x$$

$$= (576 - 48x - 48x + 4x^2)x$$

$$V = 4x^3 - 96x^2 + 576x$$

8. f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $f(x^2) = (f(x))^2$ எனில் x -ஐக் காண்க.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = 3 - 2x$

$$\text{மேலும் கொடுக்கப்பட்ட } f(x^2) = [f(x)]^2$$

$$f(x^2) = 3 - 2x^2 \quad [x \text{ ஐ } x^2 \text{ என மாற்ற}]$$

$$\dots (1)$$

$$[f(x)]^2 = (3 - 2x)^2 = 9 - 12x + 4x^2$$

$$\dots (2)$$

$$[\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$$

(1) மற்றும் (2) விருந்து,

$$\Rightarrow 9 - 12x + 4x^2 = 3 - 2x^2$$

$$\Rightarrow 9 - 12x + 4x^2 - 3 + 2x^2 = 0$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 12x + 6 = 0$$

$$6 \text{ ஆல் வகுக்க கிடைப்பது } x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\text{காரணிபடுத்த கிடைப்பது } (x-1)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ அல்லது } 1$$

9. ஒரு விமானம் 500 கி.மீ/மணி வேகத்தில் பறக்கிறது. விமானம் 'd' தொலைவு செல்வதற்கு ஆகும் காலத்தை t (மணியில்) -ன் சார்பாக வெளிப்படுத்துக.

தீர்வு. வேகம் = $\frac{\text{கடந்த தூரம்}}{\text{எடுத்துக்கொண்ட நேரம்}}$

$$\Rightarrow \text{கடந்த தூரம்} = \text{வேகம்} \times \text{நேரம்}$$

$$\Rightarrow d = 500 \times t \quad [\because \text{நேரம்} = t \text{ மணி}]$$

$$\Rightarrow d = 500 t.$$

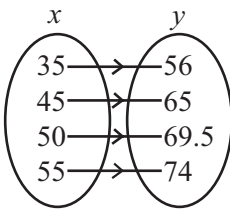
10. அருகில் உள்ள அட்டவணையில் நான்கு நபர்களின் முன்னங்கைகளின் நீளம் மற்றும் அவர்களுடைய உயரங்களின் தகவல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவர், உயரம் (y) மற்றும் முன்னங்கை நீளம் (x) -க்கான உறவை $y = ax + b$ எனக் கண்டுபிடித்தார். இங்கு a மற்றும் b ஆகியவை மாறிலிகள். [பிடி - 4]

முன்னங்கைகளின் நீளம் (செ.மீ) 'x'	உயரம் (அங்குலம்) 'y'
35	56
45	65
50	69.5
55	74

- (i) இந்த உறவானது சார்பாகுமா என ஆராய்க.
- (ii) a மற்றும் b -ஐக் காண்க.
- (iii) முன்னங்கைகளின் நீளம் 40 செ.மீ எனில் அந்த நபரின் உயரத்தைக் காண்க.
- (iv) உயரம் 53.3 அங்குலம் எனில் அந்த நபரின், முன்னங்கையின் நீளத்தைக் காண்க.

தீர்வு. (i) கொடுக்கப்பட்ட $y = ax + b$... (1)

- (i) கொடுக்கப்பட்ட வரிசைச் சோடிகள்
 $R = \{ (35, 56) (45, 65) (50, 69.5) (55, 74) \}$



கொடுக்கப்பட்ட x இன் எல்லா உறுப்புகளும் y யின் ஏதேனும் உறுப்புகளோடு தேவையான நபரின் தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளதால், கொடுக்கப்பட்ட தொடர்பு சார்பாகும்.

- (ii) (35, 56) மற்றும் (45, 65) என்ற இரண்டு வரிசைச் சோடிகளைக் கருதுக.

x y
 (35, 56) என $y = ax + b$ இல் பிரதியிட கிடைப்பது

$$56 = a(35) + b \quad \dots (1)$$

அதைப்போல (45, 65) என $y = ax + b$, யில் பிரதியிட கிடைப்பது

$$65 = a(45) + b \quad \dots (2)$$

$$(2) \rightarrow 65 = 45a + b \quad \dots (3)$$

$$(1) \rightarrow 56 = 35a + b \quad \dots (4)$$

பிரதியிட $9 = 10a$

$$\Rightarrow a = \frac{9}{10} = 0.9$$

$a = 0.9$ என (1) ல் பிரதியிட கிடைப்பது

$$56 = 35(0.9) + b$$

$$\Rightarrow 56 = 31.5 + b$$

$$\Rightarrow b = 56 - 31.5 = 24.5$$

$$y = ax + b \text{ ஆதலால் கிடைப்பது}$$

$$y = 0.9x + 24.5$$

- (iii) முன்னங்கைகளின் நீளம் $x = 40$ செ.மீ,

$$y = 0.9(40) + 24.5$$

$$\Rightarrow y = 36 + 24.5 = 60.5 \text{ அங்குலம்}$$

$\therefore$ தேவையான நபரின் உயரம் 60.5 அங்குலங்கள்.

- (iv) முன்னங்கைகளின் நீளம் $y = 53.3$

அங்குலங்கள்,

$$53.3 = 0.9x + 24.5$$

$$[\because y = 0.9x + 24.5]$$

$$\Rightarrow 53.3 - 24.5 = 0.9x$$

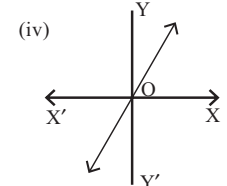
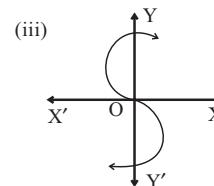
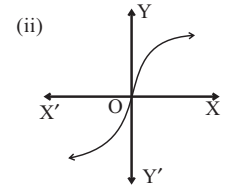
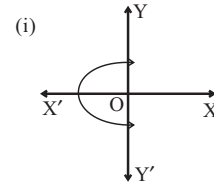
$$\Rightarrow 28.8 = 0.9x$$

$$\Rightarrow x = \frac{28.8 \times 10}{0.9 \times 10}$$

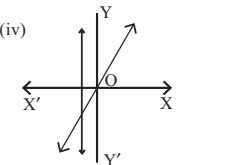
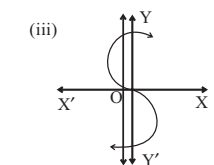
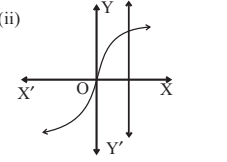
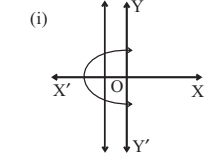
$$\Rightarrow x = \frac{288}{9} = 32 \text{ செ.மீ}$$

பயிற்சி 1.4

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட வரைபடங்கள் சார்பைக் குறிக்கின்றனவா எனத் தீர்மானிக்கவும் விடைகளுக்கான காரணத்தையும் கொடுக்கவும்.



தீர்வு.



- குத்துக் கோடு வரைபடத்தில் வளைவரையை இரு புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் இது ஒரு சார்பினைக் குறிக்காது.
- குத்துக்கோடு வளைவரையை ஒரே புள்ளியில் வெட்டுவதால் இது சார்பாகும்.
- சார்பு இல்லை வளைவரை குத்துக்கோட்டை 3 புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது. எனவே இது சார்பல்ல.
- வளைவரை குத்துக்கோட்டை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கிறது. எனவே இது சார்பாகும்.

2. $f: A \rightarrow B$ என்ற சார்பானது $f(x) = \frac{x}{2} - 1$, என

வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு, $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$ ஆக இருக்கும் போது சார்பு f -ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க.

- வரிசைச் சோடிகளின் கணம்.
- அட்டவணை
- அம்புக்குறி படம்
- வரைபடம்

தீர்வு.

$$f: A \rightarrow B$$

$$A = \{2, 4, 6, 10, 12\}, B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$$

$$f(x) = \frac{x}{2} - 1,$$

$$f(2) = \frac{2}{2} - 1 = 0$$

$$f(4) = \frac{4}{2} - 1 = 1$$

$$f(6) = \frac{6}{2} - 1 = 2$$

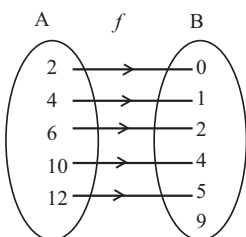
$$f(10) = \frac{10}{2} - 1 = 4$$

$$f(12) = \frac{12}{2} - 1 = 5$$

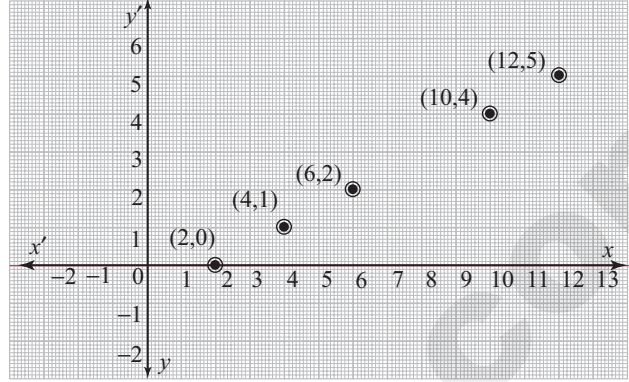
- வரிசைச் சோடிகளின் கணம்.
 $= \{(2, 0), (4, 1), (6, 2), (10, 4), (12, 5)\}$
- அட்டவணை.

x	2	4	6	10	12
$f(x)$	0	1	2	4	5

- அம்புக்குறி படம்



- வரைபடம்.

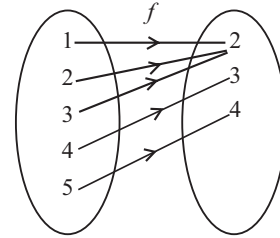


3. $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$ என்ற சார்பினை

- அம்புக்குறி படம்
- அட்டவணை
- வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்கவும்.

தீர்வு. $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$

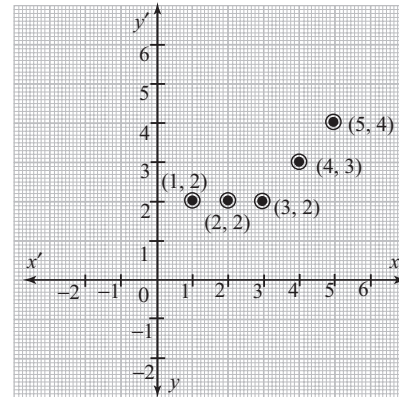
- அம்புக்குறி படம்.



- அட்டவணை.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	2	2	3	4

- வரைபடம்.



4. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான ஆனால் மேல்சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.

தீர்வு. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$$f(x) = 2x - 1$$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

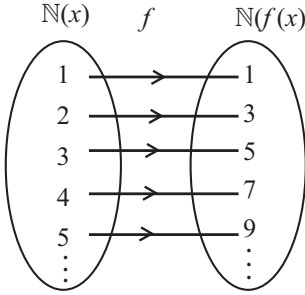
$$f(1) = 2(1) - 1 = 1$$

$$f(2) = 2(2) - 1 = 3$$

$$f(3) = 2(3) - 1 = 5$$

$$f(4) = 2(4) - 1 = 7$$

$$f(5) = 2(5) - 1 = 9$$



$\mathbb{N}$ -ன் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்புகளில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன எனவே $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ஓர் ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும் வீச்சு $= \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$

துணை மதிப்புகள் $= \{1, 2, 3, \dots\}$

f -ன் வீச்சுமானது f -ன் துணை மதிப்புகளிற்கு சமமாக இல்லை. எனவே இந்த சார்பு மேல் சார்பு அல்ல.

5. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(m) = m^2 + m + 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு எனக் காட்டுக. [செப். - 2020]

தீர்வு.

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$f(m) = m^2 + m + 3$$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}, m \in \mathbb{N}$$

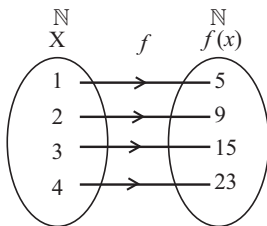
$$f(m) = m^2 + m + 3$$

$$f(1) = 1^2 + 1 + 3 = 5$$

$$f(2) = 2^2 + 2 + 3 = 9$$

$$f(3) = 3^2 + 3 + 3 = 15$$

$$f(4) = 4^2 + 4 + 3 = 23$$



X -ன் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்புகளில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. எனவே $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ஓர் ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

துணை சார்புகள் $= \mathbb{N}$

$$\text{வீச்சு} = \{5, 9, 15, 23\}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \mathbb{N}$ என்க. மேலும் $f: A \rightarrow B$ ஆனது $f(x) = x^3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில்,
(i) f -ன் வீச்சுத்தைக் காண்க.
(ii) f எவ்வகை சார்பு எனக் காண்க. [Hy - 2019]

தீர்வு.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \mathbb{N}$$

$$f: A \rightarrow B, f(x) = x^3$$

$$(i) f(1) = 1^3 = 1$$

$$f(2) = 2^3 = 8$$

$$f(3) = 3^3 = 27$$

$$f(4) = 4^3 = 64$$

$$(ii) f\text{-ன் வீச்சு} = \{1, 8, 27, 64, \dots\}$$

$$(iii) \text{இங்கு துணை சார்புகள்} = \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\text{வீச்சு} = \{1, 8, 27, 64\}$$

வெவ்வேறு உறுப்புகள்

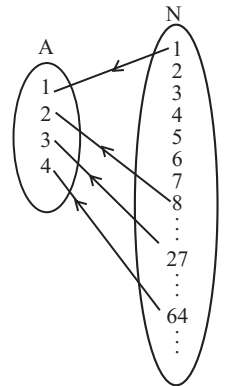
வெவ்வேறு நிழல் உருக்களை

கொண்டுள்ளன மற்றும் துணை

சார்புகள் $\neq$ வீச்சுகள்.

$\therefore$ ஒன்றுக்கொன்று மற்றும்

உள்நோக்கிய சார்பு.



7. கீழே கொடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு சார்பும் இருபுறச் சார்பா, இல்லையா? உன் விடைக்கான காரணத்தைக் கூறுக.

$$(i) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ ஆனது } f(x) = 2x + 1$$

$$(ii) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ ஆனது } f(x) = 3 - 4x^2$$

தீர்வு.

$$(i) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ மற்றும் } f(x) = 2x + 1$$

$$(i) x = -1 \text{ எனும் போது,}$$

$$f(-1) = 2(-1) + 1 = -1 \in \mathbb{R}$$

$$x = 0 \text{ எனும் போது,}$$

$$f(0) = 2(0) + 1 = 1 \in \mathbb{R}$$

$$x = 1 \text{ எனும் போது,}$$

$$f(1) = 2(1) + 1 = 3 \in \mathbb{R} \text{ மற்றும் பல}$$

$$x \in \mathbb{R} \text{ ஒவ்வொரு மதிப்புக்கும், } f(x) \in \mathbb{R}.$$

$\therefore$ இச்சார்பானது நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது மற்றும் ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு ஆகும். (ஒருபுறச் சார்பு)

$f(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ க்கு மதிப்புகள் மற்றும் வீச்சுகள் என்பன நன்கு வரையறுக்கப்பட்டவை. எனவே இது மேல் சார்பு ஆகும். (மேல்புறச் சார்பு).

எனவே, இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மேல் சார்பு அதாவது இருபுறச் சார்பு ஆகும்.

$$(ii) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 - 4x^2$$

$$x = 0 \text{ எனும் போது,}$$

$$f(0) = 3 - 4(0)^2 = 3 \in \mathbb{R}$$

$$x = 1 \text{ எனும் போது,}$$

$$f(1) = 3 - 4(1)^2 = -1 \in \mathbb{R}$$

$$x = 2 \text{ எனும் போது,}$$

$$f(2) = 3 - 4(2)^2 = -13 \in \mathbb{R}$$

$$x = -1 \text{ எனும் போது,}$$

$$f(-1) = 3 - 4(-1)^2 = -1 \in \mathbb{R}$$

$$x = -2 \text{ எனும் போது,}$$

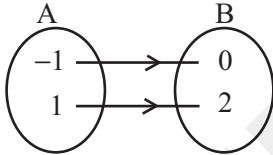
$$f(-2) = 3 - 4(-2)^2 = -13 \in \mathbb{R}$$

மதிப்பகத்தில் உள்ள உறுப்புகள் ஒரே மாதிரியான நிழல் உருக்களை துணை மதிப்பகத்தில் கொண்டுள்ளன.

எனவே, இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பல்ல, மாறாக இது பலவற்றிற்கு ஒன்றான சார்பாகும். எனவே, இது இருபுறச் சார்பாகாது.

8. $A = \{-1, 1\}$ மற்றும் $B = \{0, 2\}$ என்க. மேலும் $f: A \rightarrow B$ ஆனது $f(x) = ax + b$ என வரையறுக்கப்பட்ட மேல் சார்பு எனில், a மற்றும் b -ஐக் காண்க.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $A = \{-1, 1\}$, $B = \{0, 2\}$ மற்றும் $f: A \rightarrow B$ வரையறுக்கப்பட்டது $f(x) = ax + b$ மேல் சார்பாகும்.



$$f(-1) = 0$$

$$\Rightarrow a(-1) + b = 0 \quad [\because x = -1, y = 0]$$

$$\text{என } y = ax + b \text{ இல் பிரதியிட}$$

$$\Rightarrow -a + b = 0 \quad \dots (1)$$

$$\text{மேலும் } f(1) = 2$$

$$\Rightarrow a(1) + b = 2 \quad [\because x = 1, y = 2]$$

$$\text{என } y = ax + b \text{ இல் பிரதியிட}$$

$$\Rightarrow a + b = 2 \quad \dots (2)$$

$$(1) \Rightarrow -a + b = 0$$

$$\text{கூட்டி,} \quad 2b = 2$$

$$\Rightarrow b = \frac{2}{2} = 1$$

$$b = 1 \text{ என } (2) \text{ இல் பிரதியிட}$$

$$a + 1 = 2 \Rightarrow a = 2 - 1 = 1$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$9. f \text{ என்ற சார்பானது } f(x) = \begin{cases} x+2 & ; x > 1 \\ 2 & ; -1 \leq x \leq 1 \\ x-1 & ; -3 < x < -1 \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்பட்டால்

- (i) $f(3)$ (ii) $f(0)$
(iii) $f(-1.5)$ (iv) $f(2) + f(-2)$

ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு. (i) $f(3) \Rightarrow f(x) = x + 2 \Rightarrow 3 + 2 = 5$ $[\because x = 3]$

(ii) $f(0) \Rightarrow 2$ $[\because 0 \in -1 \leq x \leq 1]$

(iii) $f(-1.5) = x - 1$
 $= -1.5 - 1 = -2.5$

(iv) $f(2) + f(-2)$
 $f(2) = 2 + 2 = 4$ $[\because f(x) = x + 2]$
 $f(-2) = -2 - 1 = -3$ $[\because f(x) = x - 1]$
 $f(2) + f(-2) = 4 - 3 = 1$

10. $f: [-5, 9] \rightarrow \mathbb{R}$ என்ற சார்பானது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$f(x) = \begin{cases} 6x+1 & ; -5 \leq x < 2 \\ 5x^2-1 & ; 2 \leq x < 6 \\ 3x-4 & ; 6 \leq x \leq 9 \end{cases} \text{ என}$$

வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

- (i) $f(-3) + f(2)$ (ii) $f(7) - f(1)$ [பிடி - 4]
(iii) $2f(4) + f(8)$ (iv) $\frac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)}$ [பிடி - 4]

தீர்வு. $f: [-5, 9] \rightarrow \mathbb{R}$

(i) $f(-3) = 6x + 1 = 6(-3) + 1 = -17$
 $f(2) = 5x^2 - 1 = 5(2^2) - 1 = 19$
 $\therefore f(-3) + f(2) = -17 + 19 = 2$

(ii) $f(7) = 3x - 4 = 3(7) - 4 = 17$
 $f(1) = 6x + 1 = 6(1) + 1 = 7$
 $f(7) - f(1) = 17 - 7 = 10$

(iii) $f(4) = 5x^2 - 1 = 5 \times 4^2 - 1 = 79$
 $f(8) = 3x - 4 = 3 \times 8 - 4 = 20$
 $\therefore 2f(4) + f(8) = 2 \times 79 + 20 = 178$

(iv) $f(-2) = 6x + 1 = 6(-2) + 1 = -11$
 $f(6) = 3x - 4 = 3(6) - 4 = 14$
 $f(4) = 5x^2 - 1 = 5(4^2) - 1 = 79$
 $f(-2) = 6x + 1 = 6(-2) + 1 = -11$

அலகுப் பயிற்சி - 1

1. $(x^2 - 3x, y^2 + 4y)$ மற்றும் $(-2, 5)$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில் x மற்றும் y -ஐக் காண்க.

தீர்வு. $(x^2 - 3x, y^2 + 4y) = (-2, 5)$

$$x^2 - 3x = -2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$$x = 2, 1$$

$$y^2 + 4y = 5$$

$$y^2 + 4y - 5 = 0$$

$$(y + 5)(y - 1) = 0$$

$$y = -5, 1$$



2. $A \times A$ கார்டியன் பெருக்கல்பலனின், 9 உறுப்புகளில், உறுப்புகள் $(-1, 0)$ மற்றும் $(0, 1)$ -யும் இருக்கிறது எனில், A -யில் உள்ள உறுப்புகளைக் காண்க. மற்றும் $A \times A$ -ன் மீதமுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு. $A = \{-1, 0, 1\}, B = \{1, 0, -1\}$

$$A \times B = \{(-1, 1), (-1, 0), (-1, -1), (0, 1), (0, 0), (0, -1), (1, 1), (1, 0), (1, -1)\}$$

3. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ 4 & x < 1 \end{cases}$

எனக் கொடுக்கப்பட்டால்,

(i) $f(0)$ (ii) $f(3)$

(iii) $f(a+1)$ ($a \geq 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு. (i) $f(0) = 4$

(ii) $f(3) = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$

(iii) $f(a+1) = \sqrt{a+1-1} = \sqrt{a}$

4. $A = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$ என்க. மற்றும் $f: A \rightarrow N$ ஆனது $f(n) = n$ -ன் அதிகபட்சப் பகா காரணி ($n \in A$) என வரையறுக்கப்பட்டால். f -ன் வரிசைச் சோடிகளின் கணத்தை எழுதுக மற்றும் f -ன் வீச்சகத்தைக் காண்க.

தீர்வு. $A = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$

$f: A \rightarrow N$

$f(n) = n \in A$ ன் அதிகபட்ச பகா காரணி

$f = \{(9, 3), (10, 5), (11, 11), (12, 3), (13, 13), (14, 7), (15, 5), (16, 2), (17, 17)\}$

வீச்சகம் = $\{3, 5, 11, 13, 7, 2, 17\}$

= $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$

5. $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}}$ என்ற சார்பின் மதிப்பகத்தைக் காண்க.

தீர்வு. $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}}$

$f(x)$ ன் மதிப்பகம் = $\{-1, 0, 1\}$

($x^2 = 1, -1, 0$, எனில் $\sqrt{1 - x^2}$ மிகை எண் அல்லது 0 ஆகும்).

6. $f(x) = x^2, g(x) = 3x$ மற்றும் $h(x) = x - 2$ எனில். $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ என நிறுவுக.

தீர்வு. $f(x) = x^2$

$g(x) = 3x$

$h(x) = x - 2$

$(f \circ g) \circ h = x - 2$

LHS = $f \circ (g \circ h)$

$f \circ g = f(g(x)) = f(3x) = (3x)^2 = 9x^2$

$(f \circ g) \circ h = (f \circ g) h(x) = (f \circ g)(x - 2)$

= $9(x - 2)^2 = 9(x^2 - 4x + 4) = 9x^2 - 36x + 36 \dots (1)$

RHS = $f \circ (g \circ h)$

$(g \circ h) = g(h(x)) = g(x - 2)$

= $3(x - 2) = 3x - 6$

$f \circ (g \circ h) = f(3x - 6) = (3x - 6)^2 = 9x^2 - 36x + 36 \dots (2)$

(1) = (2)

LHS = RHS

$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

7. $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3, 4\}, C = \{5, 6\}$ மற்றும் $D = \{5, 6, 7, 8\}$ எனில், $A \times C$ ஆனது $B \times D$ உட்கணமா எனச் சரிபார்க்க.

தீர்வு. $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3, 4\}$

$C = \{5, 6\}, D = \{5, 6, 7, 8\}$

$A \times C = \{(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6)\}$

$B \times D = \{(1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8),$

$(2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8),$

$(3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8),$

$(4, 5), (4, 6), (4, 7), (4, 8)\}$

$\therefore (A \times C)$ என்பது $(B \times D)$ ன் உட்கணமாகும்.

8. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}, x \neq -1$ என்க. $x \neq 0$ எனில், $f(f(x)) = -\frac{1}{x}$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}, x \neq -1 \Rightarrow (f(x)) = f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{\left(\frac{x-1}{x+1}\right) - 1}{\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + 1}$

$$= \frac{\frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{x-1}{x+1} + 1} = \frac{\frac{x-1-x-1}{x+1}}{\frac{x-1+x+1}{x+1}} = \frac{-2}{2x} = \frac{-1}{x}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

9. சார்பு f மற்றும் g ஆகியவை $f(x) = 6x + 8$;

$$g(x) = \frac{x-2}{3} \text{ எனில்,}$$

(i) $gg\left(\frac{1}{2}\right)$ -யின் மதிப்பைக் காண்க.

(ii) $gf(x)$ -ஐ வடிவில் எழுதுக.

தீர்வு.

$$f(x) = 6x + 8$$

$$g(x) = \frac{x-2}{3}$$

$$(i) \quad gg(x) = g(g(x))$$

$$= g\left(\frac{x-2}{3}\right) = \frac{\frac{x-2}{3}-2}{3}$$

$$= \frac{\frac{x-2-6}{3}}{3} = \frac{x-8}{9}$$

$$gog\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}-8}{9} = \frac{1-16}{2} \times \frac{1}{9}$$

$$= \frac{-15}{18} = \frac{-5}{6}$$

$$(ii) \quad gof(x) = g(f(x)) = g(6x+8)$$

$$= \frac{6x+8-2}{3} = \frac{6x+6}{3}$$

$$= \frac{2(3x+3)}{3} = 2x+2 = 2(x+1)$$

10. பின்வருவனவற்றின் மதிப்பகங்களை எழுதுக.

$$(i) \quad f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$$

[பிடி. - 6]

$$(ii) \quad p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$$

$$(iii) \quad g(x) = \sqrt{x-2}$$

[பிடி. - 6]

$$(iv) \quad h(x) = x+6$$

தீர்வு. (i) $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$

∴ பகுதி பூச்சியமாக இருக்கக் கூடாது. ஏனெனில் இது மெய்யெண் சார்பு.

∴ மதிப்பகம் = $R - \{9\}$

$$(ii) \quad p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$$

மதிப்பகம் R .

$$(iii) \quad g(x) = \sqrt{x-2}$$

மதிப்பகம் = $[2, \infty)$

$$(iv) \quad h(x) = x+6$$

மதிப்பகம் R .

பிடி. மாதிரி வினா - விடை.

1 மதிப்பெண்

1. $n(A) = p$, $n(B) = q$ எனில் A மற்றும் B க்கு இடையே கிடைக்கும் மொத்த உறவுகளின் எண்ணிக்கை [பிடி. - 1]

(அ) 2^p (ஆ) 2^q (இ) 2^{p+q} (ஈ) 2^{pq}

[விடை. (ஈ) 2^{pq}]

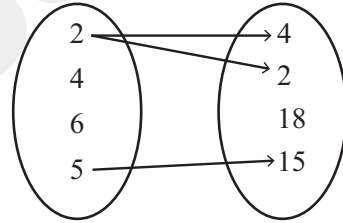
2. $f(x) = (-1)^x$ என்பது N -லிருந்து Z க்கு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் f -ன் வீச்சகம் [பிடி. - 3]

(அ) $\{1\}$ (ஆ) N (இ) $\{1, -1\}$ (ஈ) Z

[விடை. (இ) $\{1, -1\}$]

3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் குறிக்கும் சார்பு, ஒரு [பிடி. - 6]

(அ) மேல் சார்பு (ஆ) மாறிலி சார்பு
(இ) ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு
(ஈ) சார்பு அல்ல



[விடை. (ஈ) சார்பு அல்ல]

குறிப்பு: 4க்கு பிம்பம் இல்லை

2 மதிப்பெண்கள்

1. f என்ற உறவானது $f(x) = x^2 - 2$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $x \in \{-2, -1, 0, 3\}$ எனக் கொண்டால் (i) f -ன் உறுப்புகளைப் பட்டியலிடுக. (ii) f - ஒரு சார்பாகுமா? [பிடி. - 1 ; Qy - 2019]

தீர்வு. $f(x) = x^2 - 2$ இங்கு $x \in \{-2, -1, 0, 3\}$

$$(i) \quad f(-2) = (-2)^2 - 2 = 2;$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 2 = -1$$

$$f(0) = 0^2 - 2 = -2$$

$$f(3) = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

ஆகையால் $f = \{(-2, 2), (-1, -1), (0, -2), (3, 7)\}$

(ii) f -ன் ஒவ்வொரு மதிப்பக உறுப்பிற்கும் ஒரே ஒரு நிழல் உரு உள்ளதைக் காணலாம். எனவே f -ஆனது ஒரு சார்பாகும்.

2. R என்ற உறவு $\{(x, y)/y = x^2 + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் காண்க. [பிடி. - 2]

தீர்வு. சரிவகம் = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$$\begin{aligned}x &= 0, y = 0^2 + 3 = 3 \\x &= 1, y = 1^2 + 3 = 4 \\x &= 2, y = 2^2 + 3 = 7 \\x &= 3, y = 3^2 + 3 = 12 \\x &= 4, y = 4^2 + 3 = 19 \\x &= 5, y = 5^2 + 3 = 28 \\ \text{வீச்சகம்} &= \{3, 4, 7, 12, 19, 28\}\end{aligned}$$

3. $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ மற்றும் R என்ற உறவு A -யின் மீது ஓர் எண்ணின் கணம் என வரையறுக்கப்பட்டால் R -க் கான மதிப்புகளையும் வீச்சகத்தையும் காண்க. [பிடி - 4]

தீர்வு. $R = \{(1,1), (2,8), (3,27), (4, 64)\}$
சரிவகம் = $\{1, 2, 3, 4\}$
வீச்சகம் = $\{1, 8, 27, 64\}$

4. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \mathbb{N}$ என்க. மேலும் $f: A \rightarrow B$ ஆனது $f(x) = x^2$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், (i) f -ன் வீச்சகத்தைக் காண்க (ii) எவ்வகைச் சார்பு எனக் காண்க. [பிடி - 5]

தீர்வு. $f(1) = 1; f(2) = 4; f(3) = 9; f(4) = 16$

- (i) வீச்சகம் = $\{1, 4, 9, 16\}$
(ii) ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் உட்படு சார்பாகும்.

5. f ஆனது $\mathbb{R}$ லிருந்து $\mathbb{R}$ -க்கு ஆன சார்பு என்க. மேலும் அது $f(x) = 3x - 5$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $(a, 4)$ மற்றும் $(1, b)$ ஆகியவை f -ல் உள்ளன எனக் கொடுக்கப்பட்டால் a மற்றும் b -யின் மதிப்புகளைக் காண்க. [பிடி - 6]

தீர்வு. $f(x) = 3x - 5$,
 $f = \{(x, 3x - 5) | x \in \mathbb{R}\}$

என எழுதலாம்.

$(a, 4)$ எனில், a -யின் நிறல் உரு 4.

அதாவது $f(1) = b$ -லிருந்து $b = -2$

$$3(1) - 5 = b$$

$$\text{எனவே, } b = -2$$

6. $R = \{(x, -2), (-5, y)\}$ என்பது சமனிச் சார்பைக் குறிக்குமெனில் x மற்றும் y ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க. [பிடி - 6]

தீர்வு. $x = -2$
 $y = -5$

7. $f(k) = 2k - 1$ மற்றும் $fof(k) = 5$ எனில், k -ஐக் காண்க. [பிடி - 4]

தீர்வு. $f(k) = 2k - 1$
 $fof(k) = (f(k)) = f(2k - 1)$ என கருதுக
[$\because f(x) = 2x - 1$]

$$= 2(2k - 1) - 1$$

[இங்கு $f(k) = 2k - 1$ இல், k ஐ $2k - 1$ என மாற்ற]

$$= 4k - 2 - 1 = 4k - 3$$

$$\Rightarrow 4k - 3 = 5 \Rightarrow 4k = 5 + 3 = 8$$

$$\Rightarrow k = \frac{8}{4} = 2 \therefore k = 2$$

5 மதிப்பெண்கள்

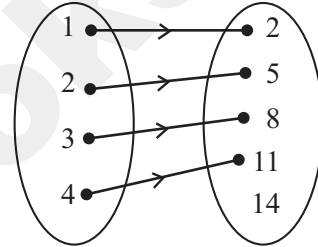
1. $A = 1, 2, 3, 4$ மற்றும் $B = 2, 5, 8, 11, 14$ என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f: A \rightarrow B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினை [பிடி - 3; செப். - 2020]

- (i) அம்புக்குறி படம் (ii) அட்டவணை
(iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்
(iv) வரைபடம் ஆகியவற்றால் குறிக்க

தீர்வு. $A = 1, 2, 3, 4$; $B = 2, 5, 8, 11, 14$; $f(x) = 3x - 1$
 $f(1) = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2$; $f(2) = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$
 $f(3) = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8$; $f(4) = 3(4) - 1 = 12 - 1 = 11$

- (i) அம்புக்குறி படம்

சார்பு $f: A \rightarrow B$ - ஐ ஒரு அம்புக்குறி படத்தால் குறிப்போம்



- (ii) அட்டவணை அமைப்பு

சார்பு f -ஐ கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையால் குறிப்போம்

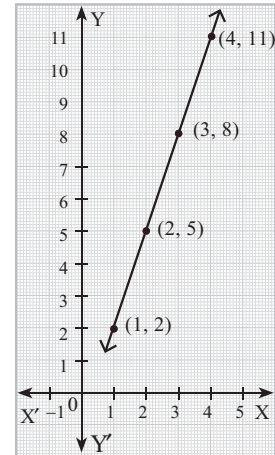
x	1	2	3	4
$f(x)$	2	5	8	11

- (iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

சார்பு f -ஐ வரிசைச் சோடிகளின் கணமாக எழுதலாம்.

$$f = (1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)$$

- (iv) வரைபடம்



படத்தில் உள்ள XY- தளத்தில் ஒரே நேர் கோட்டில் $(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)$ ஆகிய புள்ளிகள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

2. $A = \{x \in \mathbb{W} / 0 < x < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{W} / 0 \leq x \leq 2\}$,
 $C = \{x \in \mathbb{W} / x < 3\}$ எனில் $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ ஐச் சரிபார்க்க. [பிடிஏ - 3]

தீர்வு.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{0, 1, 2\}$$

$$C = \{0, 1, 2\}$$

$$B \cap C = \{0, 1, 2\} \cap \{0, 1, 2\} = \{0, 1, 2\}$$

$$A \times (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4\} \times \{0, 1, 2\}$$

$$= \{(1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,1), (2,2), (3,0), (3,1), (3,2), (4,0), (4,1), (4,2)\} \dots (1)$$

$$A \times B = \{1, 2, 3, 4\} \times \{0, 1, 2\}$$

$$= \{(1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,1), (2,2), (3,0), (3,1), (3,2), (4,0), (4,1), (4,2)\}$$

$$A \times C = \{1, 2, 3, 4\} \times \{0, 1, 2\}$$

$$= \{(1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,1), (2,2), (3,0), (3,1), (3,2), (4,0), (4,1), (4,2)\}$$

$$(A \times C) \cap (A \times B) = \{1, 2, 3, 4\} \times \{0, 1, 2\}$$

$$= \{(1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,1), (2,2), (3,0), (3,1), (3,2), (4,0), (4,1), (4,2)\} \dots (2)$$

$$(1) = (2)$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

3. $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = 1 - 2x$ மற்றும் $h(x) = 3x$,
 $fo(g \circ h) = (fo g) oh$ என நிரூபிக்க. [பிடிஏ - 5]

தீர்வு.

$$f(x) = 2x + 3, g(x) = 1 - 2x,$$

$$h(x) = 3x$$

$$\text{இப்பொழுது, } (fo g)(x) = f(g(x)) = f(1 - 2x)$$

$$= 2(1 - 2x) + 3 = 5 - 4x$$

மேலும்,

$$(fo g)oh(x) = (fo g)h(x) = (fo g)(3x)$$

$$= 5 - 4(3x) = 5 - 12x \dots (1)$$

$$(g \circ h)(x) = g(h(x)) = g(3x) = 1 - 2(3x)$$

$$= 1 - 6x$$

மேலும்,

$$fo(g \circ h)(x) = f(1 - 6x) = 2(1 - 6x) + 3$$

$$= 5 - 12x \dots (2)$$

$$(1) \text{ மற்றும் } (2) - \text{லிருந்து நமக்கு கிடைப்பது,}$$

$$(fo g) oh = fo(g \circ h)$$

அரசு தேர்வு வினா- விடை

1 மதிப்பெண்

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்.

1. $f = \{(2, a), (3, b), (4, b), (5, c)\}$ ஒரு _____ . [அ.மா.வி - 2019]

(அ) சமனிச் சார்பு

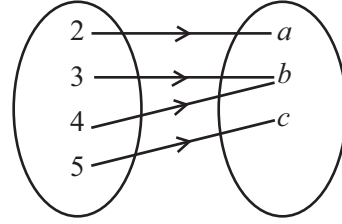
(ஆ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு

(இ) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு

(ஈ) மாறிலி சார்பு

[விடை. (இ) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு]

குறிப்பு :



2. $f(x) = x^2 - x$ எனில், $f(x-1) - f(x+1) =$

(அ) $4x$

(ஆ) $2 - 2x$

[செப். - 2020]

(இ) $2 - 4x$

(ஈ) $4x - 2$

[விடை. (இ) $2 - 4x$]

குறிப்பு :

$$f(x-1) = (x-1)^2 - (x-1)$$

$$= x^2 - 2x + 1 - (x-1)$$

$$= x^2 - 2x + 1 - x + 1$$

$$= x^2 - 3x + 2$$

$$f(x+1) = (x+1)^2 - (x+1)$$

$$= x^2 + 2x + 1 - x - 1$$

$$= x^2 + x$$

$$\therefore f(x-1) - f(x+1)$$

$$= (x^2 - 3x + 2) - (x^2 + x)$$

$$= x^2 - 3x + 2 - x^2 - x$$

$$= -4x + 2$$

3. $n(A) = p$ மற்றும் $n(B) = q$ எனில் $n(A \times B) =$ [Qy - 2019]

(அ) $p+q$

(ஆ) $p-q$

(இ) $p \times q$

(ஈ) $\frac{p}{q}$ [விடை. (இ) $p \times q$]

குறிப்பு :

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B)$$

$$= p \times q$$

2 மதிப்பெண்கள்

1. சார்பு வரையறுக்க. [அ.மா.வி - 2019]

தீர்வு.

X மற்றும் Y என்ற வெற்றில்லா கணங்களுக்கு கிடைக்கக்கூடிய ஒரு உறவு f -ல் ஒவ்வொரு $x \in X$ -க்கும் ஒரே ஒரு $y \in Y$ கிடைக்கிறது எனில், f ஐ நாம் சார்பு என்கிறோம். அதாவது, $f = \{(x, y) | \text{ஒவ்வொரு } x \in X \text{ க்கும், ஒரே ஒரு } y \in Y \text{ இருக்கும்}\}$

2. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2$, $x \in \mathbb{N}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

[அ.மா.வி - 2019; பிடிஏ - 3]

(i) 1, 2, 3-ன் நிழல் உருக்களைக் காண்க.

(ii) 29 மற்றும் 53-ன் முன் உருக்களைக் காண்க.

(iii) சார்பின் வகையைக் காண்க.

தீர்வு.

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$(i) f(1) = 3(1) + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$f(2) = 3(2) + 2 = 6 + 2 = 8$$

$$f(3) = 3(3) + 2 = 9 + 2 = 11$$

1, 2, 3 -யின் நிழல் உருக்கள் முறையே 5, 8, 11 ஆகும்.

$$(ii) \quad 29 - \text{ன் முன் உரு } x \text{ எனில், } f(x) = 29.$$

$$\Rightarrow 3x + 2 = 29$$

$$3x = 27 \Rightarrow x = 9.$$

இதைப் போலவே 53 -ன் முன் உரு x எனில் $f(x) = 53$.

$$\Rightarrow 3x + 2 = 53$$

$$3x = 51 \Rightarrow x = 17.$$

$\therefore$ 29 மற்றும் 53 -ன் முன் உருக்கள் முறையே 9 மற்றும் 17 ஆகும்.

(iii) $\mathbb{N}$ -ன் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்புகளில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. எனவே f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

f -ன் துணை மதிப்புகளானது $\mathbb{N}$.

வீச்சு $f = \{5, 8, 11, 14, 17, \dots\}$ ஆனது $\mathbb{N}$ -ன் தகு உட்கணமாகும்.

$\therefore f$ மேல் சார்பு இல்லை. அதாவது, f உட்சார்பாகும்.

எனவே f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் உட்சார்பு ஆகும்.

3. $A \times B = \{(3, 2) (3, 4) (5, 2) (5, 4)\}$ எனில், A மற்றும் B -ஐக் காண்க. [செப். - 2020]

தீர்வு. $A \times B = \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$

$A = \{A \times B$ -யின் முதல் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}. எனவே, $A = \{3, 5\}$

$B = \{A \times B$ -யின் இரண்டாம் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}. எனவே, $B = \{2, 4\}$

எனவே $A = \{3, 5\}$ மற்றும் $B = \{2, 4\}$.

4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ மற்றும் $B = \mathbb{W}$ என்க. மேலும் $f: A \rightarrow B$ ஆனது $f(x) = x^2 - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. f என்ற சார்பிற்கு வீச்சுக் காண்க. [Qy - 2019]

தீர்வு. $f(1) = 0; f(2) = 3; f(3) = 8; f(4) = 15; f(5) = 24$

வீச்சு $f = \{0, 3, 8, 15, 24\}$

5. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \mathbb{N}$ என்க. மேலும் $f: A \rightarrow B$ ஆனது, $f(x) = x^3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் [Hy - 2019]

(i) f -ன் வீச்சுத்தைக் காண்க.

(ii) f எவ்வகை சார்பு எனக் காண்க.

தீர்வு. $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \mathbb{N}$

$f: A \rightarrow B, f(x) = x^3$

$$(i) \quad f(1) = 1^3 = 1$$

$$f(2) = 2^3 = 8$$

$$f(3) = 3^3 = 27$$

$$f(4) = 4^3 = 64$$

f -ன் வீச்சுக் = $\{1, 8, 27, 64\}$

(ii) ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் உள்நோக்கிய சார்பு

5 மதிப்பெண்கள்

1. $f(x) = 3x - 2, g(x) = 2x + k$ மற்றும் $f \circ g = g \circ f$, எனில் k -யின் மதிப்பைக் காண்க. [Qy - 2019]

தீர்வு.

$$f(x) = 3x - 2, g(x) = 2x + k$$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(2x + k)$$

$$= 3(2x + k) - 2 = 6x + 3k - 2$$

$$\text{இதனால், } f \circ g(x) = 6x + 3k - 2$$

$$g \circ f(x) = g(3x - 2) = 2(3x - 2) + k$$

$$\text{இதனால், } g \circ f(x) = 6x - 4 + k$$

$$\text{கொடுக்கப்பட்ட } f \circ g = g \circ f$$

$$\therefore 6x + 3k - 2 = 6x - 4 + k$$

$$6x - 6x + 3k - k = -4 + 2 \Rightarrow k = -1$$

2. $A = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x < 4\}, B = \{x \in \mathbb{W} / 0 \leq x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in \mathbb{N} / x < 3\}$ என்க. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பதனைச் சரிபார்க்க. [Hy - 2019]

தீர்வு.

$$A = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x < 4\} = \{2, 3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{W} / 0 \leq x < 2\} = \{0, 1\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} / x < 3\} = \{1, 2\}$$

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$B \cap C = \{0, 1\} \cap \{1, 2\} = \{1\}$$

$$A \times (B \cap C) = \{2, 3\} \times \{1\} = \{(2, 1), (3, 1)\}$$

$$A \times B = \{2, 3\} \times \{0, 1\}$$

$$= \{(2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\}$$

$$A \times C = \{2, 3\} \times \{1, 2\}$$

$$= \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

$$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\}$$

$$\cap \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

$$= \{(2, 1), (3, 1)\}$$

(3) மற்றும் (4) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

8 மதிப்பெண்கள்

1. $x^2 - 8x + 16 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைந்து தீர்வின் தன்மையைக் கூறுக. [செப். - 2020]

தீர்வு.

படி 1: $y = x^2 - 8x + 16$ என்ற சமன்பாட்டின் மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துக.

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16

படி 2: (x, y) என்ற வரிசை சோடி உடைய புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறிக்கவும்.

படி 3: பரவளையம் வரைந்து அது X-அச்சை வெட்டும் புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.

படி 4: பரவளையம் X-அச்சை (4, 0) என்ற புள்ளியில் வெட்டுகிறது. இப்புள்ளியின் x ஆயத்தொலைவு 4.