சுராவின்

கணக்கு

10ஆம் வகுப்பு

புதிய பாடப்புத்தகத்தின்படி தயாரிக்கப்பட்டது

சிறப்பம்சங்கள்

- பாடப்பகுதிகளிலுள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் முழுமையான, எளிமையான விடைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- ஒவ்வொரு பாடத்திலும் மிகுதியான அளவில் கூடுதல் வினா விடைகள் தரப்பட்டுள்ளன.
- ஒவ்வொரு பாடத்தின் இறுதியிலும் அலகுத் தேர்வு வினாத்தாள் விடைகளுடன் தரப்பட்டுள்ளது.
- மாதிரி வினாத்தாள்கள் 1 முதல் 6 வரை (PTA) வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- அரசு மாதிரி வினாத்தாள் – 2019 **[Govt. MQP- 2019]**, காலாண்டு பொதுத்தேர்வு **- Qy.** - 2019, 2023 & 2024 **[Qy- 2019, 2023 & 2024]**, அரையாண்டு பொதுத்தேர்வு - Hy. **-** 2019 **&** 2023 **[Hy.- 2019 & 2023]**, அரசு துணைத்தேர்வு – செப்டம்பர் 2020, 2021, ஆகஸ்ட் 2022, ஜுன் 2023, ஜுலை 2024 & 2025 **[செப் - 2020, 2021, ஆக. 2022, ஜுன் 2023, ஜுலை 2024 & 2025]**, முதல் மற்றும் இரண்டாம் திருப்புதல் தேர்வு 2022 & 2023 **[FRT - 2022 & 2023 & SRT- 2022]** மற்றும் அரசு பொதுத் தேர்வு மே 2022 , ஏப்ரல் 2023, 2024& 2025 **[மே-2022, ஏப்ரல்-2023, 2024 & 2025]** வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- உடனடித்தேர்வு – ஜுலை – 2025 வினாத்தாள் விடைகளுடன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

சுரா பப்ளிகேஷன்ஸ்
சென்னை

For Orders Contact

80562 94222 / 81242 01000 / 81243 01000
96001 75757 / 98409 26027

SURA'S

© வெளியீட்டாளர்கள்

குறியீட்டு எண். : SG 49

All rights reserved © SURA Publications.

No part of this book may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, digitally, electronically, mechanically, photocopying, recorded or otherwise, without the written permission of the publishers. Strict action will be taken.

எழுதி வழங்கியவர் :

திருமதி. S. தாமரை, M.Sc., M.A., M.Ed., M.Phil.,

சென்னை

திருத்தியவர் :

திரு. S. சதீஷ் M.Sc., M.Phil.,

மதிப்பாளர் :

திரு. S. நிரஞ்சன், B.Tech., (NITT)PGDM (IIM)

சென்னை

பதிப்பாசிரியர் உரை

10ஆம் வகுப்பிற்கான சுராவின் கணக்கு வழிகாட்டியை வெளியிடுவதில் பெருமிதமும் மகிழ்ச்சியும் அடைகிறோம்.

விதிகள், பயிற்சிகள் ஆகியவற்றை முழுமையாக புரிந்து கொள்வதற்கு தேவைப்படும் அனைத்து விளக்கங்களையும் நமது வழிகாட்டி உள்ளடக்கித் திகழ்கிறது.

ஆசிரியர்களுக்கு கற்பிக்க உறுதுணையாகவும், மாணவர்களுக்கு கற்க உறுதுணையாகவும் இந்த வழிக்காட்டி இருக்கும் வகையில் பயிற்சிகளுக்கான தீர்வுகள் விளக்கமாகவும் எளிதில் புரிந்து கொள்ளும்படியும் தரப்பட்டுள்ளன.

பாடப்புத்தகத்தின் அனைத்து பாடங்களையும் திறமையுடன் கற்றுக் கொள்வதற்கு உதவும் வகையில் விரிவான கூடுதல் பயிற்சிகளும் தரப்பட்டுள்ளன.

நமது வழிகாட்டி பல சிறப்பம்சங்களை கொண்டிருப்பினும், ஆசிரியர்கள் மாணவர்களுக்கு கற்பிப்பதின் பாங்கினை குறைத்து மதிப்பிட முடியாது. அது நிறைந்த மதிப்புடையது.

மாணவச் செல்வங்களின் தேவைகளை நிறைவு செய்யவும், ஆசிரியப் பெருந்தகையினரின் கற்பிக்கும் பாங்கினை மேம்படுத்தவும் இந்த வழிகாட்டி பெரிதும் உதவும் என்று உறுதியுடன் நம்புகிறோம்.

மாணவமணிகள் தேர்வில் முழு வெற்றி பெற இறையருளை வேண்டுகிறோம்.

சுபாஷ் ராஜ், B.E., M.S.
- பதிப்பகத்தார்.

வாழ்த்துக்கள் !!!

Our Guides for XI & XII Standard

- சுராவின் தமிழ் உரைநூல்
- Sura's Smart English
- Sura's Mathematics (EM/TM)
- Sura's Physics (EM/TM)
- Sura's Chemistry (EM/TM)
- Sura's Bio-Botany & Botany (EM/TM) (Short Version & Long Version)
- Sura's Bio-Zoology & Zoology (EM/TM) (Short Version & Long Version)
- Sura's Computer Science (EM/TM)
- Sura's Computer Applications (EM/TM)
- Sura's Commerce (EM/TM)
- Sura's Economics (EM/TM)
- Sura's Accountancy (EM/TM)
- Sura's Business Maths (EM)

தலைமை அலுவலகம்

சுரா பப்ளிகேஷன்ஸ்

1620, 'ஜே' பிளாக், 16-ஆவது பிரதான சாலை,

அண்ணா நகர், சென்னை-600 040.

Phone : 044 - 4862 9977, 044 - 4862 7755.

e-mail : orders@surabooks.com

website : www.surabooks.com

For Orders Contact

80562 94222
81242 01000
81243 01000
96001 75757
98409 26027

8-1-2026

SURA'S

பொருளடக்கம்

பாட எண்	பாடத் தலைப்பு	பக்க எண்.
1	உறவுகளும் சார்புகளும்	1 - 26
2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	27 - 64
3	இயற்கணிதம்	65 - 136
4	வடிவியல்	137 - 176
5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	177 - 206
6	முக்கோணவியல்	207 - 232
7	அளவியல்	233 - 254
8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	255 - 284
உடனடித் தேர்வு – ஜுலை – 2025 வினாத்தாள் விடைகளுடன்		285 - 300

பாடத்திட்டம்

மாதம்	பாட எண்	பாடத் தலைப்பு	
ஜுன்	1	உறவுகளும் சார்புகளும்	1.1 - 1.10
	2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	2.1-2.6
ஜுலை	2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	2.7 - 2.11
	3	இயற்கணிதம்	3.1 - 3.3
	4	வடிவியல்	4.1 - 4.2
முதல் பருவத் தேர்வு			
ஆகஸ்ட்	3	இயற்கணிதம்	3.4 - 3.6
	4	வடிவியல்	4.3 - 4.4
	5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	5.1 - 5.6
செப்டம்பர்	3	இயற்கணிதம்	3.7
	6	முக்கோணவியல்	6.1 - 6.2
காலாண்டுத் தேர்வு			
அக்டோபர்	3	இயற்கணிதம்	3.8 - 3.9
	4	வடிவியல்	4.5 - 4.6
நவம்பர்	6	முக்கோணவியல்	6.3
	7	அளவியல்	7.1 - 7.5
இரண்டாம் பருவத் தேர்வு			
டிசம்பர்	8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	8.1 - 8.6
அரையாண்டுத் தேர்வு			

SURA'S

TO ORDER WITH US

SCHOOLS and TEACHERS:

We are grateful for your support and patronage to **'SURA PUBLICATIONS'**
Kindly prepare your order in your School letterhead and send it to us.
For Orders contact: 81242 01000 / 81243 01000

DIRECT DEPOSIT

A/c Name	: **Sura Publications**	A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **36550290536**	Our A/c No.	: **21000210001240**
Bank Name	: **STATE BANK OF INDIA**	Bank Name	: **UCO BANK**
Bank Branch	: Padi	Bank Branch	: Anna Nagar West
IFSC	: SBIN0005083	IFSC	: UCBA0002100

A/c Name	: **Sura Publications**	A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **6502699356**	Our A/c No.	: **1154135000017684**
Bank Name	: **INDIAN BANK**	Bank Name	: **KVB BANK**
Bank Branch	: Asiad Colony	Bank Branch	: Anna Nagar
IFSC	: IDIB000A098	IFSC	: KVBL0001154

A/c Name	: **Sura Publications**	A/c Name	: **Sura Publications**
Our A/c No.	: **13240200032412**	Our A/c No.	: **50200031530945**
Bank Name	: **FEDERAL BANK**	Bank Name	: **HDFC BANK**
Bank Branch	: Anna Nagar	Bank Branch	: Cenotaph Road, Teynampet
IFSC	: FDRL0001324	IFSC	: HDFC0001216

After Deposit, please send challan and order to our address.
email to : orders@surabooks.com / Whatsapp : 81242 01000.

For Google Pay : 98409 26027

For PhonePe : 98409 26027

DEMAND DRAFT / CHEQUE

Please send Demand Draft / cheque in favour of **'SURA PUBLICATIONS'** payable at **Chennai**. The Demand Draft / cheque should be sent with your order in School letterhead.

SURA PUBLICATIONS
1620, 'J' Block, 16th Main Road, Anna Nagar, Chennai - 600 040.
Phones : 044-4862 9977, 044-4862 7755.
Mobile : 96001 75757 / 81242 01000 / 81243 01000.
email : orders@surabooks.com Website : www.surabooks.com

SURA'S

அத்தியாயம் 1

உறவுகளும் சார்புகளும்

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- A உடன் B -க்கான கார்டீசியன் பெருக்கலை $A \times B = \{(a,b)$ அனைத்து $a \in A,\ b \in B\}$ என வரையறுக்கலாம்.
- A-லிருந்து B-க்கான உறவு R ஆனது, AB-யின் உட்கணமாகும். அதாவது, $R \subseteq A \times B$.
- X லிருந்து Y க்கான உறவு f-ல் ஒவ்வொரு $x \in X$ க்கும் ஒரே ஒரு $y \in Y$ உண்டு எனில், அதை சார்பு என்கிறோம்.
- ஒரு சார்பைப் பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்
  (i) அம்புக் குறி படம் (ii) அட்டவணை முறை
  (iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் (iv) வரைபட முறை
- சில வகையான சார்புகளாவன
  (i) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு (ii) மேல் சார்பு
  (iii) பலவற்றிற்கு ஒன்றுக்கான சார்பு (iv) உட்சார்பு
- சமனிச் சார்பு $f(x) = x$.
- தலைகீழ்ச் சார்பு $f(x) = \frac{1}{x}$
- மாறிலிச் சார்பு $f(x) = c$.
- நேரியச் சார்பு $f(x) = ax + b,\ a \neq 0$.
- இருப்படிச் சார்பு $f(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$.
- முப்படிச் சார்பு (கனச்சார்பு) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ a \neq 0$.
- A, B மற்றும் C ஆகியவை மூன்று வெற்றில்லா கணங்கள், $f : A \to B$, $g : B \to C$

  ஆகியவை இரண்டு சார்புகள் எனில், $g\ o\ f : A \to C$ என்ற f மற்றும் g சார்புகளின் சேர்ப்பை $gof\,(x) = g(f(x))$ (அனைத்து $x \in A$) என வரையறுக்கலாம்.
- f, g ஆகியவை ஏதேனும் இரு சார்புகள் எனில், பொதுவாக $f\ o\ g \neq g\ o\ f$.
- f, g மற்றும் h ஏதேனும் மூன்று சார்புகள் எனில் $f\ o\ (g\ o\ h) = (f\ o\ g)\ o\ h$.

SURA'S

பயிற்சி 1.1

1. பின்வருவனவற்றிற்கு A × B, A × A மற்றும் B ×A ஐக் காண்க.

(i) A = {2, −2, 3} மற்றும் B ={1,−4} [ஜூலை - 2025]

(ii) A= B = {p, q}

(iii) A= {m, n} ; B = φ [பிடிஏ - 1; FRT - 2022]

தீர்வு. (i) $A = \{2, -2, 3\}, B = \{1, -4\}$

$A \times B = \{(2, 1), (2, -4), (-2, 1), (-2, -4), (3, 1), (3, -4)\}$

$A \times A = \{(2, 2), (2, -2), (2, 3), (-2, 2), (-2, -2), (-2, 3), (3, 2), (3, -2), (3, 3)\}$

$B \times A = \{(1, 2), (1, -2), (1, 3), (-4, 2), (-4, -2), (-4, 3)\}$

(ii) $A = B = \{(p, q)$

$A \times B = \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\}$

$A \times A = \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\}$

$B \times A = \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\}$

(iii) $A = \{m,n\}; B = \phi$

$A \times B = \{\ \}$

$A \times A = \{(m,m), (m,n), (n, m), (n, n)\}$

$B \times A = \{\ \}$

2. A = {1, 2, 3}, மற்றும் B = {x | x என்பது 10-ஐ விடச் சிறிய பகா எண்} எனில், A × B மற்றும் B × A ஆகியவற்றைக் காண்க.

[மே - 2022; Qy. - 2024; ஏப்ரல் - 2025]

தீர்வு. $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 5, 7\}$

$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)\}$

$B \times A = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (7, 1), (7, 2), (7, 3)\}$

3. B × A={(−2, 3),(−2, 4),(0, 3),(0, 4),(3, 3), (3, 4)} எனில், A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க.

[Qy. - 2019; ஏப்ரல் - 2023; ஜூலை - 2024]

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $B \times A = \{(-2, 3), (-2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)\}$

இங்கு $B = \{-2, 0, 3\}$

[எல்லா வரிசைச் சோடிகளின் முதல் உறுப்பு]

மற்றும் $A = \{3, 4\}$

[எல்லா வரிசைச் சோடிகளின் இரண்டாம் உறுப்பு]

4. A ={5, 6}, B = {4, 5, 6}, C ={5, 6, 7}எனில், A × A = (B × B)∩(C × C) எனக் காட்டுக.

[ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு. $A = \{5, 6\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{5, 6, 7\}$

$A \times A = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$ ...(1)

$B \times B = \{(4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), \underline{(5, 5)}, \underline{(5, 6)}, (6, 4), \underline{(6, 5)}, \underline{(6, 6)}\}$ ...(2)

$C \times C = \{\underline{(5, 5)}, \underline{(5, 6)}, (5, 7), \underline{(6, 5)}, \underline{(6, 6)}, (6, 7), (7, 5), (7, 6), (7, 7)\}$ ...(3)

$(B \times B) \cap (C \times C) = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$ ...(4)

(1) = (4)

$A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. A ={1, 2, 3}, B = {2, 3, 5}, C = {3, 4} மற்றும் D = {1, 3, 5}, எனில் (A∩C) × (B∩D) = (A × B) ∩ (C × D) என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும். [Qy. - 2019 & 2024]

தீர்வு. $LHS = \{(A \cap C) \times (B \cap D)$

$A \cap C = \{3\}$

$B \cap D = \{3, 5\}$

$(A \cap C) \times (B \cap D) = \{(3, 3)\ (3, 5)\}$ ...(1)

$RHS = (A \times B) \cap (C \times D)$

$A \times B = \{(1,2),(1,3),(1,5),(2,2),(2,3),(2, 5), (3, 2), \underline{(3, 3)}, \underline{(3, 5)}\}$

$C \times D = \{(3, 1), \underline{(3, 3)}, \underline{(3, 5)}, (4, 1), (4, 3), (4, 5)\}$

$(A \times B) \cap (C \times D) = \{(3, 3), (3, 5)\}$ ...(2)

∴ (1) = (2) எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. A={x ∈ 𝕎 |x < 2}, B = {x∈ ℕ |1 < x ≤ 4} மற்றும் C = {3, 5}எனில் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க.

(i) A × (B∪C) =(A × B)∪(A × C)

[பிடிஏ - 2; FRT - 2022; ஜூன் & Hy. - 2023]

(ii) A×(B∩C) = (A × B)∩(A × C)

[பிடிஏ - 5; செப். - 2021; Qy. - 2023]

(iii) (A∪B) × C = (A×C)∪(B × C)

தீர்வு.

(i) A × (B ∪ C) = (A × B) ∪ (A × C)

$A = \{x \in \mathbb{W}\ |x < 2\} = \{0, 1\}$

[2ஐ விட குறைவான முழுக்கள்]

$B = \{x \in \mathbb{N}\ |1 < x \leq 4\} = \{2, 3, 4\}$

[2 லிருந்து 4 வரையிலான இயல் எண்கள்]

$C = \{3, 5\}$

$LHS = A \times (B \cup C)$

$B \cup C = \{2, 3, 4\} \cup \{3, 5\} = \{2,3,4,5\}$

$A \times (B \cup C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$ ...(1)

$RHS = (A \times B) \cup (A \times C)$

$(A \times B) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1,3), (1, 4)\}$

$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1,5)\}$

$(A \times B) \cup (A \times C) = (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (0, 5), (1, 5)\}$ ...(2)

(1) = (2), LHS = RHS

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

SURA'S

(ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

LHS = $A \times (B \cap C)$

$(B \cap C) = \{3\}$

$A \times (B \cap C) = \{(0, 3), (1, 3)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times B) \cap (A \times C)$

$(A \times B) = \{(0, 2), \underline{(0, 3)}, (0, 4), (1, 2), \underline{(1, 3)}, (1, 4)\}$

$(A \times C) = \{\underline{(0, 3)}, (0, 5), \underline{(1, 3)}, (1, 5)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(0, 3), (1, 3)\}$ ...(2)

$(1) = (2) \Rightarrow$ LHS = RHS.

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

LHS = $(A \cup B) \times C$

$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$(A \cup B) \times C = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3,3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times C) \cup (B \times C)$

$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$(B \times C) = \{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$

$(A \times C) \cup (B \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$ ...(2)

$(1) = (2). \therefore$ LHS = RHS. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

7. A என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், கீழ்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க.

(i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$

[செப். - 2020; ஜூலை - 2024; ஏப்ரல் - 2025]

(ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

[பிடிஏ - 1; மே - 2022]

தீர்வு. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{2, 3, 5, 7\}$;

$C = \{2\}$

[$\because$ ஒரே இரட்டைப்படை பகா எண் 2 மட்டுமே ஆகும்]

(i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$

LHS = $(A \cap B) \times C$

$A \cap B = \{2, 3, 5, 7\}$

$(A \cap B) \times C = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times C) \cap (B \times C)$

$(A \times C) = \{(1, 2), \underline{(2, 2)}, \underline{(3, 2)}, (4, 2), \underline{(5, 2)}, (6, 2), \underline{(7, 2)}\}$

$(B \times C) = \{\underline{(2, 2)}, \underline{(3, 2)}, \underline{(5, 2)}, \underline{(7, 2)}\}$

$(A \times C) \cap (B \times C) = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ...(2)

$(1) = (2)$

$\therefore$ LHS = RHS. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

LHS = $A \times (B - C)$

$(B - C) = \{3, 5, 7\}$

$A \times (B - C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$ ...(1)

RHS = $(A \times B) - (A \times C)$

$(A \times B) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 2), (7, 3), (7, 5), (7,7)\}$

$(A \times C) = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$

$(A \times B) - (A \times C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$ ...(2)

$(1) = (2) \Rightarrow$ LHS = RHS. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

பயிற்சி 1.2

1. $A = \{1,2,3,7\}$ மற்றும் $B = \{3,0,-1,7\}$. எனில், பின்வருவனவற்றில் எவை A-லிருந்து B-க்கான உறவுகளாகும்? **[செப். - 2021]**

(i) $\mathbb{R}_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$

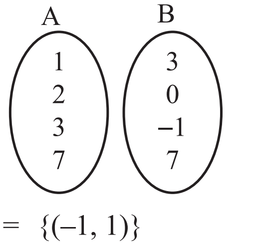
(ii) $\mathbb{R}_2 = \{(-1, 1)\}$

(iii) $\mathbb{R}_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$ **[FRT - 2022]**

(iv) $\mathbb{R}_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட கணம் $A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும் $B = \{3, 0, -1, 7\}$ ஆகும்.

(i) $\mathbb{R}_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$



$1 \notin B$ என்பதால் 2 மற்றும் 7 ஐ ஒன்றோடு தொடர்பிட முடியாது.

$\therefore \mathbb{R}_1$ உறவில்லை.

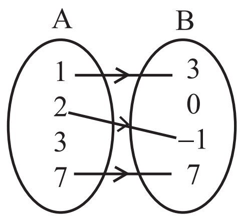
(ii) $\mathbb{R}_2 = \{(-1, 1)\}$

-1ஐ ஒன்றோடு தொடர்பிட முடியாது ஏனெனில் $-1 \notin A$ மற்றும் $1 \notin B$

$\therefore \mathbb{R}_2$ உறவில்லை

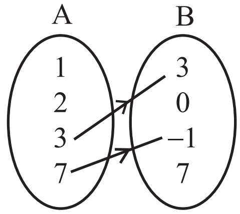
SURA'S

(iii) $\mathbb{R}_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$



2 ஐ –1ம், 7 ஐ 7ம் மற்றும் 1 ஐ 3ம் தொடர்பிடுவதால். $\mathbb{R}_3$ உறவாகும்.

(iv) $\mathbb{R}_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$



(7, –1) மற்றும் (3, 3) ஜோடி உண்டு. $0 \notin$ A ஆதலால் (0,3). மற்றும் (0, 7) ஜோடி இல்லை.
$\therefore \mathbb{R}_4$ உறவில்லை.

2. A={1, 2, 3, 4,...,45} மற்றும் R என்ற உறவு "A - யின் மீது ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கப்பட்டால். $\mathbb{R}$ -ஐ A × A -யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும் $\mathbb{R}$-க்கான சார்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க. [செப். - 2021]

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட கணம் A ={1, 2, 3, 4, . . . 45}

$\therefore$ A × A = {(1, 1) (1, 2) (1,3) ... (1, 45) (2, 1) (2, 2) ... (2, 45)... (45, 1) (45, 2) (45, 3) ... (45, 45)} ... (1)

$\mathbb{R}$ ஓர் எண்ணின் வர்க்கம் என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$\therefore \mathbb{R}$ = {(1,1) (2,4) (3,9) (4,16) (5, 25) (6,36)}... (2)

[$\because$ 1இன் வர்க்கம் 1, 2 இன் வர்க்கம் 4 மற்றும் பிற]

(1) மற்றும் (2)லிருந்து, A × A இன் உட்கணம் $\mathbb{R}$ ஆகும்.

$\therefore \mathbb{R} \subset A \times A$

$\mathbb{R}$ க்கான சார்பகம் = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

[(2)ல் உள்ள எல்லா வரிசை சோடிகளின் முதல் உறுப்பு]

$\mathbb{R}$ இன் வீச்சகம் = {1, 4, 9, 16, 25, 36}

[(2)ல் உள்ள எல்லா வரிசை சோடிகளின் இரண்டாம் உறுப்பு]

3. $\mathbb{R}$ என்ற ஒரு உறவு {(x, y) /y = x + 3, x ∈{0, 1, 2, 3, 4, 5}} எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் சார்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் கண்டறிக. [பிடிஏ - 5; ஜூன் - 2023]

தீர்வு. $\mathbb{R} = \{(x, y) / y = x + 3\}$ மற்றும் $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

x = 0 எனில், $y = 0 + 3 = 3$ [$\because y = x + 3$]
x = 1 எனில், $y = 1 + 3 = 4$
x = 2 எனில், $y = 2 + 3 = 5$
x = 3 எனில், $y = 3 + 3 = 6$
x = 4 எனில், $y = 4 + 3 = 7$
x = 5 எனில், $y = 5 + 3 = 8$

$\therefore \mathbb{R}$ ={(0, 3),(1, 4),(2, 5),(3, 6),(4, 7), (5, 8)}

$\therefore \mathbb{R}$இன் சார்பகம் = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

[$\mathbb{R}$ இல் உள்ள எல்லா முதல் உறுப்பு]

$\mathbb{R}$ இன் வீச்சகம் = {3, 4, 5, 6, 7, 8}

[$\mathbb{R}$ இல் உள்ள எல்லா இரண்டாம் உறுப்பு]

4. கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும் (1) அம்புக்குறி படம் (2) வரைபடம் (3) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.

(i) {(x, y)|x = 2y, x ∈ {2, 3, 4, 5}, y ∈ {1, 2, 3, 4}

(ii) {(x, y)|y = x + 3, x, y ஆகியவை இயல் எண்கள் < 10} [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு. (i) R = {(x, y)| x = 2y, x ∈ {2, 3, 4, 5} மற்றும் y ∈ {1, 2, 3, 4}}

x = 2 எனில், $y = \frac{x}{2} = \frac{2}{2} = 1$

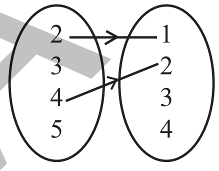
[$\because x = 2y \Rightarrow y = \frac{x}{2}$]

x = 3 எனில், $y = \frac{3}{2}$

x = 4 எனில், $y = \frac{4}{2} = 2$

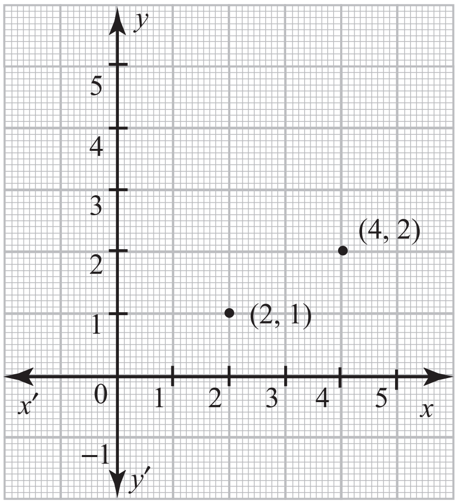
x = 5 எனில், $y = \frac{5}{2}$

(1) அம்புக்குறி படம்



$(3, \frac{3}{2})$ மற்றும் $(5, \frac{5}{2})$ ஜோடி இல்லை

(2)



(3) பட்டியல் முறை : R = {(2, 1), (4, 2)}

(ii) R = {(x, y)|y = x + 3,

x மற்றும் y இயல் எண்கள் < 10

x = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

y = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

[$\because x$ மற்றும் y 10ஐ விட குறைவான இயல் எண்கள்]

கொடுக்கப்பட்ட $y = x + 3$

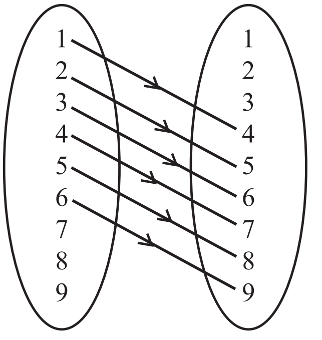
x = 1 எனில், $y = 1 + 3 = 4$
x = 2 எனில், $y = 2 + 3 = 5$
x = 3 எனில், $y = 3 + 3 = 6$
x = 4 எனில், $y = 4 + 3 = 7$

SURA'S

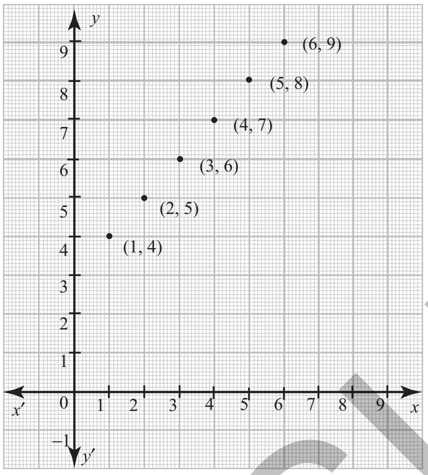
$x = 5$ எனில், $y = 5 + 3 = 8$
$x = 6$ எனில், $y = 6 + 3 = 9$
$x = 7$ எனில், $y = 7 + 3 = 10$
$x = 8$ எனில், $y = 8 + 3 = 11$ $[10, 11, 12 \notin y]$
$x = 9$ எனில், $y = 9 + 3 = 12$

$R = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)\}$

(1)



(2)



(3) $R = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)\}$

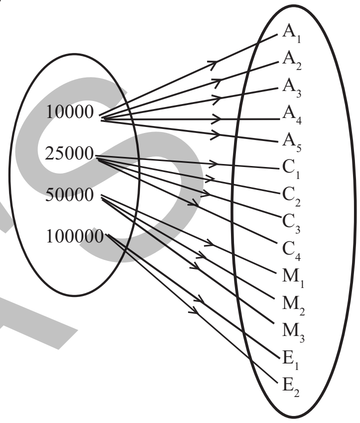
5. ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளர்கள் (A), எழுத்தர்கள் (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E). ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ₹10,000, ₹25,000, ₹50,000 மற்றும் ₹1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4 மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள்; C_1, C_2, C_3, C_4 ஆகியோர் எழுத்தர்கள்; M_1, M_2, M_3 ஆகியோர்கள் மேலாளர்கள் மற்றும் E_1, E_2 ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர். $x\mathbb{R}y$ என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில் $\mathbb{R}$ என்ற உறவை, வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அம்புக்குறி படம் மூலமாவும் குறிப்பிடுக.

தீர்வு. A – உதவியாளர்கள் $\rightarrow$ A_1, A_2, A_3, A_4, A_5
C – எழுத்தர்கள் $\rightarrow$ C_1, C_2, C_3, C_4
M – மேலாளர்கள் $\rightarrow$ M_1, M_2, M_3
E – நிர்வாகிகள் $\rightarrow$ E_1, E_2

xRy என்ற உறவில் x என்பது உதவியாளர்களுக்கு ₹10,000, எழுத்தர்களுக்கு ₹25,000, மேலாளர்களுக்கு ₹50,000 மற்றும் நிர்வாகிகளுக்கு ₹1,00,000 கொடுக்கப்படும் ஊதியமாகும்.

(a) $\therefore R = \{(10,000, A_1), (10,000, A_2), (10,000, A_3), (10,000, A_4), (10,000, A_5), (25,000, C_1), (25,000, C_2), (25,000, C_3), (25,000, C_4) (50,000, M_1), (50,000, M_2), (50,000, M_3), (1,00,000, E_1), (1,00,000, E_2)\}$

(b) அம்புக்குறி படம் :



பயிற்சி 1.3

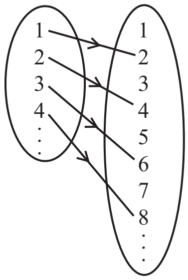
1. $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}$ மற்றும் $y = 2x\}$ ஆனது $\mathbb{N}$-ன் மீதான ஓர் உறவு என்க. சார்பகம் , துணை சார்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க. இந்த உறவு சார்பாகுமா?

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}$ மற்றும் $y = 2x\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$x = 1$ எனில், $y = 2(1) = 2$
$x = 2$ எனில், $y = 2(2) = 4$
$x = 3$ எனில், $y = 2(3) = 6$
$x = 4$ எனில், $y = 2(4) = 8$ மற்றும் பிற

$R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10),...\}$

R இன் சார்பகம் = $\{1, 2, 3, 4,...\}$,
R இன் துணை சார்பகம் = $\{1, 2, 3, 4,...\}$,
R இன் வீச்சகம் = $\{2, 4, 6, 8,...\}$



மதிப்பகத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பும் துணை சார்பகம் ஏதேனும் ஒரு உறுப்போடு தொடர்பிடுவதால் இந்த உறவு சார்பாகும்.

SURA'S

2. $X = \{3, 4, 6, 8\}$ என்க. $\mathbb{R} = \{(x, f(x)) \mid x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$ என்ற உறவானது X -லிருந்து $\mathbb{N}$ -க்கு ஒரு சார்பாகுமா?

தீர்வு. $x = \{3, 4, 6, 8\} [\because x \in X]$

$\mathbb{R} = \{(x, f(x)) \mid x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$

$f(x) = x^2 + 1$

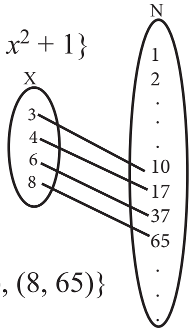
$f(3) = 3^2 + 1 = 10$

$f(4) = 4^2 + 1 = 17$

$f(6) = 6^2 + 1 = 37$

$f(8) = 8^2 + 1 = 65$

$R = \{(3, 10), (4, 17), (6, 37), (8, 65)\}$



ஆம், இது ஒரு சார்பாகும்.

ஏனெனில் X இன் எல்லா உறுப்புகளும் $\mathbb{N}$ இன் உறுப்புகளோடு தொடர்புபடுத்தப்படுவதால் இது சார்பாகும்.

3. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f : x \to x^2 - 5x + 6$, எனில்,

(i) $f(-1)$ (ii) $f(2a)$

(iii) $f(2)$ (iv) $f(x-1)$

ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f : x \to x^2 - 5x + 6$.

(i) $f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) + 6 = 1 + 5 + 6 = 12$

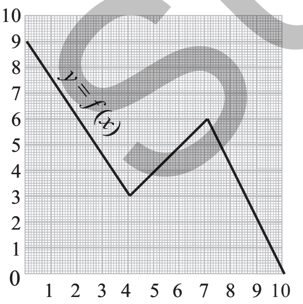
(ii) $f(2a) = (2a)^2 - 5(2a) + 6 = 4a^2 - 10a + 6$

(iii) $f(2) = 2^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$

(iv) $f(x - 1) = (x - 1)^2 - 5(x - 1) + 6$

$= x^2 - 2x + 1 - 5x + 5 + 6 = x^2 - 7x + 12$

4. கொடுக்கப்பட்ட வரைபடத்தில் $f(x)$ -யின் மூலமாக, $f(9) = 2$ என்பது தெளிவாகிறது.



(i) பின்வரும் சார்புகளின் மதிப்புகளைக் காண்க

(அ) $f(0)$ (ஆ) $f(7)$

(இ) $f(2)$ (ஈ) $f(10)$

(ii) x -இன் எம்மதிப்பிற்கு $f(x) = 1$ ஆக இருக்கும்?

(iii) வரைபடத்தில் (1) சார்பகம் (2) வீச்சகம் காண்க.

(iv) f என்ற சார்பில் 6-ன் நிழல் உரு என்ன?

தீர்வு. வரைபடத்திலிருந்து

(i) (அ) $f(0) = 9$ (ஆ) $f(7) = 6$

(இ) $f(2) = 6$ (ஈ) $f(10) = 0$

(ii) $x = 9.5$ இல் $f(x) = 1$

(iii) $f(x)$ -ன் சார்பகம் $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$= \{x \mid 0 \le x \le 10, x \in \mathbb{R}\}$

$f(x)$ -ன் வீச்சகம்$= \{x \mid 0 \le x \le 9, x \in \mathbb{R}\}$

$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

(iv) f என்ற சார்பில் 6-ன் நிழல் உரு 5. ஏனெனில் $x = 6$ யில் கோடு வரைந்தால் அது வரைபடத்தை 5இல் சந்திக்கிறது.

5. $f(x) = 2x + 5$ என்க. $x \neq 0$ எனில், $\dfrac{f(x+2) - f(2)}{x}$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு. $f(x) = 2x + 5, x \neq 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$f(x) = 2x + 5$

$\Rightarrow f(x + 2) = 2(x + 2) + 5$

$= 2x + 4 + 5 = 2x + 9$

$\Rightarrow f(2) = 2(2) + 5 = 4 + 5 = 9$

$\therefore \dfrac{f(x+2) - f(2)}{x} = \dfrac{2x + 9 - 9}{x} = \dfrac{2x}{x} = 2$

6. ஒரு சார்பு f ஆனது $f(x) = 2x - 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

(i) $\dfrac{f(0) + f(1)}{2}$ -ஐக் காண்க.

(ii) $f(x) = 0$ எனில், x ஐக் காண்க

(iii) $f(x) = x$ எனில் x ஐக் காண்க

(iv) $f(x) = f(1 - x)$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு. $f(x) = 2x - 3$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

(i) $\dfrac{f(0) + f(1)}{2}$

$f(0) = 2(0) - 3 = -3$

$f(1) = 2(1) - 3 = -1$

$\therefore \dfrac{f(0) + f(1)}{2} = \dfrac{-3 - 1}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2$

(ii) $f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0$

$2x = 3 \Rightarrow x = \dfrac{3}{2}$

(iii) $f(x) = x \Rightarrow 2x - 3 = x \Rightarrow 2x - x = 3$

$x = 3$

(iv) $f(x) = f(1 - x)$

$2x - 3 = 2(1 - x) - 3$

$2x - 3 = 2 - 2x - 3$

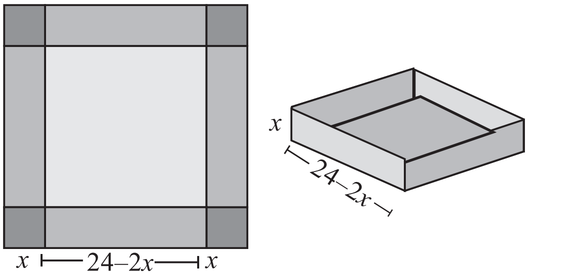
$2x + 2x = 2 - \cancel{3} + \cancel{3}$

$4x = 2 \Rightarrow x = \dfrac{\cancel{2}}{\cancel{4}\,2}$

$x = \dfrac{1}{2}$

SURA'S

7. **24 செ.மீ பக்க அளவுள்ள சதுர வடிவத் துண்டிலிருந்து நான்கு மூலைகளிலும் சம அளவுள்ள சதுரங்களை வெட்டி படத்தில் உள்ளவாறு மேல்புறம் திறந்த ஒரு பெட்டி செய்யப்படுகிறது. இந்தப் பெட்டியின் கன அளவு V எனில், V -ஐ x -யின் சார்பாகக் குறிப்பிடுக.**



தீர்வு. பெட்டியின் கன அளவு = கன செவ்வகத்தின் கன அளவு

$= $ நீளம் × அகலம் × உயரம்

$= l \times b \times h$ கண மூலங்கள்

இங்கு $l = 24 - 2x$

$b = 24 - 2x$

$h = x$

$\therefore V = (24 - 2x)(24 - 2x) \times x$

$= (576 - 48x - 48x + 4x^2)x$

$V = 4x^3 - 96x^2 + 576x$ செ.மீ^{3}

8. **f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $f(x^2) = (f(x))^2$ எனில் x -ஐக் காண்க.** [Qy. & Hy. - 2023]

தீர்வு. $f(x) = 3 - 2x$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மேலும் $f(x^2) = [f(x)]^2$

$f(x^2) = 3 - 2x^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

[x ஐ x^2 என மாற்ற] ... (1)

$[f(x)]^2 = (3 - 2x)^2 = 9 - 12x + 4x^2$ ... (2)

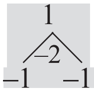
$[\because (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$\Rightarrow \quad 9 - 12x + 4x^2 = 3 - 2x^2$

$\Rightarrow 9 - 12x + 4x^2 - 3 + 2x^2 = 0$

$\Rightarrow \quad 6x^2 - 12x + 6 = 0$



6ஆல் வகுக்க கிடைப்பது $x^2 - 2x + 1 = 0$

காரணிபடுத்த கிடைப்பது $(x - 1)(x - 1) = 0$

$\Rightarrow \quad x = 1$

9. **ஒரு விமானம் 500 கி.மீ/மணி வேகத்தில் பறக்கிறது. விமானம் 'd' தொலைவு செல்வதற்கு ஆகும் காலத்தை t (மணியில்) -ன் சார்பாக வெளிப்படுத்துக.**

தீர்வு. வேகம் $= \dfrac{\text{கடந்த தூரம்}}{\text{எடுத்துக்கொண்ட நேரம்}}$

$\Rightarrow$ கடந்த தூரம் = வேகம் × நேரம்

$\Rightarrow \quad d = 500 \times t$ [$\because$ நேரம் $= t$ மணி]

$\Rightarrow \quad d = 500\,t.$

10. **அருகில் உள்ள அட்டவணையில் நான்கு நபர்களின் முன்னங்கைகளின் நீளம் மற்றும் அவர்களுடைய உயரங்களின் தகவல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவர், உயரம் (y) மற்றும் முன்னங்கை நீளம் (x) -க்கான உறவை $y = ax + b$ எனக் கண்டுபிடித்தார். இங்கு a மற்றும் b ஆகியவை மாறிலிகள்.** [பிடிஏ - 4]

முன்னங்கைகளின் நீளம் (செ.மீ) 'x'	உயரம் (அங்குலம்) 'y'
35	56
45	65
50	69.5
55	74

(i) **இந்த உறவானது சார்பாகுமா என ஆராய்க.**

(ii) **a மற்றும் b -ஐக் காண்க.**

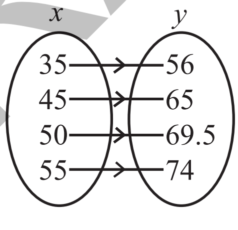
(iii) **முன்னங்கைகளின் நீளம் 40 செ.மீ எனில் அந்த நபரின் உயரத்தைக் காண்க.**

(iv) **உயரம் 53.3 அங்குலம் எனில் அந்த நபரின், முன்னங்கையின் நீளத்தைக் காண்க.**

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $y = ax + b$ ...(1)

(i) கொடுக்கப்பட்ட வரிசைச் சோடிகள்

R = { (35, 56) (45, 65) (50, 69.5) (55, 74)}



கொடுக்கப்பட்ட x இன் எல்லா உறுப்புகளும் yயின் ஏதேனும் உறுப்புகளோடு தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளதால், கொடுக்கப்பட்ட தொடர்பு சார்பாகும்.

(ii) (35, 56) மற்றும் (45, 65) என்ற இரண்டு வரிசைச் சோடிகளைக் கருதுக.

$\begin{matrix} x & y \\ (35, & 56) \end{matrix}$ என $y = ax + b$ இல் பிரதியிட கிடைப்பது

$56 = a(35) + b$ ... (1)

அதைப்போல (45, 65) என $y = ax + b$, யில் பிரதியிட கிடைப்பது

$65 = a(45) + b$ ...(2)

$(2) - (1) \rightarrow 65 = 45a + b$

$\quad \overset{(-)}{56} = \overset{(-)}{35a} + \overset{(-)}{b}$

பிரதியிட $9 = 10a$

$\Rightarrow \quad a = \dfrac{9}{10} = 0.9$

$a = 0.9$ என (1) ல் பிரதியிட கிடைப்பது

$56 = 35(0.9) + b$

$\Rightarrow \quad 56 = 31.5 + b$

$\Rightarrow \quad b = 56 - 31.5 = 24.5$

$y = ax + b$ ஆதலால் கிடைப்பது

$y = 0.9x + 24.5$

SURA'S

(iii) முன்னங்கைகளின் நீளம் $x = 40$ செ.மீ,

$y = 0.9\,(40) + 24.5$

$\Rightarrow \quad y = 36 + 24.5 = 60.5$ அங்குலம்

$\therefore$ தேவையான நபரின் உயரம் 60.5 அங்குலங்கள்.

(iv) உயரம் $y = 53.3$ அங்குலங்கள்,

$53.3 = 0.9x + 24.5 \qquad [\because y = 0.9x + 24.5]$

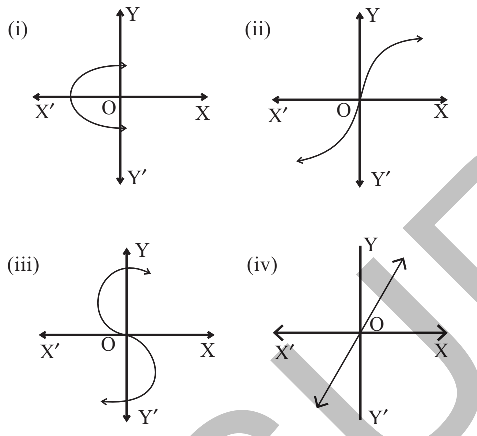
$\Rightarrow 53.3 - 24.5 = 0.9x$

$\Rightarrow 28.8 = 0.9x$

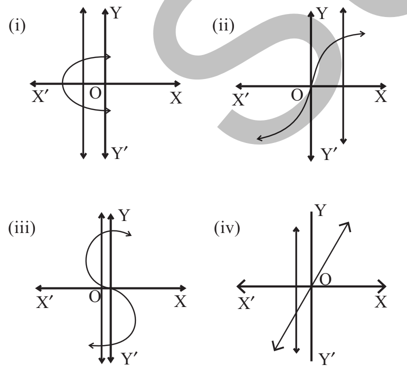
$\Rightarrow x = \dfrac{28.8\times 10}{0.9\times 10} \Rightarrow x = \dfrac{288}{9} = 32$ செ.மீ

பயிற்சி 1.4

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட வரைபடங்கள் சார்பைக் குறிக்கின்றனவா எனத் தீர்மானிக்கவும் விடைகளுக்கான காரணத்தையும் கொடுக்கவும்.



தீர்வு.



(i) குத்துக் கோடு வரைபடத்தில் வளைவரையை இரு புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் இது ஒரு சார்பினைக் குறிக்காது.

(ii) குத்துக்கோடு வளைவரையை ஒரே புள்ளியில் வெட்டுவதால் இது சார்பாகும்.

(iii) குத்துக்கோடு வளைவரையை 3 புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது. எனவே இது சார்பல்ல.

(iv) வளைவரை குத்துக்கோட்டை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கிறது. எனவே இது சார்பாகும்.

2. $f : A \to B$ என்ற சார்பானது $f(x) = \dfrac{x}{2} - 1$, என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு, $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$ஆக இருக்கும் போது சார்பு f -ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க. [ஏப்ரல் - 2023 & 2025]

(i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

(ii) அட்டவணை

(iii) அம்புகுறி படம்

(iv) வரைபடம்

தீர்வு. $f : A \to B$

$A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$

$f(x) = \dfrac{x}{2} - 1,$

$f(2) = \dfrac{2}{2} - 1 = 0$

$f(4) = \dfrac{4}{2} - 1 = 1$

$f(6) = \dfrac{6}{2} - 1 = 2$

$f(10) = \dfrac{10}{2} - 1 = 4$

$f(12) = \dfrac{12}{2} - 1 = 5$

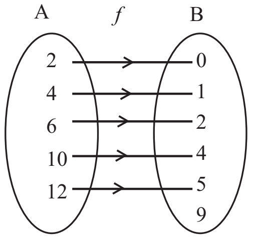
(i) வரிசைச் சோடிகளின் கனம்.

$= \{(2, 0), (4, 1), (6, 2), (10, 4), (12, 5)\}$

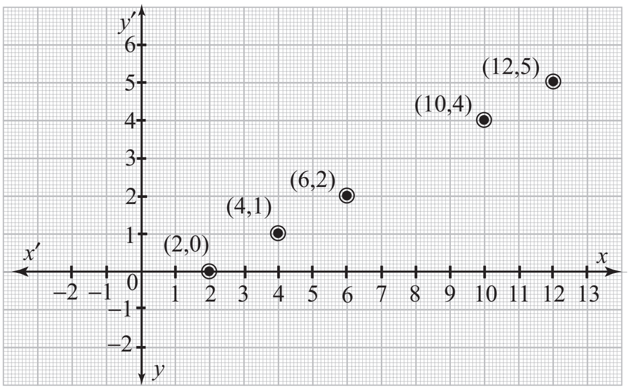
(ii) அட்டவணை.

x	2	4	6	10	12
$f(x)$	0	1	2	4	5

(iii) அம்புக்குறி படம்



(iv) வரைபடம்.



SURA'S

3. $f = \{(1,2), (2,2), (3,2), (4,3), (5,4)\}$ என்ற சார்பினை

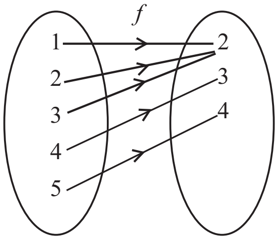
(i) அம்புக்குறி படம்

(ii) அட்டவணை

(iii) வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்கவும்.

தீர்வு. $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$

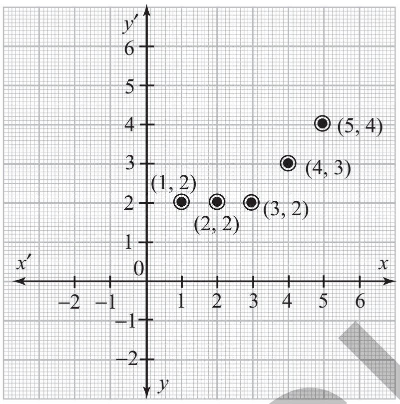
(i) அம்புகுறி படம்.



(ii) அட்டவணை.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	2	2	3	4

(iii) வரைபடம்.



4. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான ஆனால் மேல் சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.

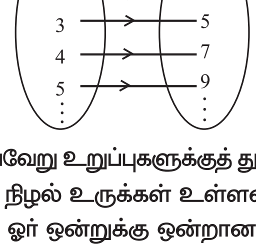
தீர்வு. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

$$f(x) = 2x - 1$$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\} \Rightarrow f(1) = 2(1) - 1 = 1$$

$$f(2) = 2(2) - 1 = 3 \quad \Rightarrow f(3) = 2(3) - 1 = 5$$

$$f(4) = 2(4) - 1 = 7 \quad \Rightarrow f(5) = 2(5) - 1 = 9$$



N -ன் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன எனவே $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ஓர் ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

வீச்சு = $\{1,3,5,7,9,...\}$

துணை மதிப்பகம் = $\{1,2,3,....\}$

f -ன் வீச்சகமானது f -ன் துணை மதிப்பகத்திற்கு சமமாக இல்லை. எனவே இந்த சார்பு மேல் சார்பு அல்ல.

5. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(m) = m^2 + m + 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு எனக் காட்டுக. **[செப். - 2020]**

தீர்வு. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

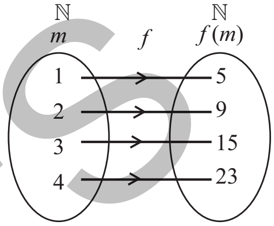
$$f(m) = m^2 + m + 3$$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}, m \in \mathbb{N}$$

$$f(m) = m^2 + m + 3 \quad \Rightarrow f(1) = 1^2 + 1 + 3 = 5$$

$$f(2) = 2^2 + 2 + 3 = 9 \Rightarrow f(3) = 3^2 + 3 + 3 = 15$$

$$f(4) = 4^2 + 4 + 3 = 23$$



N-ன் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. எனவே $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ஓர் ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

துணை சார்பகம் = $\mathbb{N}$

வீச்சகம் = $\{5, 9, 15, 23\}$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. A = $\{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் B = $\mathbb{N}$ என்க. மேலும் $f : A \to B$ ஆனது $f(x) = x^3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில்,

(i) f -யின் வீச்சகத்தைக் காண்க.

(ii) f எவ்வகை சார்பு எனக் காண்க.

[Hy. - 2019 & 2023]

தீர்வு.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \mathbb{N}$$

$$f : A \to B, f(x) = x^3$$

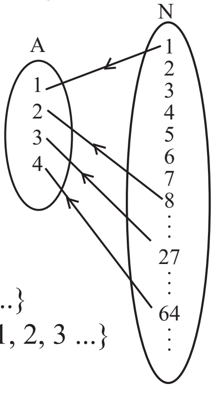
(i)

$$f(1) = 1^3 = 1$$

$$f(2) = 2^3 = 8$$

$$f(3) = 3^3 = 27$$

$$f(4) = 4^3 = 64$$



(ii) f-ன் வீச்சகம் = $\{1, 8, 27, 64, ...\}$

(iii) இங்கு துணை சார்பகம் = N = $\{1, 2, 3 ...\}$

வீச்சகம் = $\{1, 8, 27, 64\}$

வெவ்வெறு உறுப்புக்கள் வெவ்வேறு நிழல் உருக்களை கொண்டுள்ளன மற்றும் துணை சார்பகம் $\neq$ வீச்சகம்.

$\therefore$ ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் உட்சார்பு ஆகும்.

SURA'S

7. கீழே கொடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு சார்பும் இருபுறச் சார்பா, இல்லையா? உன் விடைக்கான காரணத்தைக் கூறுக.

(i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஆனது $f(x) = 2x + 1$

(ii) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஆனது $f(x) = 3 - 4x^2$

தீர்வு. (i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ மற்றும் $f(x) = 2x + 1$

$x = -1$ எனும் போது,
$f(-1) = 2(-1) + 1 = -1 \in \mathbb{R}$
$x = 0$ எனும் போது,
$f(0) = 2(0) + 1 = 1 \in \mathbb{R}$
$x = 1$ எனும் போது,
$f(1) = 2(1) + 1 = 3 \in \mathbb{R}$ மற்றும் பல

$x \in \mathbb{R}$ ஒவ்வொரு மதிப்புக்கும், $f(x) \in \mathbb{R}$.

$\therefore$ இச்சார்பானது நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது மற்றும் ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு ஆகும்.

$f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ இல் துணை மதிப்பகம் = வீச்சகம்

எனவே, இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மேல் சார்பு அதாவது இருபுறச் சார்பு ஆகும்.

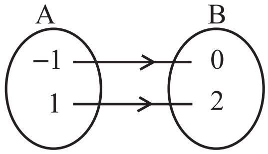
(ii) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3 - 4x^2$

$x = 0$ எனும் போது,
$f(0) = 3 - 4(0) = 3 \in \mathbb{R}$
$x = 1$ எனும் போது,
$f(1) = 3 - 4(1)^2 = -1 \in \mathbb{R}$
$x = 2$ எனும் போது,
$f(2) = 3 - 4(2)^2 = -13 \in \mathbb{R}$
$x = -1$ எனும் போது,
$f(-1) = 3 - 4(-1)^2 = -1 \in \mathbb{R}$
$x = -2$ எனும் போது,
$f(-2) = 3 - 4(-2)^2 = -13 \in \mathbb{R}$

மதிப்பகத்தில் உள்ள உறுப்புகள் ஒரே மாதிரியான நிழல் உருக்களை துணை மதிப்பகத்தில் கொண்டுள்ளன. எனவே, இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பல்ல, மாறாக இது பலவற்றிற்கு ஒன்றான சார்பாகும். எனவே, இது இருபுறச் சார்பாகாது.

8. A = {−1, 1} மற்றும் B = {0, 2} என்க. மேலும் f:A → B ஆனது $f(x) = ax + b$ என வரையறுக்கப்பட்ட மேல் சார்பு எனில், a மற்றும் b -ஐக் காண்க.

தீர்வு. A = {−1, 1}, B = {0, 2} மற்றும் f : A → B எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் $f(x) = ax + b$ மேல் சார்பாகும்.



$f(-1) = 0$
$\Rightarrow \quad a(-1) + b = 0$
[$\because x = -1, y = 0$ என $y = ax + b$ இல் பிரதியிட]
$\Rightarrow \quad -a + b = 0$ ... (1)

மேலும் $f(1) = 2$
$\Rightarrow \quad a(1) + b = 2$
[$\because x = 1, y = 2$ என $y = ax + b$ இல் பிரதியிட]
$a + b = 2$ ...(2)

(2) − (1) $\quad a + b = 2$
$\Rightarrow \quad -a + b = 0$

கூட்ட, $\quad 2b = 2$

$\Rightarrow \quad b = \frac{2}{2} = 1$

$b = 1$ என (2) இல் பிரதியிட கிடைப்பது

$a + 1 = 2 \Rightarrow a = 2 - 1 = 1$

$\therefore a = 1, b = 1$

9. f என்ற சார்பானது $f(x) = \begin{cases} x+2 & ; x > 1 \\ 2 & ; -1 \le x \le 1 \\ x-1 & ; -3 < x < -1 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

(i) $f(3)$ (ii) $f(0)$

(iii) $f(-1.5)$ (iv) $f(2) + f(-2)$

ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க. [Qy. - 2024]

தீர்வு. (i) $f(3)\ f(x) = x + 2 \Rightarrow 3 + 2 = 5\ [\because x = 3]$

(ii) $f(0) = 2 \quad [\because 0 \in -1 \le x \le 1]$

(iii) $f(-1.5) = x - 1\ [\because -1.5 \in -3 < x < -1]$
$= -1.5 - 1 = -2.5$

(iv) $f(2) + f(-2)$
$f(2) = 2 + 2 = 4 \quad [\because f(x) = x + 2]$
$f(-2) = -2 - 1 = -3 \quad [\because f(x) = x - 1]$
$f(2) + f(-2) = 4 - 3 = 1$

10. f : [−5, 9] → $\mathbb{R}$ என்ற சார்பானது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. [ஜூலை - 2024]

$$f(x) = \begin{cases} 6x+1 & ; -5 \le x < 2 \\ 5x^2 - 1 & ; 2 \le x < 6 \\ 3x - 4 & ; 6 \le x \le 9 \end{cases}$$ **என**

வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $f(-3) + f(2)$ (ii) $f(7) - f(1)$ [பிடிஏ - 4]

(iii) $2f(4) + f(8)$ (iv) $\frac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)}$ [பிடிஏ - 4]

தீர்வு. f : [−5, 9] → $\mathbb{R}$

(i) $f(-3) = 6x + 1 = 6(-3) + 1 = -17$
$f(2) = 5x^2 - 1 = 5(2^2) - 1 = 19$
$\therefore f(-3) + f(2) = -17 + 19 = 2$

(ii) $f(7) = 3x - 4 = 3(7) - 4 = 17$
$f(1) = 6x + 1 = 6(1) + 1 = 7$
$f(7) - f(1) = 17 - 7 = 10$

SURA'S

(iii) $f(4) = 5x^2 - 1 = (5 \times 4^2) - 1 = 79$

$f(8) = 3x - 4 = (3 \times 8) - 4 = 20$

$\therefore 2f(4) + f(8) = (2 \times 79) + 20 = 178$

(iv) $f(-2) = 6x + 1 = 6(-2) + 1 = -11$

$f(6) = 3x - 4 = 3(6) - 4 = 14$

$f(4) = 5x^2 - 1 = 5(4^2) - 1 = 79$

$f(-2) = 6x + 1 = 6(-2) + 1 = -11$

$$\frac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)} = \frac{2(-11) - 14}{79 + (-11)} = \frac{-22 - 14}{68} = \frac{-36}{68} = \frac{-9}{17}$$

11. புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக t வினாடிகளில் ஒரு பொருள் கடக்கும் தூரமானது $S(t) = \frac{1}{2}gt^2 + at + b$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு $a > 0$, b ஆகியவை மாறிலிகள். (g ஆனது புவிஈர்ப்பு விசையின் காரணமாக ஏற்படும் முடுக்கம்), $S(t)$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகுமா என ஆராய்க. [பிடிஏ - 3]

தீர்வு. $S(t) = \frac{1}{2}gt^2 + at + b$

$t = 1, 2, 3, \ldots$, நொடிகள் என்க.

$S(1) = \frac{1}{2}g(1^2) + a(1) + b = \frac{1}{2}g + a + b$

$S(2) = \frac{1}{2}g(2^2) + a(2) + b = 2g + 2a + b$

$\therefore$ வெவ்வேறு t -ன் மதிப்புகளுக்கு வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. வீச்சகத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் முன் உருக்கள் உள்ளது. எனவே இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

12. t என்ற சார்பானது செல்சியஸில் (C) உள்ள வெப்பநிலையையும், பாரன்ஹீட்டில் (F) உள்ள வெப்பநிலையையும் இணைக்கும் சார்பாகும். மேலும் அது $t(C) = F$ என வரையறுக்கப்பட்டால் (இங்கு $F = \frac{9}{5}C + 32$).

(i) $t(0)$ [பிடிஏ - 1]

(ii) $t(28)$

(iii) $t(-10)$

(iv) $t(C) = 212$ ஆக இருக்கும் போது C-ன் மதிப்பு [பிடிஏ - 1]

(v) செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும் போது வெப்பநிலை ஆகியவற்றைக் கண்டறிக. [பிடிஏ - 1]

தீர்வு. (i) $t(0) = F$

$F = \frac{9}{5}(C) + 32 = \frac{9}{5}(0) + 32 = 32°F$

(ii) $t(28) = F = \frac{9}{5}(28) + 32 = \frac{252}{5} + 32$

$= 50.4 + 32 = 82.4°F$

(iii) $t(-10) = F = \frac{9}{5}(-10) + 32 = 14°F$

(iv) $t(C) = 212$

i.e $\frac{9}{5}(C) + 32 = 212 \Rightarrow \frac{9}{5}C = 212 - 32 = 180$

$\frac{9}{5}C = 180 \Rightarrow C = \frac{\overset{20}{\cancel{180}} \times 5}{\cancel{9}} = 100°C$

$C = 100°C.$

(v) இங்கு $C = F$

$\Rightarrow \frac{9}{5}C + 32 = C$

$32 = C - \frac{9}{5}C$

$32 = C\left(1 - \frac{9}{5}\right)$

$32 = C\left(\frac{5-9}{5}\right)$

$32 = C\left(\frac{-4}{5}\right)$

$C = \overset{8}{\cancel{32}} \times \frac{-5}{\cancel{4}}$

$C = -40°.$

பயிற்சி 1.5

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள f மற்றும் g எனும் சார்புகளைப் பயன்படுத்தி fog மற்றும் gof -ஐக் காண்க. $fog = gof$ என்பது சரியா சோதிக்க.

(i) $f(x) = x - 6, g(x) = x^2$ [ஜூன் - 2023]

(ii) $f(x) = \frac{2}{x}, g(x) = 2x^2 - 1$

(iii) $f(x) = \frac{x+6}{3}, g(x) = 3 - x$

(iv) $f(x) = 3 + x, g(x) = x - 4$

(v) $f(x) = 4x^2 - 1, g(x) = 1 + x$

தீர்வு. (i) $f(x) = x - 6, g(x) = x^2$

$f(x) = x - 6, g(x) = x^2$

$fog(x) = f(g(x)) = f(x^2)$ $[\because g(x) = x^2]$

$= x^2 - 6$ ...(1)

[இங்கு $f(x) = x - 6$இல், x ஐ x^2 என மாற்ற]

$gof(x) = g(f(x)) = g(x - 6)$ $[\because f(x) = x - 6]$

SURA'S

$= (x-6)^2$

[இங்கு $g(x) = x^2$இல், x ஐ $x - 6$ என மாற்ற]

$= x^2 - 12x + 36$ ... (2)

$[\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$fog(x) \neq gof(x)$

(ii) $f(x) = \frac{2}{x}, g(x) = 2x^2 - 1$

$fog(x) = f(g(x)) = f(2x^2 - 1)$

$[\because g(x) = 2x^2 - 1]$

$= \frac{2}{2x^2 - 1}$

[இங்கு $f(x) = \frac{2}{x}$ இல், x ஐ $2x^2 - 1$ என மாற்ற] ...(1)

$gof(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{2}{x}\right)$

$[\because f(x) = \frac{2}{x}]$

$= 2\left(\frac{2}{x}\right)^2 - 1$

[இங்கு $g(x) = 2x^2 - 1$இல், x ஐ $\frac{2}{x}$ என மாற்ற]

$= 2\left(\frac{4}{x^2}\right) - 1 = \frac{8}{x^2} - 1$ ...(2)

(1) மற்றும் (2)லிருந்து,

$fog(x) \neq gof(x)$

(iii) $f(x) = \frac{x+6}{3}, g(x) = 3 - x$

$fog(x) = f(g(x)) = f(3 - x)$

$[\because g(x) = 3 - x]$

$= \frac{3 - x + 6}{3}$

[இங்கு $f(x) = \frac{x+6}{3}$ இல், x ஐ $3 - x$ என மாற்ற]

$= \frac{9 - x}{3}$ ...(1)

$gof(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+6}{3}\right)$

$[\because f(x) = \frac{x+6}{3}]$

$= 3 - \left(\frac{x+6}{3}\right)$

[இங்கு $g(x) = 3 - x$ இல், x ஐ $\frac{x+6}{3}$ என மாற்ற]

$= \frac{9 - x - 6}{3} = \frac{3 - x}{3}$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$fog(x) \neq gof(x)$

(iv) $f(x) = 3 + x, g(x) = x - 4$

$fog(x) = f(g(x)) = f(x - 4)$

$[\because g(x) = x - 4]$

$= 3 + (x - 4)$

[இங்கு $f(x) = 3 + x$ இல், x ஐ $x - 4$ என மாற்ற]

$= 3 + x - 4 = x - 1$ ... (1)

$gof(x) = g(f(x)) = g(3 + x)$

$= 3 + x - 4 [\because f(x) = 3 + x]$

[இங்கு $g(x) = x - 4$ இல், x ஐ $3 + x$ என மாற்ற]

$= x - 1$ ...(2)

(1) மற்றும் (2)லிருந்து,

$fog(x) = gof(x)$

(v) $f(x) = 4x^2 - 1, g(x) = 1 + x$

$fog(x) = f(g(x)) = f(1 + x)$

$[\because g(x) = 1 + x]$

$= 4(1 + x)^2 - 1$

[இங்கு $f(x) = 4x^2 - 1$ இல், x ஐ $1 + x$ என மாற்ற]

$= 4(1 + x^2 + 2x) - 1$

$= 4 + 4x^2 + 8x - 1$

$= 4x^2 + 8x + 3$ ...(1)

$gof(x) = g(f(x)) = g(4x^2 - 1)$

$[\because f(x) = 4x^2 - 1]$

$= 1 + 4x^2 - 1$

[இங்கு $g(x) = 1 + x$ இல், x ஐ $4x^2 - 1$ என மாற்ற]

$= 4x^2$ ...(2)

(1) மற்றும் (2)லிருந்து,

$fog(x) \neq gof(x)$

2. $fog = gof$ எனில் k யின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $f(x) = 3x + 2, g(x) = 6x - k$ **[Hy. - 2019]**

(ii) $f(x) = 2x - k, g(x) = 4x + 5$

(i) $f(x) = 3x + 2, g(x) = 6x - k$

தீர்வு. (i) $f(x) = 3x + 2, g(x) = 6x - k$

மற்றும் $fog = gof$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$fog(x) = f(g(x)) = f(6x - k)$

$[\because g(x) = 6x - k]$

$= 3(6x - k) + 2$

[இங்கு $f(x) = 3x + 2$ இல் x ஐ $6x - k$ என மாற்ற]

$= 18x - 3k + 2$ ...(1)

ஆதலால், $gof(x) = g(f(x)) = g(3x + 2)$

$[\because f(x) = 3x + 2]$

$= 6(3x + 2) - k$

[$g(x) = 6x - k$ இல், x ஐ $3x + 2$ என மாற்ற]

$= 18x + 12 - k$ ...(2)

$\Rightarrow \cancel{18x} - 3k + 2 = \cancel{18x} + 12 - k$

[(1) மற்றும் (2) ஐ பயன்படுத்தி]

$\Rightarrow -3k + 2 = 12 - k$

$\Rightarrow -3k + k = 12 - 2$

SURA'S

$\Rightarrow \quad -2k = 12-2$

$\Rightarrow \quad -2k = 10 \Rightarrow k = \frac{10}{-2} = -5$

$\therefore k = -5$

(ii) $f(x) = 2x - k, g(x) = 4x + 5$

$fog(x) = f(g(x)) = f(4x+5)$

$[\because g(x) = 4x + 5]$

$= 2(4x+5) - k$

[$\because$ இங்கு $f(x) = 2x - k$ இல், x ஐ $4x + 5$ என மாற்ற]

$= 8x + 10 - k$ ...(1)

$gof(x) = g(f(x)) = g(2x-k)$

$[\because f(x) = 2x - k]$

$= 4(2x-k) + 5$

[இங்கு $g(x) = 4x + 5$ இல், x ஐ $2x - k$ என மாற்ற]

$= 8x - 4k + 5$ ...(2)

$fog(x) = gof(x)$(எனக்கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\Rightarrow \cancel{8x} + 10 - k = \cancel{8x} - 4k + 5$

[(1) மற்றும் (2)லிருந்து]

$\Rightarrow \quad 10 - k = -4k + 5 \Rightarrow -k + 4k = 5 - 10$

$\Rightarrow \quad 3k = -5 \quad \Rightarrow k = \frac{-5}{3}$

3. $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = \frac{x+1}{2}$ எனில், $fog = gof = x$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = 2x - 1, g(x) = \frac{x+1}{2}$

$fog = gof = x$ என காட்டுக

$fog(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x+1}{2}\right)$

$[\because g(x) = \frac{x+1}{2}]$

$= \cancel{2}\left(\frac{x+1}{\cancel{2}}\right) - 1$

[$\because$ இங்கு $f(x) = 2x - 1$ இல், x ஐ $\frac{x+1}{2}$ என மாற்ற]

$= x + 1 - 1 = x$ ...(1)

ஆதலால்,

$gof(x) = g(f(x)) = g(2x-1)$

$[\because f(x) = 2x - 1]$

$= \frac{2x - \cancel{1} + \cancel{1}}{2}$

[இங்கு $g(x) = \frac{x+1}{2}$ இல், x ஐ $2x - 1$ என மாற்ற]

$= \frac{2x}{2} = x$ ...(2)

(1) மற்றும் (2)லிருந்து

$fog(x) = gof(x) = x$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = x - 2$ மற்றும் $gof(a) = 1$ எனில், a -ஐக் காண்க. [பிடிஏ - 2]

தீர்வு. $f(x) = x^2 - 1, g(x) = x - 2$

$gof(x) = g(f(x)) = g(x^2 - 1)$

$[\because f(x) = x^2 - 1]$

$= x^2 - 1 - 2$

[$\because$ இங்கு $g(x) = x - 2$ இல், x ஐ $x^2 - 1$ என மாற்ற]

$= x^2 - 3$

$\therefore gof(a) = a^2 - 3$

[x இல், a என மாற்ற]

$gof(a) = 1$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\Rightarrow \quad a^2 - 3 = 1 \Rightarrow a^2 = 4$

$\Rightarrow \quad a = \pm\sqrt{4} \Rightarrow a = \pm 2$

5. A,B,C $\subseteq \mathbb{N}$ மற்றும் f : A$\rightarrow$ B என்ற சார்பு $f(x) = 2x + 1$ எனவும் மற்றும் g : B $\rightarrow$ C ஆனது $g(x) = x^2$ எனவும் வரையறுக்கப்பட்டால், fog மற்றும் gof -யின் வீச்சகத்தைக் காண்க.

தீர்வு. $f(x) = 2x + 1$ மற்றும்

$g(x) = x^2$ என்று கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$fog(x) = f(g(x)) = f(x^2)$ $[\because g(x) = x^2]$

$= 2x^2 + 1$

[இங்கு $f(x) = 2x + 1$இல், x ஐ x^2 என மாற்ற]

$\therefore fog(x) = 2x^2 + 1$

$gof(x) = g(f(x)) = g(2x+1)$

$[\because f(x) = 2x + 1]$

$\therefore gof(x) = (2x+1)^2$

[இங்கு $g(x) = x^2$ இல், x ஐ $2x + 1$ என மாற்ற]

$\therefore fog$ வீச்சகம் $\{y/y = 2x^2 + 1, x \in \mathbb{N}\}$ மற்றும் $=\{y/y = (2x+1)^2, x \in \mathbb{N}\} =$ (gof வீச்சகம்.)

6. $f(x) = x^2 - 1$ எனில் (i) f o f, (ii) f o f o f -ஐக் காண்க. [Qy. - 2024]

தீர்வு. (i) $f(x) = x^2 - 1$

$fof(x) = f(f(x)) = f(x^2 - 1)$

$[\because f(x) = x^2 - 1]$

$= (x^2 - 1)^2 - 1$

[இங்கு $f(x) = x^2 - 1$இல், x ஐ $x^2 - 1$ என மாற்ற]

$= x^4 - 2x^2 + \cancel{1} - \cancel{1}$

[$\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ இங்கே $a = x^2, b = 1$]

$fof(x) = x^4 - 2x^2$ ... (1)

(ii) $fofof = fo[fof(x)]$

$= f o [x^4 - 2x^2]$

[(1)ஐ பயன்படுத்தி]

$= f(x^4 - 2x^2) = (x^4 - 2x^2)^2 - 1$

[இங்கு $f(x) = x^2 - 1$ இல், x ஐ $x^4 - 2x^2$ என மாற்ற]

$\therefore fofof(x) = x^8 - 4x^6 + 4x^4 - 1$

[$\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ இங்கே $a = x^4, b = 2x^2$]

SURA'S

7. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ மற்றும் $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஆனது முறையே, $f(x) = x^5$, $g(x) = x^4$ என வரையறுக்கப்பட்டால் f, g ஆகியவை ஒன்றுக்கு ஒன்றானதா மற்றும் fog ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகுமா என்று ஆராய்க. [பிடிஏ - 6]

தீர்வு. $f(x) = x^5$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\Rightarrow \quad f(1) = 1$

$\Rightarrow \quad f(-1) = -1$

$\Rightarrow \quad f(2) = 32$

$\Rightarrow \quad f(-2) = -32$

$\Rightarrow f(x) = x^5$ என்பது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு

$g(x) = x^4$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\Rightarrow \quad g(2) = 16 \Rightarrow g(-2) = 16$

$\Rightarrow g(x) = x^4$ என்பது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு இல்லை

மேலும் $fog\,(x) = f(g(x)) = f(x^4)$ $[\because g\,(x) = x^4]$

$= (x^4)^5$

[இங்கு $f(x) = x^5$இல், x ஐ x^4 என மாற்ற]

$= x^{20}$

$\therefore fog\,(x) = x^{20}$

இங்கு, $fog\,(1) = 1^{20} = 1$ மற்றும்

$fog\,(-1) = (-1)^{20} = 1$ $[\because 20$ ஒரு இரட்டை எண்$]$

$\therefore$ இரண்டு உறுப்புகள் 1 மற்றும் -1 ஒரே நிழல் உரு 1 ஐ கொண்டுள்ளது.

$\therefore fog\,(x)$ ஒன்றுக்கொன்று இல்லை.

8. கொடுக்கப்பட்ட $f(x), g(x), h\,(x)$ ஆகியவற்றைக் கொண்டு $(fog)oh = fo(goh)$ எனக் காட்டுக.

(i) $f(x) = x - 1$, $g(x) = 3x + 1$ மற்றும் $h(x) = x^2$ [Qy. - 2023; ஜூலை - 2025]

(ii) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x$ மற்றும் $h(x) = x + 4$ [பிடிஏ - 2]

(iii) $f(x) = x - 4$, $g(x) = x^2$ மற்றும் $h(x) = 3x - 5$

தீர்வு. $f(x) = x - 1$, $g(x) = 3x + 1$ மற்றும் $h(x) = x^2$

$fog(x) = f(g(x)) = f\,(3x + 1)$ என கருதுக. $[\because g\,(x) = 3x + 1]$

$= 3x + \cancel{1} - \cancel{1}$

[இங்கு $f\,(x) = x - 1$ இல், x ஐ $3x + 1$ என மாற்ற]

$\therefore fog = 3x$

LHS $= (fog)h = fog\,(h(x))$

$= fog\,(x^2)$ $[\because h\,(x) = x^2]$

$= 3x^2$

[இங்கு $fog = 3x$ இல், x ஐ x^2 என மாற்ற]

RHS $= fo(goh) = f\,(g\,(h(x))$

$= f\,(g(x^2))$ $[\because h\,(x) = x^2]$

$= f(3x^2 + 1)$

[இங்கு $g(x) = 3x + 1$ இல், x ஐ x^2 என மாற்ற]

$= 3x + \cancel{1} - \cancel{1}$

[இங்கு $f(x) = 3x + 1$ இல், x ஐ $3x^2 + 1$ என மாற்ற]

$= 3x^2$ ... (2)

$\therefore$ LHS = RHS

எனவே [(1) மற்றும் (2) லிருந்து] நிரூபிக்கப்பட்டது.

(ii) கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x$, $h(x) = x + 4$

$fog(x) = f(g(x)) = f(2x)$ என கருதுக. $[\because g\,(x) = 2x]$

$= (2x)^2 = 4x^2$

LHS $= (fog)oh = fog\,(h\,(x))$

$= fog\,\,(x + 4)$ $[\because h\,(x) = x + 4]$

$= 4(x + 4)^2 = 4(x^2 + 8x + 16)$

$[\because (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. இங்கே $a = x, b = 4]$

$= 4x^2 + 32x + 64$ ... (1)

RHS $= fo\,(goh) = f\,(g\,(h(x))$

$= f\,(g\,(x + 4))$ $[\because h\,(x) = x + 4]$

$= f\,(2\,(x + 4))$

$= f\,(2x + 8) = (2x + 8)^2$

$= 4x^2 + 32x + 64$ ...(2)

$[\because (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. இங்கே $a = 2x, b = 8]$

LHS = RHS

எனவே (1) மற்றும் (2) லிருந்து நிரூபிக்கப்பட்டது.

(iii) $f(x) = x - 4$, $g(x) = x^2$, $h(x) = 3x - 5$

$fog(x) = f(g(x)) = f\,(x^2)$ என கருதுக. $[\because g\,(x) = x^2]$

$= x^2 - 4$

LHS $= (fog)oh$

$= (fog)(h\,(x)) = fog\,(3x - 5)$ $[\because h(x) = 3x - 5]$

$= (3x - 5)^2 - 4 = 9x^2 - 30x + 25 - 4$

$[\because (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. இங்கே $a = 3x, b = 5]$

$= 9x^2 - 30x + 21$ ...(1)

RHS $= fo(goh)\,(x) = f\,(g\,(h\,(x))$

$= f\,(g\,(3x - 5)$ $[\because h(x) = 3x - 5]$

$= f\,(3x - 5)^2 = (3x - 5)^2 - 4$

$= 9x^2 - 30x + 25 - 4$

$[\because (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ இங்கே $a = 3x, b = 5]$

$= 9x^2 - 30x + 21$ ...(2)

LHS = RHS என நிரூபிக்கப்பட்டது.

9. $f = \{(-1, 3),(0, -1),(2, -9)\}$ ஆனது $\mathbb{Z}$ -லிருந்து $\mathbb{Z}$ - க்கான ஒரு நேரிய சார்பு எனில், $f(x)$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு. $f = \{(-1, 3), (0, -1),(2, -9)\}$ ஆனது $\mathbb{Z}$இலிருந்து $\mathbb{Z}$க்கான நேரியல் சார்பு.

SURA'S

f நேரியல் சார்பு என்பதால், $y = ax + b$ என்பது படி 1 உடைய நேரியல் சார்பாகும்.

$(-1, 3)$ என $y = ax + b$ இல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$3 = a(-1) + b \Rightarrow -a + b = 3 \ldots (1)$

$(0, -1)$ என $y = ax + b$ இல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$-1 = a(0) + b \Rightarrow -1 = b \Rightarrow b = -1$

$b = -1$ என (1) இல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$-a - 1 = 3 \Rightarrow -a = 3 + 1 = 4 \Rightarrow a = -4$

$a = -4, b = -1$ என $y = ax + b$ பிரதியிட கிடைப்பது,

$y = -4x - 1$

$\therefore$ தேவையான நேரியல் சார்பு $-4x - 1$.

10. ஒரு மின்சுற்றுக் கோட்பாட்டின்படி, $C(t)$ என்ற நேரிய சுற்று, $C(at_1 + bt_2) = aC(t_1) + bC(t_2)$ -ஐ பூர்த்தி செய்கிறது. மேலும் இங்கு a, b ஆகியவை மாறிலிகள் எனில், $C(t) = 3t$ ஆனது ஒரு நேரிய சுற்று எனக் காட்டுக.

தீர்வு. $C(at_1+bt_2)=a.c(t_1)+b.c(t_2)$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$C(t) = 3t$ என்க.

$\text{LHS} = C(at_1 + bt_2) = 3(at_1 + bt_2)$

$= 3at_1 + 3bt_2 \quad \ldots (1)$

$\text{RHS} = a.c(t_1) + b.c(t_2) = a.3t_1 + b.3t_2$

[$\because c(t_1) = 3t_1$ மற்றும் $c(t_2) = 3t_2$]

$= 3at_1 + 3bt_2 \quad \ldots (2)$

$\text{LHS} = \text{RHS}$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $C(t) = 3t$ நேரியல் சார்பாகும் என நிரூபிக்கப்பட்டது.

பயிற்சி 1.6

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்.

1. $n(A\times B) = 6$ மற்றும் $A = \{1, 3\}$ எனில், $n(B)$ ஆனது [செப். - 2021; Qy. - 2023; ஏப்ரல் & Hy. - 2024]

(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 6

[விடை. (இ) 3]

குறிப்பு : $n(A \times B) = 6$ எனில்,

$A = \{1, 3\}, n(A) = 2$

$\Rightarrow n(B) = 3$

2. $A=\{a, b, p\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{p, q, r, s\}$ எனில், $n[(A\cup C) \times B]$ ஆனது [பிடிஏ - 3;ஏப்ரல் - 2023; ஜூலை - 2025]

(அ) 8 (ஆ) 20 (இ) 12 (ஈ) 16

[விடை. (இ) 12]

குறிப்பு : $A = \{a, b, p\}, B = \{2, 3\}, C = \{p, q, r, s\}$

$n(A \cup C) \times B$

$A \cup C = \{a, b, p, q, r, s\}$

$(A \cup C) \times B = \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3), (p, 2), (p, 3), (q, 2), (q, 3), (r, 2), (r, 3), (s, 2), (s, 3)\}$

$n[(A \cup C) \times B] = 12$

3. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{5, 6\}$ மற்றும் $D = \{5, 6, 7, 8\}$ எனில் கீழே கொடுக்கப்பட்டவை களில் எது சரியான கூற்று? [செப். - 2020; FRT - 2022]

(அ) $(A \times C) \subset (B \times D)$

(ஆ) $(B \times D) \subset (A \times C)$

(இ) $(A \times B) \subset (A \times D)$

(ஈ) $(D \times A) \subset (B \times A)$

[விடை. (அ) $(A \times C) \subset (B \times D)$]

குறிப்பு : $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3, 4\}$,

$C = \{5, 6\}, D = \{5, 6, 7, 8\}$

$A \times C = \{(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6)\}$

$B \times D = \{(1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (4,5), (4, 6), (4, 7), (4, 8)\}$

$\therefore (A \times C) \subset B \times D$ என்பது சரி.

4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ -லிருந்து B என்ற கணத்திற்கு 1024 உறவுகள் உள்ளது எனில் B -ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை [பிடிஏ - 2; ஆகஸ்ட் - 2022; ஜூன் - 2023]

(அ) 3 (ஆ) 2 (இ) 4 (ஈ) 8

[விடை. (ஆ) 2]

குறிப்பு : $n(A) = 5;\ n(B) = x \Rightarrow n(A \times B) = 5x$

மொத்த உறவுகளின் எண்ணிக்கை $= 2^{n(A \times B)} = 2^{5x}$

$2^{5x} = 1024$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$2^{5x} = 2^{10}$

$\therefore 5x = 10 \qquad \boxed{x = 2}$

$\therefore n(B) = 2$

5. $R= \{(x, x^2)\ |x$ ஆனது 13 -ஐ விடக் குறைவான பகா எண்கள்$\}$ என்ற உறவின் வீச்சகமானது [Qy. & Hy. - 2019; பிடிஏ - 4; FRT & ஆகஸ்ட் - 2022; ஏப்ரல் - 2025]

(அ) $\{2,3,5,7\}$ (ஆ) $\{2,3,5,7,11\}$

(இ) $\{4,9,25,49,121\}$ (ஈ) $\{1,4,9,25,49,121\}$

[விடை. (இ) $\{4, 9, 25, 49, 121\}$]

குறிப்பு : $R = \{(x, x^2)/x$ ஓர் பகா எண் $<13\}$

$\Rightarrow x = \{2, 3, 5, 7, 11\}$

$\therefore \{4, 9, 25, 49, 121\}$ என்பது $\{2, 3, 5, 7, 11\}$ என்ற எண்களின் வர்க்கம்.

6. $(a + 2, 4)$ மற்றும் $(5, 2a + b)$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில், (a,b) என்பது [மே - 2022; FRT & Qy. & Hy. - 2024]

(அ) $(2, -2)$ (ஆ) $(5,1)$

(இ) $(2,3)$ (ஈ) $(3, -2)$

[விடை. (ஈ) $(3, -2)$]

குறிப்பு : $(a + 2, 4) = (5, 2a + b)$

$a + 2 = 5$

$a = 3$

SURA'S

$$2a + b = 4$$
$$6 + b = 4$$
$$b = -2$$

7. $n(A) = m$ மற்றும் $n(B) = n$ என்க. A-லிருந்து B-க்கு வரையறுக்கப்பட்ட வெற்று கணமில்லாத உறவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை. [FRT - 2022; Hy.- 2023]

(அ) m^n (ஆ) n^m (இ) $2^{mn}-1$ (ஈ) 2^{mn}

[விடை. (இ) $2^{mn}-1$]

குறிப்பு :
$$n(A) = m,$$
$$n(B) = n$$
$$n(A\times B) = m\times n = mn$$
மொத்த உறவுகளின் எண்ணிக்கை $= 2^{n(A\times B)} = 2^{mn}$

8. $\{(a, 8),(6, b)\}$ ஆனது ஒரு சமனிச் சார்பு எனில், a மற்றும் b மதிப்புகளாவன முறையே [பிடிஏ - 1; Qy. 2023; ஜூலை - 2024]

(அ) (8,6) (ஆ) (8,8) (இ) (6,8) (ஈ) (6,6)

[விடை. (அ) (8, 6)]

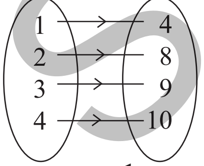
குறிப்பு : $\{(a, 8), (6, b)\}$ ஆனது சமனிச் சார்பு
$\Rightarrow a = 8, b = 6$

9. A = {1, 2, 3, 4} B = {4, 8, 9, 10} என்க. சார்பு f :A→ B ஆனது f = {(1, 4),(2, 8),(3, 9),(4, 10)} எனக் கொடுக்கப்பட்டால் f -என்பது [பிடிஏ - 4]

(அ) பலவற்றிற்கு ஒன்றான சார்பு
(ஆ) சமனிச் சார்பு
(இ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு
(ஈ) உட்சார்பு

[விடை. (இ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு]

குறிப்பு : A = {1, 2, 3, 4}, B = {4, 8, 9, 10}



10. $f(x) = 2x^2$ மற்றும் $g(x) = \dfrac{1}{3x}$, எனில் fog ஆனது. [Hy. - 2019; FRT - 2024; ஜூலை - 2024]

(அ) $\dfrac{3}{2x^2}$ (ஆ) $\dfrac{2}{3x^2}$ (இ) $\dfrac{2}{9x^2}$ (ஈ) $\dfrac{1}{6x^2}$

[விடை. (இ) $\dfrac{2}{9x^2}$]

குறிப்பு :
$$f(x) = 2x^2 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{3x}$$
$$fog = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{3x}\right) = 2\left(\frac{1}{3x}\right)^2$$
$$= 2\times\frac{1}{9x^2} = \frac{2}{9x^2}$$

11. $f : A \to B$ ஆனது இருபுறச் சார்பு மற்றும் $n(B) = 7$ எனில், $n(A)$ ஆனது [பிடிஏ - 2; ஏப்ரல் - 2024]

(அ) 7 (ஆ) 49 (இ) 1 (ஈ) 14

[விடை. (அ) 7]

குறிப்பு : ஒரு இருபுறச் சார்புக்கு, $n(A) = n(B) \Rightarrow n(A) = 7$

12. f மற்றும் g என்ற இரண்டு சார்புகளும் f = {(0, 1), (2, 0), (3, −4), (4, 2), (5, 7)} g = {(0, 2),(1, 0), (2, 4), (−4, 2), (7,0)} எனக் கொடுக்கப்பட்டால் fog -ன் வீச்சகமானது

(அ) {0,2,3,4,5} (ஆ) {−4,1,0,2,7}
(இ) {1,2,3,4,5} (ஈ) {0,1,2}

[விடை. (ஈ) {0, 1, 2}]

குறிப்பு :
$$fog = f(g(x))$$
$$f(g(0)) = f(2) = 0$$
$$f(g(1)) = f(0) = 1$$
$$f(g(2)) = f(4) = 2$$
$$f(g(-4)) = f(2) = 0$$
$$f(g(7)) = f(0) = 1$$
$\therefore fog$ -ன் வீச்சகம் = {0, 1, 2}

13. $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ எனில்

(அ) $f(xy) = f(x).f(y)$
(ஆ) $f(xy) \geq f(x).f(y)$
(இ) $f(xy) \leq f(x).f(y)$
(ஈ) இவற்றில் ஒன்றுமில்லை

[விடை. (இ) $f(xy) \leq f(x).f(y)$]

குறிப்பு : $\because \sqrt{1+x^2y^2} \leq \sqrt{(1+x^2)}\sqrt{(1+y^2)}$
$\Rightarrow f(xy) \leq f(x) . f(y)$

14. g = {(1, 1),(2, 3),(3, 5),(4, 7)} என்ற சார்பானது $g(x) = \alpha x + \beta$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் α மற்றும் β-வின் மதிப்பானது [பிடிஏ - 6; ஜூலை - 2025]

(அ) (−1, 2) (ஆ) (2, −1)
(இ) (−1, −2) (ஈ) (1,2)

[விடை. (ஆ) (2, −1)]

குறிப்பு :
$$g(x) = y = \alpha x + \beta \quad ... (1)$$
$x = 1, y = 1$ என (1) இல் பிரதியிட கிடைப்பது
$$1 = \alpha + \beta \quad ... (2)$$
$x = 1, y = 3$ என (1) இல் பிரதியிட கிடைப்பது
$$3 = 2\alpha + \beta \quad ... (3)$$
$(3) - (2) \Rightarrow$
$$2\alpha + \beta = 3$$
$$\alpha + \beta = 1$$
$$(-)\ (-)\quad (-)$$
$$x = 2$$
$\alpha = 2$ என (2) இல் பிரதியிட கிடைப்பது
$$\alpha + \beta = 1 \Rightarrow \beta = 1 - 2 + -1$$
$$\therefore \alpha = 2; \beta = -1$$

SURA'S

15. $f(x) = (x+1)^3 - (x-1)^3$ குறிப்பிடும் சார்பானது

[Qy. - 2019 ; 2023 & 2024; பிடிஏ - 5]

(அ) நேரிய சார்பு (ஆ) ஒரு கனச் சார்பு

(இ) தலைகீழ்ச் சார்பு (ஈ) இருபடிச் சார்பு

[விடை. (ஈ) இருபடிச் சார்பு]

குறிப்பு : $f(x) = (x+1)^3 - (x-1)^3$

$= x^3+3x^2+3x+1-[x^3-3x^2+3x-1]$

$= \cancel{x^3} + 3x^2 + \cancel{3x} + 1 - \cancel{x^3} + 3x^2 - \cancel{3x} + 1 = 6x^2 + 2$

இது ஒரு இருபடிச் சமன்பாடு

அலகுப் பயிற்சி - 1

1. $(x^2 - 3x, y^2 + 4y)$ மற்றும் $(-2,5)$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில் x மற்றும் y -ஐக் காண்க.

தீர்வு. $(x^2 - 3x, y^2 + 4y) = (-2, 5)$

$x^2 - 3x = -2$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x-2)(x-1) = 0$

$x = 2, 1$

(2; −3; −2 −1)

$y^2 + 4y = 5$

$y^2 + 4y - 5 = 0$

$(y+5)(y-1) = 0$

$y = -5, 1$

(−5; +4; +5 −1)

2. A × A கார்டீசியன் பெருக்கல்பலனின், 9 உறுப்புகளில், உறுப்புகள் (–1, 0) மற்றும் (0,1) -யும் இருக்கிறது எனில், A -யில் உள்ள உறுப்புகளைக் காண்க. மற்றும் A × A-ன் மீதமுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு. A = {–1, 0, 1}, A = {–1, 0, 1}

A × A = {(–1,–1), (–1,0), (–1,1),(0,–1), (0, 0), (0,1), (1,–1), (1, 0), (1, 1)}

மீதமுள்ள உறுப்புகள் = {(–1,–1), (–1,1),(0, –1), (0, 0), (1,–1), (1, 0), (1, 1)}

3. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \ge 1 \\ 4 & x < 1 \end{cases}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால்,

(i) $f(0)$ (ii) $f(3)$

(iii) $f(a+1)$ ($a \ge 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு. (i) $f(0) = 4$

(ii) $f(3) = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$

(iii) $f(a+1) = \sqrt{a+1-1} = \sqrt{a}$

4. A = {9,10,11,12,13,14,15,16,17} என்க. மற்றும் f : A→ N ஆனது $f(n) = n$ -ன் அதிகபட்சப் பகா காரணி ($n \in$ A) என வரையறுக்கப்பட்டால். f -ன் வரிசைச் சோடிகளின் கணத்தை எழுதுக மற்றும் f -ன் வீச்சகத்தைக் காண்க.

தீர்வு. A = {9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17}

$f : A \rightarrow \mathbb{N}$

$f(n) = n \in$ A ன் அதிகபட்ச பகா காரணி

f = {(9, 3), (10, 5), (11, 11), (12, 3), (13, 13), (14, 7), (15, 5), (16, 2), (17, 17)}

வீச்சகம் = {3, 5, 11, 13,7, 2, 17}

= {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17}

5. $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}}$ என்ற சார்பின் சார்பகத்தைக் காண்க.

தீர்வு. $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}}$

$f(x)$ ன் சார்பகம் = {–1, 0, 1}

(x^2 = 1, –1, 0, எனில் $\sqrt{1-x^2}$ என்பது மிகை எண் அல்லது 0 என்று இருக்க வேண்டும்.

6. $f(x) = x^2$, $g(x) = 3x$ மற்றும் $h(x) = x - 2$ எனில். $(fog)oh = fo(goh)$ என நிறுவுக.

தீர்வு. $f(x) = x^2$

$g(x) = 3x$

$h(x) = x - 2$

$fog = f(g(x)) = f(3x) = (3x)^2 = 9x^2$

LHS $= (fog)oh = (fog)\ h(x) = (fog)\ (x-2)$

$= 9(x-2)^2 = 9(x^2 - 4x + 4)$

$= 9x^2 - 36x + 36$ ...(1)

RHS $= fo(goh)$

$(goh) = g(h(x)) = g(x-2)$

$= 3(x-2) = 3x - 6$

$fo(goh) = f(3x-6) = (3x-6)^2$

$= 9x^2 - 36x + 36$ ...(2)

(1) = (2)

LHS = RHS

$(fog)oh = fo(goh)$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

7. A = {1, 2}, B = {1, 2, 3, 4} , C ={5, 6} மற்றும் D = {5, 6, 7, 8} எனில், A×C ஆனது B×D உட்கணமா எனச் சரிபார்க்க.

தீர்வு. A = {1, 2), B = {1, 2, 3, 4}

C = {5, 6}, D = {5, 6, 7, 8}

A × C = {(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6)}

B × D = {(1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (4, 8)}

∴ (A × C) என்பது (B × D) ன் உட்கணமாகும்.

8. $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$, $x \ne -1$ என்க. $x \ne 0$ எனில், $f(f(x)) = -\dfrac{1}{x}$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு. $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}, x \ne -1$

SURA'S

$$\Rightarrow (f(x)) = f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)-1}{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)+1}$$

$$= \frac{\frac{\cancel{x}-1-\cancel{x}-1}{\cancel{(x+1)}}}{\frac{x-\cancel{1}+x+\cancel{1}}{\cancel{(x+1)}}} = \frac{-2}{2x} = \frac{-1}{x}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

9. சார்பு f மற்றும் g ஆகியவை $f(x) = 6x + 8$; $g(x) = \frac{x-2}{3}$ எனில்,

(i) $gg\left(\frac{1}{2}\right)$ -யின் மதிப்பைக் காண்க.

(ii) $gf(x)$ -ஐ எளிய வடிவில் எழுதுக.

தீர்வு.
$$f(x) = 6x + 8$$
$$g(x) = \frac{x-2}{3}$$

(i)
$$gg(x) = g(g(x))$$
$$= g\left(\frac{x-2}{3}\right) = \frac{\frac{x-2}{3}-2}{3}$$
$$= \frac{x-2-6}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{x-8}{9}$$
$$gog\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}-8}{9} = \frac{1-16}{2}\times\frac{1}{9} = \frac{-15}{18} = \frac{-5}{6}$$

(ii)
$$gof(x) = g(f(x)) = g(6x+8)$$
$$= \frac{6x+8-2}{3} = \frac{6x+6}{3}$$
$$= \frac{\cancel{3}(2x+2)}{\cancel{3}} = 2x + 2 = 2(x + 1)$$

10. பின்வருவனவற்றின் சார்பகங்களை எழுதுக.

(i) $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$ [பிடிஏ - 6]

(ii) $p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$

(iii) $g(x) = \sqrt{x-2}$ [பிடிஏ - 6]

(iv) $h(x) = x + 6$

தீர்வு. (i) $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$

$\therefore$ பகுதி பூச்சியமாக இருக்கக் கூடாது. ஏனெனில் இது மெய்மதிப்புச் சார்பு.

$\therefore$ சார்பகம் $= R - \{9\}$

(ii) $p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$

சார்பகம் R.

(iii) $g(x) = \sqrt{x-2}$

சார்பகம் $= [2, \infty)$

(iv) $h(x) = x + 6$

சார்பகம் R.

பிடிஏ மாதிரி வினா - விடை

1 மதிப்பெண்

1. $n(A) = p, n(B) = q$ எனில் A மற்றும் B க்கு இடையே கிடைக்கும் மொத்த உறவுகளின் எண்ணிக்கை [பிடிஏ - 1 ; ஏப்ரல் - 2023]

(அ) 2^p (ஆ) 2^q (இ) 2^{p+q} (ஈ) 2^{pq}

[விடை. (ஈ) 2^{pq}]

குறிப்பு : மொத்த உறவுகளின் எண்ணிக்கை $= 2^{n(A\times B)} = 2^{pq}$

2. $f(x) = (-1)^x$ என்பது $\mathbb{N}$-லிருந்து $\mathbb{Z}$க்கு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் f-ன் வீச்சகம் [பிடிஏ - 3; Hy. - 2023]

(அ) $\{1\}$ (ஆ) $\mathbb{N}$ (இ) $\{1, -1\}$ (ஈ) $\mathbb{Z}$

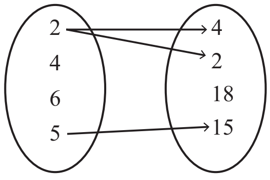
[விடை. (இ) $\{1, -1\}$]

குறிப்பு :
$$f(1) = (-1)^1 = (-1)$$
$$f(2) = (-1)^2 = 1$$

$\therefore f$ - இன் வீச்சகம் $= \{1, -1\}$

3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் குறிக்கும் சார்பு, ஒரு [பிடிஏ - 6]

(அ) மேல் சார்பு
(ஆ) மாறிலி சார்பு
(இ) ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு
(ஈ) சார்பு அல்ல



[விடை. (ஈ) சார்பு அல்ல]

குறிப்பு : 2க்கு 4, 2 என இரண்டு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. எனவே சார்பு இல்லை.

2 மதிப்பெண்கள்

1. 'f' : X → Y என்ற உறவானது $f(x) = x^2 - 2$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. X = {–2, –1, 0, 3} மற்றும் Y = R எனக் கொண்டால் (i) f -ன் உறுப்புகளைப் பட்டியலிடுக. (ii) f- ஒரு சார்பாகுமா? [பிடிஏ - 1 ; Qy - 2019]

தீர்வு. $f(x) = x^2 - 2$ இங்கு $x \in \{-2, -1, 0, 3\}$

SURA'S

(i) $f(-2) = (-2)^2 - 2 = 2;$
$f(-1) = (-1)^2 - 2 = -1$
$f(0) = 0^2 - 2 = -2$
$f(3) = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$
ஆகையால் $f = \{(-2, 2), (-1, -1), (0, -2), (3,7)\}$

(ii) f-ன் ஒவ்வொரு மதிப்பக உறுப்பிற்கும் ஒரே ஒரு நிழல் உரு உள்ளதைக் காணலாம். எனவே f-ஆனது ஒரு சார்பாகும்.

2. R என்ற உறவு $\{(x, y)/y = x^2 + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் காண்க. [பிடிஏ - 2; Qy. - 2023]

தீர்வு. மதிப்பகம் $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
$x = 0, y = 0^2 + 3 = 3$
$x = 1, y = 1^2 + 3 = 4$
$x = 2, y = 2^2 + 3 = 7$
$x = 3, y = 3^2 + 3 = 12$
$x = 4, y = 4^2 + 3 = 19$
$x = 5, y = 5^2 + 3 = 28$
வீச்சகம் $= \{3, 4, 7, 12, 19, 28\}$

3. A = {1, 2, 3, ..., 100} மற்றும் R என்ற உறவு A-யின் மீது ஓர் எண்ணின் கனம் என வரையறுக்கப்பட்டால் R-க்கான மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் காண்க. [பிடிஏ - 4]

தீர்வு. $R = \{(1,1)\ (2,8), (3,27), (4, 64)\}$
மதிப்பகம் $= \{1, 2, 3, 4\}$
வீச்சகம் $= \{1, 8, 27, 64\}$

4. A = {1, 2, 3, 4} மற்றும் B = $\mathbb{N}$ என்க. மேலும் $f : A \to B$ ஆனது $f(x) = x^2$ என வரையறுக்கப் படுகிறது எனில், (i) f-ன் வீச்சகத்தைக் காண்க (ii) எவ்வகைச் சார்பு எனக் காண்க. [பிடிஏ - 5]

தீர்வு. $f(1) = 1; f(2) = 4; f(3) = 9; f(4) = 16$
(i) வீச்சு $= \{1, 4, 9, 16\}$
(ii) ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் உள்நோக்கிய சார்பாகும்.

5. f ஆனது $\mathbb{R}$ லிருந்து $\mathbb{R}$-க்கு ஆன சார்பு என்க. மேலும் அது $f(x) = 3x - 5$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $(a, 4)$ மற்றும் $(1, b)$ ஆகியவை f-ல் உள்ளன எனக் கொடுக்கப்பட்டால் a மற்றும் b-யின் மதிப்புகளைக் காண்க. [பிடிஏ - 6]

தீர்வு. $f(x) = 3x - 5,$
$f = \{(x, 3x - 5) | x \in \mathbb{R}\}$
என எழுதலாம்.
$(a, 4)$ எனில், a-யின் நிழல் உரு 4. $\Rightarrow f(a) = 4$
$3a - 5 = 4$
$3a = 9$
$a = 3$
$(1, b)$ எனில், 1-யின் நிழல் உரு $b \Rightarrow f(1) = b$
$3(1) - 5 = b$
$3 - 5 = b$
$b = -2$
$\therefore a = 3; b = -2$

6. R = {(x, – 2), (–5, y)} என்பது சமனிச் சார்பைக் குறிக்குமெனில் x மற்றும் y ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க. [பிடிஏ - 6]

தீர்வு. $x = -2 \Rightarrow y = -5$

7. $f(k) = 2k - 1$ மற்றும் $fof(k) = 5$ எனில், k-ஐக் காண்க. [பிடிஏ - 4]

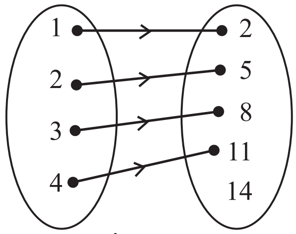
தீர்வு. $f(k) = 2k - 1$
$fo\,f(k) = f(f(k)) = f(2k - 1)$ என கருதுக
$[\because f(x) = 2k - 1]$
$= 2(2k - 1) - 1$
[இங்கு $f(k) = 2k - 1$ இல், k ஐ $2k - 1$ என மாற்ற]
$= 4k - 2 - 1 = 4k - 3$
$\Rightarrow 4k - 3 = 5 \Rightarrow 4k = 5 + 3 = 8$
$\Rightarrow k = \frac{8}{4} = 2 \therefore k = 2$

5 மதிப்பெண்கள்

1. A = 1, 2, 3, 4 மற்றும் B = 2, 5, 8, 11, 14 என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f : A \to B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினை
[பிடிஏ - 3; செப். - 2020; FRT - 2024; ஜூலை - 2025]
(i) அம்புக்குறி படம்
(ii) அட்டவணை
(iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்
(iv) வரைபடம் ஆகியவற்றால் குறிக்க

தீர்வு. A = 1, 2, 3, 4 ; B = 2, 5, 8, 11, 14; $f(x) = 3x - 1$
$f(1) = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2; f(2) = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$
$f(3) = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8; f(4) = 4(3) - 1 = 12 - 1 = 11$

(i) அம்புக்குறி படம்
சார்பு $f : A \to B$ - ஐ ஒரு அம்புக்குறி படத்தால் குறிப்போம்



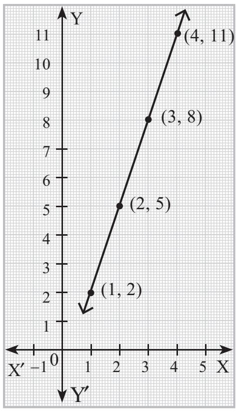
(ii) அட்டவணை அமைப்பு
சார்பு f-ஐ கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையால் குறிப்போம்

x	1	2	3	4
$f(x)$	2	5	8	11

(iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்
சார்பு f-ஐ வரிசை சோடிகளின் கணமாக எழுதலாம்.
$f = (1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)$

SURA'S

(iv) வரைபடம்



படத்தில் உள்ள XY- தளத்தில் ஒரே நேர் கோட்டில் (1,2), (2, 5), (3, 8), (4, 11) ஆகிய புள்ளிகள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

2. $A = \{x \in \mathbb{W} / 0 < x < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{W} / 0 \le x \le 2\}$, $C = \{x \in \mathbb{W} / x < 3\}$ எனில் $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ ஐச் சரிபார்க்க. [பிடிஏ - 3]

தீர்வு.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$
$$B = \{0, 1, 2\}$$
$$C = \{0, 1, 2\}$$
$$B \cap C = \{0, 1, 2\} \cap \{0, 1, 2\} = \{0, 1, 2\}$$
$$A \times (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4\} \times \{0, 1, 2\}$$
$$= \{(1,0), (1,1), (1, 2), (2,0), (2,1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (4, 0), (4, 1), (4,2)\} \quad ... (1)$$
$$A \times B = \{1, 2, 3, 4\} \times \{0, 1, 2\}$$
$$= \{(1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,1),(2,2), (3,0), (3,1), (3,2), (4,0), (4,1), (4,2)$$
$$A \times C = \{1, 2, 3, 4\} \times \{0, 1, 2\}$$
$$= \{(1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,1),(2,2), (3,0), (3,1), (3,2), (4,0), (4,1), (4,2)$$
$$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,1), (2,2), (3,0), (3,1), (3,2), (4,0), (4,1), (4,2)\} \quad ... (2)$$

(1) = (2) எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

3. $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = 1 - 2x$ மற்றும் $h(x) = 3x$, $fo(g\ o\ h) = (f\ o\ g)\ oh$ என நிரூபிக்க. [பிடிஏ - 5; Hy. - 2023]

தீர்வு.

$$f(x) = 2x + 3, g(x) = 1 - 2x,$$
$$h(x) = 3x$$

இப்பொழுது, $(f\ o\ g)(x) = f(g(x)) = f(1 - 2x)$
$$= 2(1 - 2x) + 3 = 5 - 4x$$

மேலும்,
$$(f\ o\ g)oh(x) = (f\ o\ g)h(x)) = (f\ o\ g)(3x)$$
$$= 5 - 4(3x) = 5 - 12x \quad ... (1)$$
$$(g\ o\ h)(x) = g(h(x))$$
$$= g(3x) = 1 - 2(3x)$$
$$= 1 - 6x$$

மேலும்,
$$f\ o\ (g\ o\ h)(x) = f(1 - 6x)$$
$$= 2(1 - 6x) + 3$$
$$= 5 - 12x \quad ... (2)$$

(1) மற்றும் (2)-லிருந்து நமக்கு கிடைப்பது,
$$(f\ o\ g)\ oh = f\ o\ (g\ o\ h)$$

அரசு தேர்வு வினா- விடை

1 மதிப்பெண்

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்.

1. $f = \{(2, a), (3, b), (4, b), (5, c)\}$ ஒரு ________.

(அ) சமனிச் சார்பு [அ.மா.வி - 2019; Qy. - 2024]

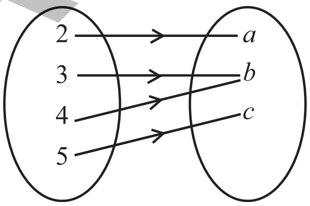
(ஆ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு

(இ) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு

(ஈ) மாறிலி சார்பு

[விடை. (இ) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு]

குறிப்பு :



2. $f(x) = x^2 - x$ எனில், $f(x - 1) - f(x + 1) =$

(அ) $4x$ (ஆ) $2 - 2x$ [செப். - 2020]

(இ) $2 - 4x$ (ஈ) $4x - 2$

[விடை. (இ) $2 - 4x$]

குறிப்பு :
$$f(x - 1) = (x - 1)^2 - (x - 1)$$
$$= x^2 - 2x + 1 - (x - 1)$$
$$= x^2 - 2x + 1 - x + 1$$
$$= x^2 - 3x + 2$$
$$f(x + 1) = (x + 1)^2 - (x + 1)$$
$$= x^2 + 2x + \cancel{1} - x - \cancel{1}$$
$$= x^2 + x$$
$$\therefore f(x - 1) - f(x + 1) = (x^2 - 3x + 2) - (x^2 + x)$$
$$= \cancel{x^2} - 3x + 2 - \cancel{x^2} - x$$
$$= -4x + 2$$

3. $n(A) = p$ மற்றும் $n(B) = q$ எனில் $n(A \times B) =$ ________ [Qy. - 2019]

(அ) $p + q$ (ஆ) $p - q$

(இ) $p \times q$ (ஈ) $\frac{p}{q}$ **[விடை.(இ) $p \times q$]**

குறிப்பு : $n(A \times B) = n(A) \times n(B) = p \times q$

SURA'S

4. P மற்றும் Q என்பன ஏதேனும் இரண்டு கணங்கள் எனில் $P \cap Q =$ **[FRT - 2022]**

(அ) $\{x : x \in P$ அல்லது $x \in Q\}$

(ஆ) $\{x : x \in P$ மற்றும் $x \notin Q\}$

(இ) $\{x : x \in P$ மற்றும் $x \notin Q\}$

(ஈ) $\{x : x \notin P$ மற்றும் $x \in Q\}$

[விடை.(இ)$\{x : x \in P$ மற்றும் $x \notin Q\}$]

5. $n(A) = m$ மற்றும் $n(B) = n$ எனில் B-லிருந்து A-க்கு வரையறுக்கப்பட்ட சார்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை : **[ஏப்ரல் - 2025]**

(அ) m^n (ஆ) n^m (இ) $2^{mn} - 1$ (ஈ) 2^{mn}

[விடை.(அ) m^n]

2 மதிப்பெண்கள்

1. சார்பு வரையறுக்க. **[அ.மா.வி - 2019]**

தீர்வு. X மற்றும் Y என்ற வெற்றில்லா கணங்களுக் கிடையேயான ஒரு உறவு f-ல் ஒவ்வொரு $x \in X$ -க்கும் ஒரே ஒரு $y \in Y$ கிடைக்கிறது எனில், f ஐ நாம் சார்பு என்கிறோம். அதாவது, $f = \{(x, y)|$ ஒவ்வொரு $x \in X$ க்கும், ஒரே ஒரு $y \in Y$ இருக்கும்$\}$

2. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2, x \in \mathbb{N}$ என வரையறுக்கப்பட்டால் **[அ.மா.வி - 2019; பிடிஏ - 3]**

(i) 1, 2, 3- ன் நிழல் உருக்களைக் காண்க.

(ii) 29 மற்றும் 53 - ன் முன் உருக்களைக் காண்க.

(iii) சார்பின் வகையைக் காண்க. **[Qy. - 2024]**

தீர்வு. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

(i) $f(1) = 3(1) + 2 = 3 + 2 = 5$

$f(2) = 3(2) + 2 = 6 + 2 = 8$

$f(3) = 3(3) + 2 = 9 + 2 = 11$

1, 2, 3 –யின் நிழல் உருக்கள் முறையே 5, 8, 11 ஆகும்.

(ii) 29 –ன் முன் உரு x எனில், $f(x) = 29$.

$\Rightarrow 3x + 2 = 29$

$3x = 27 \Rightarrow x = 9$.

இதைப் போலவே 53 –ன் முன் உரு x எனில் $f(x) = 53$.

$\Rightarrow 3x + 2 = 53$

$3x = 51 \Rightarrow x = 17$.

$\therefore$ 29 மற்றும் 53 –ன் முன் உருக்கள் முறையே 9 மற்றும் 17 ஆகும்.

(iii) $\mathbb{N}$ –ன் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. எனவே f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

f –ன் துணை மதிப்பகமானது $\mathbb{N}$.

வீச்சகம் $f = \{5, 8, 11, 14, 17, ...\}$ ஆனது $\mathbb{N}$–ன் தகு உட்கணமாகும்.

$\therefore f$ மேல் சார்பு இல்லை. அதாவது, f உட்சார்பாகும். எனவே f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் உட்சார்பு ஆகும்.

3. $A \times B = \{(3, 2)\ (3, 4)\ (5, 2)\ (5, 4)\}$ எனில், A மற்றும் B–ஐக் காண்க. **[செப். - 2020; FRT & ஆகஸ்ட் - 2022; FRT - 2024 ஏப்ரல் - 2024]**

தீர்வு. $A \times B = \{(3,2), (3,4), (5,2), (5,4)\}$

A = {A × B-யின் முதல் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}. எனவே, $A = \{3,5\}$

B = {A× B-யின் இரண்டாம் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}. எனவே, $B = \{2,4\}$

எனவே $A = \{3,5\}$ மற்றும் $B = \{2,4\}$.

4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ மற்றும் $B = W$ என்க. மேலும் $f : A \to B$ ஆனது $f(x) = x^2 - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. f என்ற சார்பிற்கு வீச்சகம் காண்க. **[Qy. - 2019]**

தீர்வு. $f(1) = 0; f(2) = 3; f(3) = 8; f(4) = 15; f(5) = 24$

வீச்சு $f = \{0, 3, 8, 15, 24\}$

5. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \mathbb{N}$ என்க. மேலும் $f : A \to B$ ஆனது, $f(x) = x^3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் **[Hy. - 2019]**

(i) f - ன் வீச்சகத்தைக் காண்க.

(ii) f எவ்வகை சார்பு எனக் காண்க.

தீர்வு.

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \mathbb{N}$

$f : A \to B, f(x) = x^3$

(i) $f(1) = 1^3 = 1$

$f(2) = 2^3 = 8$

$f(3) = 3^3 = 27$

$f(4) = 4^3 = 64$

f –ன் வீச்சகம் $= \{1, 8, 27, 64\}$

(ii) ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் உள்நோக்கிய சார்பு

6. $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3)$ எனில் $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$ எனக் காட்டுக. **[செப். - 2021]**

தீர்வு.

$A = \{1, 3, 5\}\ B = \{2, 3\}$

$n(A) = 3; n(B) = 2$

$\therefore n(A) \times n(B) = 3 \times 2 = 6$ ...(1)

$A \times B = \{(1, 2)\ (1, 3)\ (3, 2)\ (3, 3)\ (5, 2)\ (5, 3)\}$

$\therefore\ n(A \times B) = 6$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) –லிருந்து கிடைப்பது

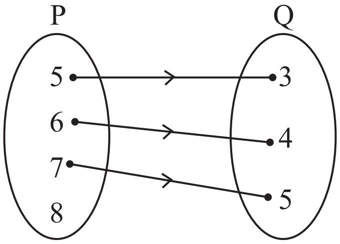
$n(A \times B) = n(A) \times n(B)$

7. கொடுக்கப்பட்டுள்ள $R = \{(1, 3), (2,5), (4, 7), (5, 9), (3, 1)\}$ எனும் உறவிற்கு மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகம் காண்க. **[FRT - 2022]**

தீர்வு. மதிப்பகம் $= \{1, 2, 3, 4, 5\}$; வீச்சகம் $= \{1, 3, 5, 7, 9\}$

SURA'S

8. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள அம்புக்குறி படமானது P மற்றும் Q கணங்களுக்கான உறவைக் குறிக்கின்றது. இந்த உறவை (i) கணகட்டமைப்பு முறை (ii) பட்டியல் முறைகளில் எழுதுக. [மே - 2022; ஜூலை - 2025]



தீர்வு. பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு எண் 1.5 (i), (ii)

9. $-11, -15, -19, ...$ என்ற கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் 19 -வது உறுப்பைக் காண்க. [ஆகஸ்ட் - 2022]

தீர்வு. பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு எண் 1.2

10. $fof(k) = 5, f(k) = 2k - 1$ எனில், k -ன் மதிப்பைக் காண்க. [ஏப்ரல் - 2023; FRT - 2024]

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட $f(k) = 2k - 1$

$$fof(k) = f\{f(k)\} = f\{2k-1\}$$
$$= 2(2k-1) - 1$$
$$= 4k - 2 - 1 = 4k - 3$$

கொடுக்கப்பட்ட $fof(k) = 5$

$$\therefore 4k - 3 = 5$$
$$4k = 5 + 3 \Rightarrow 4k = 8$$
$$\therefore k = \frac{8}{4} \quad \boxed{k = 2}$$

11. $f(x) = 2x - x^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில், (i) $f(1)$ (ii) $f(x+1)$ ஆகியவற்றைக் காண்க. [ஜூலை - 2024]

தீர்வு. பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு எண் 1.9

12. $f(x) = 2x - x^2$ என $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ மற்றும் $f: A \to B$ சார்பானது $f(x) = x^2 + x + 1$ மேல்சார்பு எனில், B ஐ காண்க. [Qy. - 2024]

தீர்வு. பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு எண் 1.14

13. $f(x) = 2x + 1$ மற்றும் $g(x) = x^2 - 2$ எனில் fog மற்றும் gof -ஐக் காண்க. [ஏப்ரல் - 2025]

தீர்வு. பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு எண் 1.19

5 மதிப்பெண்கள்

1. $f(x) = 3x - 2, g(x) = 2x + k$ மற்றும் $fog = gof$, எனில் k - யின் மதிப்பைக் காண்க. [Qy. - 2019 ஏப்ரல் - 2024]

தீர்வு. $f(x) = 3x - 2, g(x) = 2x + k$

$$fog(x) = f(g(x)) = f(2x+k)$$
$$= 3(2x+k) - 2 = 6x + 3k - 2$$

இதனால், $fog(x) = 6x + 3k - 2$

$gof(x) = g(3x-2) = 2(3x-2) + k$

இதனால், $gof(x) = 6x - 4 + k$

$fog = gof$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$$\therefore 6x + 3k - 2 = 6x - 4 + k$$
$$6x - 6x + 3k - k = -4 + 2 \Rightarrow k = -1$$

2. $A = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x < 4\}, B = \{x \in W/0 \le x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in \mathbb{N} / x < 3\}$ என்க. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பதனைச் சரிபார்க்க. [Hy. - 2019]

தீர்வு.

$$A = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x < 4\} = \{2, 3\}$$
$$B = \{x \in \mathbb{W} / 0 \le x < 2\} = \{0, 1\}$$
$$C = \{x \in \mathbb{N} / x < 3\} = \{1, 2\}$$
$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$
$$B \cap C = \{0,1\} \cap \{1,2\} = \{1\}$$
$$A \times (B \cap C) = \{2,3\} \times \{1\} = \{(2,1),(3,1)\}$$
$$A \times B = \{2,3\} \times \{0,1\} \quad ...(1)$$
$$= \{(2,0),(2,1),(3,0),(3,1)\}$$
$$A \times C = \{2,3\} \times \{1,2\}$$
$$= \{(2,1),(2,2),(3,1),(3,2)\}$$
$$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(2,0),(2,1),(3,0),(3,1)\} \cap \{(2,1),(2,2),(3,1),(3,2)\}$$
$$= \{(2,1),(3,1)\} \quad ...(2)$$

(1) மற்றும் (2) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

3. $A = \{x \in \mathbb{W} / x < 3\}, B = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x \le 5\}$ மற்றும் $C = \{3, 5, 7\}$ எனில் $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பதை சரிபார்க்கவும். [ஏப்ரல் - 2023]

தீர்வு. $A = \{x \in \mathbb{W} | x < 3\} = \{0, 1, 2\}$

[3ஐ விட குறைவான முழுக்கள்]

$B = \{x \in \mathbb{N} | 1 < x \le 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$

[2லிருந்து 5 வரையிலான இயல் எண்கள்]

$C = \{3, 5, 7\}$

நிரூபணம் : $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

$$LHS = A \times (B \cup C)$$
$$B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 7\}$$
$$A \times (B \cup C) = \{(0,2), (0,3), (0,4), (0,5), (0,7), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,7), (2,3), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,7)\} \quad ...(1)$$
$$RHS = (A \times B)$$
$$(A \times B) = (0,2), (0,3), (0,4), (0,5), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5)\}$$
$$(A \times C) = \{(0,3), (0,5), (0,7), (1,3), (1,5), (1,7),$$

SURA'S

(2, 3),(2,5),(2,7)}

$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (0, 7), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1,5),(1,7),(2,2),(2,3),(2, 4), (2, 5), (2, 7)\}$ ...(2)

(1) = (2), LHS = RHS எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. சார்பு $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஆனது $f(x) = \begin{cases} 2x+7; & x < -2 \\ x^2 - 2; & -2 \le x < 3 \\ 3x-2; & x \ge 3 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

(i) $f(4)$ (ii) $f(-2)$ (iii) $f(4) + 2f(1)$

(iv) $\dfrac{f(1) - 3f(4)}{f(-3)}$

ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க. [Qy. - 2023]

தீர்வு. பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு எண் 1.18

5. $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = x + 3$ ஆகியவை இரு சார்புகள். மேலும் $ff(x) = fgg(x)$ எனில் x -ஐக் காண்க. [FRT - 2024]

தீர்வு. பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு எண் 1.24

6. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{W} \mid 0 \le x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$ எனில், $A \times (B \cup C) = (A \times C) \cup (A \times C)$ என்பதை சரிபார்க்கவும். [ஏப்ரல் - 2024]

தீர்வு. பார்க்க பாடநூல் எடுத்துக்காட்டு எண் 1.3 (i)

7. A = {0, 1, 2, 3}, B = {1, 3, 5, 7, 9} மற்றும் சார்பு f: A → B என்ற சார்பானது, $f(x) = 2x + 1$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. இதனை [ஏப்ரல் - 2024]

(i) வரிசைச் சோடி கணம்

(ii) அட்டவணை

(iii) அம்புக்குறிபடம்

(iv) வரைபட முறையில் குறிக்க.

தீர்வு. A = {0, 1, 2, 3}, B = {1, 3, 5, 7, 9}

$f(x) = 2x + 1$

$f(0) = 2(0) + 1 = 1$

$f(1) = 2(1) + 1 = 3$

$f(2) = 2(2) + 1 = 5$

$f(3) = 2(3) + 1 = 7$

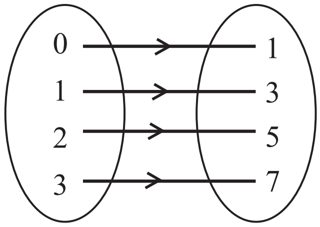
(i) வரிசைச் சோடி கணம்.

$f = \{(0, 1), (1, 3), (2, 5), (3, 7)\}$

(ii) அட்டவணை.

x	0	1	2	3
$f(x)$	1	3	5	7

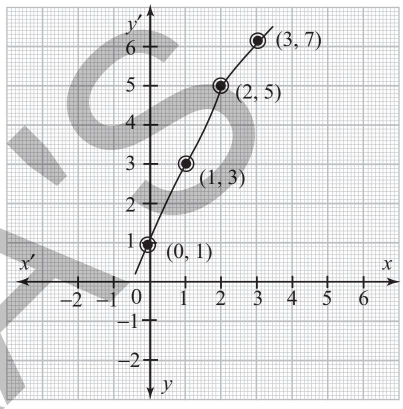
(iii) அம்புக்குறி படம்



(iv) வரைபடம்

$f = \{(x, f(x)/x \in A\}$

$= \{(0, 1), (1, 3), (2, 5), (3, 7)\}$



கூடுதல் வினா - விடைகள்

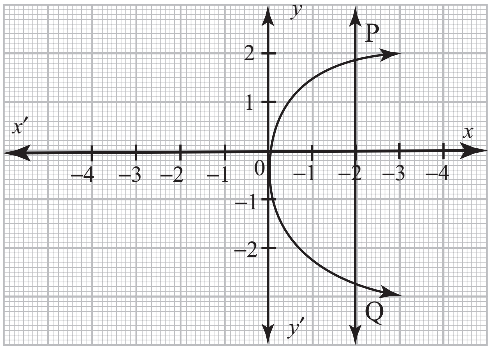
1. A = {1, 2, 3, 4}, B = { –1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}, R = {(1, 3), (2, 6), (3, 10), (4, 9)} ⊆ A × B என்பது ஓர் உறவு என்க. இந்த சார்பின் மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம், வீச்சகம் இவற்றைக் காண்.

தீர்வு. Rன் மதிப்பகம் = {1, 2, 3, 4}

R ன் துணை மதிப்பகம் = B = {–1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10,11, 12}

R ன் வீச்சகம் = {3, 6, 10, 9}

2.



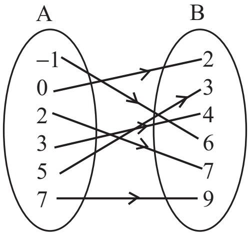
SURA'S

குத்துக் கோடு சோதனையைப் பயன்படுத்தி மேற்கண்ட வரைபடம் ஓர் சார்பினைக் குறிக்குமா எனக் காண்க. உன் விடைக்கு காரணம் கூறு?

தீர்வு. சார்பு அல்ல. குத்துக்கோடு வளைவரையை இரு புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது.

3. $f = \{(2, 7), (3, 4), (7, 9), (-1, 6), (0, 2), (5, 3)\}$ மேலும் f- ஆனது $A = \{-1, 0, 2, 3, 5, 7\}$ லிருந்து $B = \{2, 3, 4, 6, 7, 9\}$ க்கான சார்பு எனில், f ஆனது எவ்வகைச் சார்பு எனக் காண்க.

தீர்வு.



A-யின் வெவ்வேறான உறுப்புகள் வெவ்வேறு நிழல் உறுப்புகளை கொண்டுள்ளன. B-ன் ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் முன் உரு உள்ளது.

$\therefore$ இது ஒரு ஒன்றுக்கொன்றான மேல் சார்பு ஆகும்.

4. சார்பு f: $[-7, 6) \to R$ கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & -7 \le x < -5 \\ x + 5 & -5 \le x \le 2 \\ x - 1 & 2 < x < 6 \end{cases}$$

பின்வருவனவற்றைக் காண்.

(i) $2f(-4) + 3f(2)$ (ii) $f(-7) - f(3)$

தீர்வு. $$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & : -7 \le x < -5 \\ x + 5 & : -5 \le x \le 2 \\ x - 1 & : 2 < x < 6 \end{cases}$$

(i) $2f(-4) + 3f(2)$

$$\begin{aligned} f(-4) &= x + 5 = -4 + 5 = 1 \\ 2f(-4) &= 2 \times 1 = 2 \\ f(2) &= x + 5 = 2 + 5 = 7 \\ 3f(2) &= 3(7) = 21 \\ \therefore 2f(-4) + 3f(2) &= 2 + 21 = 23 \end{aligned}$$

(ii)
$$\begin{aligned} f(-7) &= x^2 + 2x + 1 \\ &= (-7)^2 + 2(-7) + 1 \\ &= 49 - 14 + 1 = 36 \\ f(3) &= x - 1 = 3 - 1 = 2 \\ f(-7) - f(3) &= 36 - 2 = 34 \end{aligned}$$

5. $f(x) = (1 + x)$, $g(x) = (2x - 1)$ எனில் $f\text{o}(g(x)) \neq g\text{o}f(x)$ என நிரூபி.

தீர்வு.
$$\begin{aligned} f(x) &= 1 + x \\ g(x) &= (2x - 1) \\ f\text{o}g(x) &= f(g(x)) = f(2x - 1) \\ &= 1 + 2x - 1 = 2x \quad \text{...(1)} \\ g\text{o}f(x) &= g(f(x)) = g(1 + x) = 2(1 + x) - 1 \\ &= 2 + 2x - 1 = 2x + 1 \quad \text{...(2)} \end{aligned}$$

$(1) \neq (2)$

$\therefore f\text{o}g(x) \neq g\text{o}f(x)$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது

6. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \mathbb{N}$ மற்றும் $f : A \to B$ ஆனது $f(x) = x^2$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. f -ன் வீச்சகத்தை காண்க. மேலும் f வகையைக் காண்க.

தீர்வு.
$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ B &= \{1, 2, 3, 4, \ldots\} \\ f: A \to B, f(x) &= x^2 \\ \therefore f(1) &= 1^2 = 1 \\ f(2) &= 2^2 = 4 \\ f(3) &= 3^2 = 9 \\ f(4) &= 4^2 = 16 \\ f(5) &= 5^2 = 25 \end{aligned}$$

$\therefore f$ -ன் வீச்சகம் $= \{1, 4, 9, 16, 25\}$

வெவ்வேறான உறுப்புகள் வெவ்வேறு நிழல் உருக்களோடு தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளதால் இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு ஆகும். மேலும் $3 \in B$ இருப்பினும் $f(x) = x^2 = 3$ என்பதற்கிணங்க எந்த ஒரு உறுப்பும் $x \in A$-ல் இல்லாததால், இது மேல் சார்பு அல்ல.

எனவே f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் உட்சார்பு ஆகும்.

7. சார்பு $f : [1, 6) \to R$ ஆனது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & 1 \le x < 2 \\ 2x - 1, & 2 \le x < 4 \\ 3x^2 - 10, & 4 \le x < 6 \end{cases}$$

எனில் பின்வருவனவற்றின் மதிப்பை காண்

(i) $f(5)$, (ii) $f(3)$, (iii) $f(2) - f(4)$.

தீர்வு. $$f(x) = \begin{cases} 1 + x & : 1 \le x < 2 \\ 2x - 1 & : 2 \le x < 4 \\ 3x^2 - 10 & : 4 \le x < 6 \end{cases}$$

SURA'S

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சார்பு.

(i) $f(5) = 3x^2 - 10$

$= 3(5^2) - 10 = 75 - 10 = 65$

(ii) $f(3) = 2x - 1$

$= 2(3) - 1 = 6 - 1 = 5$

(iii) $f(2) - f(4)$

$f(2) = 2x - 1 = 2(2) - 1 = 3$

$f(4) = 3x^2 - 10 = 3(4^2) - 10 = 38$

$\therefore f(2) - f(4) = 3 - 38 = -35$

8. கீழேகொடுக்கப்பட்டுள்ளஅட்டவணையிலிருந்து A = {5, 6, 8, 10} -லிருந்து B = {19, 15, 9, 11} -க்கு $f(x) = 2x - 1$ என்றவாறு அமைந்த ஒரு சார்பு எனில் a, b மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு.

x	5	6	8	10
$f(x)$	a	11	b	19

A = {5, 6, 8, 10}, B = {19, 15, 9, 11}

$f(x) = 2x - 1$

$f(5) = 2(5) - 1 = 9$

$f(8) = 2(8) - 1 = 15$

$\therefore a = 9, b = 15$

9. If R = {(a, –2), (–5, b), (8, c), (d, –1)} என்பது சமனி சார்பை குறிக்கு மெனில் a, b, c மற்றும் d ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்.

தீர்வு. R = {(a, –2), (–5, b), (8, c), (d, –1)}

$a = -2,$

$b = -5,$

$c = 8,$

$d = -1.$

SURA'S